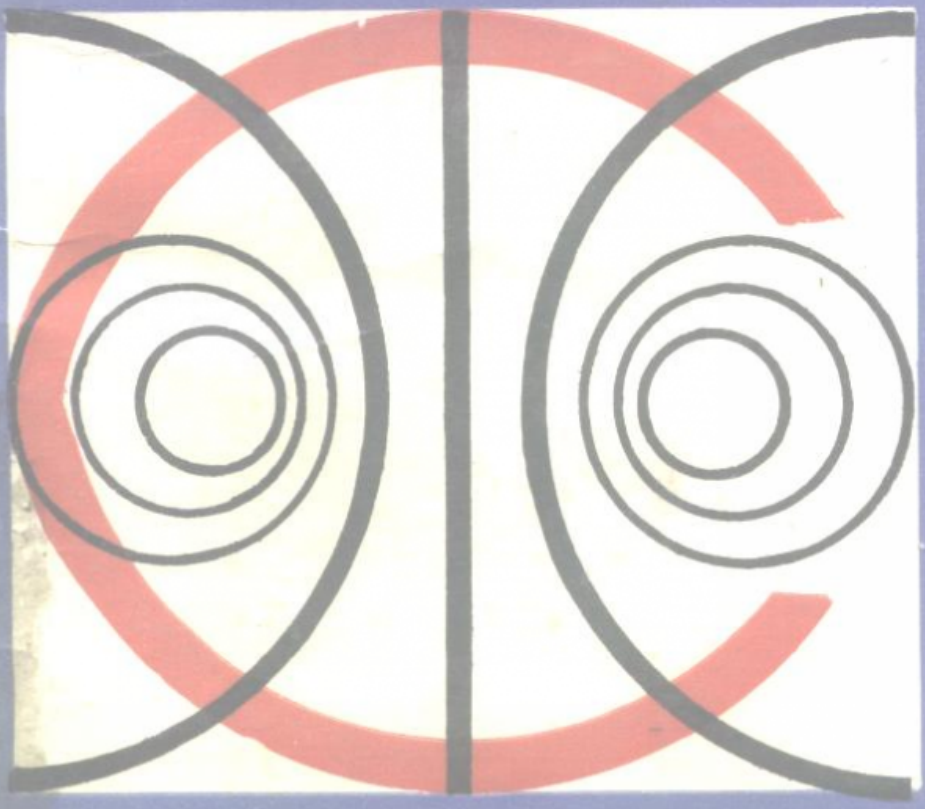
磁路设计原理

林其壬　赵佑民　编著



机械工业出版社

73·75

磁路设计原理

林其壬　赵佑民　编著

机械工业出版社

内 容 简 介

本书较系统地介绍了与磁路设计有关的磁性、磁场的基本知识及在磁路设计中常用的磁性材料及其使用问题。详细地讨论了永磁路、空心电磁路和带铁心电磁路的设计和计算方法，并以实例加以说明。

本书可供从事磁性材料、仪器仪表、电机电器等研究、生产和设计方面的工程技术人员参考，亦可作为高等院校有关专业的参考书或选修课教材。

磁路设计原理

林其壬　赵佑民　编著

责任编辑：高金生

封面设计：刘　代

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092 1/32·印张 19 3/8·字数 428 千字

1987年11月北京第一版·1987年11月北京第一次印刷

印数 0,001—2700·定价：4.75 元

统一书号：15033·6839

前　言

磁系统是仪器仪表、电机、电器、无线电以及许多装置的重要组成部分。磁路参数和性能的好坏不仅决定了器件的体积、重量，而且直接影响器件的性能。为了得到较好的磁路参数，则需要通过磁路的设计和计算。因此，磁路设计和计算的知识不仅是从事器件研究、设计和生产的工程技术人员所必需的，而且对从事磁性材料研究和生产的人员来说也是相当重要的。为此，我们编写了这本《磁路设计原理》一书，以满足有关人员的需要。

全书共分六章：第一、二、三章论述有关磁场和磁性的基本概念、基本理论、磁路定律以及磁路设计中所涉及的磁性材料知识，它是磁路设计与计算的基础；第四、五、六章分别讨论永磁磁路、空心电磁路和带铁心电磁路，着重论述它们的设计与计算原理，并以实例加以说明。

本书是在1982年上海市计量测试学会举办的《磁路设计基础》学习班和1983年中国仪器仪表学会仪表材料学会举办的《磁路设计原理》学习班的讲义基础上改编而成的。在整个的编写过程中，曾得到许多同志，特别是曾训一、周世昌、梅文余、汪恩豹、金浩、王兴斌、张德武、仇仪俊等同志的鼓励、支持和帮助。书稿完成后，由华中工学院何华辉副教授和大连工学院齐凤春副教授分别给予全面、认真和细致的审定。在此，谨向他们致以衷心的感谢。

本书的第一、三、四、五章由林其壬编写，第二、六章由赵佑民编写。由于我们的水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

林其壬、赵佑民

1983年12月

目　录

绪论 ……1
第一章　磁场和磁性 ……6
第一节　恒定电流的磁场 ……6
一、磁场 ……6
二、恒定电流所产生的磁场 ……9
三、电流在磁场中所受的力 ……16
四、恒定电流磁场的一般性质 ……20
第二节　载流线圈和磁偶极子的等效性 ……25
一、载流线圈在远源区所产生的磁场 ……25
二、磁偶极子及其在远源区产生的磁场 ……30
三、磁偶极子和载流线圈比较 ……34
第三节　磁性介质存在时的磁场 ……36
一、介质的磁化和对磁场的影响 ……36
二、磁化强度 ……38
三、磁性介质中的宏观场 ……41
四、介质中的磁场强度 ……48
第四节　物质的磁性 ……55
一、原子的磁性 ……55
二、物质按磁性分类 ……58
三、强磁体内的磁畴 ……63
四、磁化曲线 ……66
五、磁滞回线 ……70
第五节　自身退磁效应 ……72
一、关于退磁场 ……72
二、退磁场的大小 ……78

三、自身退磁现象的普遍性 ……84
第二章 磁路结构和磁导 ……85
第一节 磁路和磁路定律 ……85
一、磁路欧姆定律 ……87
二、磁路的串联和并联 ……88
三、磁路中的基尔霍夫定律 ……91
四、交流磁路 ……92
第二节 磁系统结构 ……94
一、永磁磁路 ……95
二、电磁磁路 ……100
第三节 气隙磁导的计算 ……103
一、解析法确定磁导 ……105
二、查曲线法 ……117
三、经验公式法 ……119
四、分割磁场法 ……123
五、磁通作图法 ……130
第四节 柱形磁体及磁导 ……133
一、单独磁体的磁导 ……134
二、几种形状磁体的磁导系数 ……136
第五节 气隙磁通的分布 ……146
第三章 磁性材料 ……154
第一节 磁性材料分类 ……154
第二节 永磁材料的应用及其特性参数 ……156
一、永磁材料的应用 ……156
二、永磁材料的特性参数 ……158
三、退磁曲线的近似计算 ……166
四、回复特性曲线的近似计算 ……174
第三节 永磁材料系列 ……178
一、马氏体永磁 ……178
二、脱溶硬化型永磁 ……179

三、可加工永磁 ……184
四、稀土永磁 ……185
五、铁氧体永磁材料 ……189
六、单畴微粉永磁 ……191
七、复合永磁体 ……195
第四节 永磁体的充磁和退磁 ……198
一、永磁体的充磁 ……198
二、永磁体的退磁 ……213
第五节 永磁体的稳定性 ……223
一、组织变化 ……224
二、磁后效 ……226
三、温度的影响 ……228
四、外磁场的影响 ……238
五、磁阻的影响 ……241
六、与强磁性物质接触的影响 ……244
七、机械作用 ……247
第六节 软磁材料的应用及其特性参数 ……247
一、软磁材料的应用 ……247
二、软磁材料的特性参数 ……248
三、磁化曲线的近似表达式 ……256
第七节 软磁材料系列 ……262
一、纯铁 ……263
二、铁硅合金 ……267
三、铁镍系合金 ……274
四、铁铝系合金 ……282
五、铁钴系合金 ……288
六、磁温度补偿合金 ……288
七、非晶磁性材料 ……291
八、软磁铁氧体 ……294
第四章 永磁磁路的设计与计算 ……299

第一节　永磁磁路的分类及其设计基础 ……299
第二节　利用磁路定律设计磁路 ……307
一、无漏磁情况下的磁路设计与计算 ……307
二、有漏磁情况下的磁路设计与计算 ……311
三、实例 ……314
第三节　利用漏磁系数概念设计磁路 ……319
一、磁导法 ……323
二、经验公式法 ……333
三、查阅曲线法 ……347
第四节　磁路工作点及其坐标比的计算 ……361
一、磁路工作点坐标比K ……361
二、磁路工作点坐标比计算的几种方法 ……376
第五节　利用自退磁效应设计磁路 ……384
一、工作气隙磁感应强度的计算 ……385
二、静态永磁路设计的一般步骤 ……396
第六节　具有变化间隙磁路的设计 ……408
一、有用回复能 ……409
二、具有变化间隙磁路的设计 ……421
第七节　在电动条件下工作的磁路设计 ……435
一、永磁电机的磁路结构 ……435
二、磁路的一般工作状态 ……439
第五章　空心电磁路的设计与计算 ……467
第一节　等值退磁曲线 ……467
一、永磁磁路和电磁磁路的区别与相似 ……467
二、关于等值退磁曲线 ……468
三、空心线圈的等值退磁曲线及其应用 ……474
四、带铁心电磁磁路的等值退磁曲线 ……476
第二节　空心直流电磁路的设计与计算 ……479
一、空心单独电磁路内磁感应强度的计算 ……480
二、空心单独电磁路的设计过程及基本式 ……483

三、空心组合电磁路的设计及其基本式 ……492
第三节 空心交流电磁路的设计与计算 ……504
一、交流电路的特点 ……504
二、交流电磁路的特点 ……506
三、空心交流电磁路的设计与计算步骤 ……507
第四节 空心电磁路的其他设计方法 ……511
一、磁场线圈的设计 ……511
二、直流线圈的简捷计算法 ……514
第六章 带铁心电磁路的设计与计算 ……520
第一节 磁路类型及磁路关系式 ……520
一、带铁心电磁路的类型 ……520
二、磁路和磁场的关系式 ……525
第二节 利用磁势方程计算电磁路 ……530
一、已知气隙磁通求磁势 ……531
二、已知磁势求磁通 ……536
第三节 利用漏磁系数法设计电磁路 ……549
第四节 利用自退磁效应设计电磁路 ……555
一、磁路尺寸比例系数A的计算 ……555
二、求磁通利用系数ε ……557
三、电磁磁路中的吸力计算 ……560
四、电磁铁磁路的设计过程 ……562
第五节 变压器磁路设计 ……583
第六节 相似法计算磁路 ……594
附录 ……602
附录Ⅰ 常用磁学物理量的名称、符号、单位及其换算关系 ……602
附录Ⅱ 电磁学重要基本定律在四种单位制中的表示形式 ……604
附录Ⅲ 磁学基本公式在不同单位制中的表示形式 ……605
参考文献 ……605

绪　论

一组闭合的磁力线所经过的全部路径，叫做磁路。磁路是仪器仪表、电机、电器，以及许多电子装置等的重要组成部分。磁路参数和性能的好坏，不仅决定了器件的体积、重量，而且严重地影响了器件的性能，同时也反映了磁性材料的性能是否被合理地利用。而要想得到好的磁路参数，就要通过磁路的设计和计算。因此，磁路设计和计算在国民经济各个部门中起着十分重要的作用。

磁路这个词原是对应于电路而来的。但这种对应与其说是属于物理本质的，倒不如说是数学上的比拟。虽然磁路和电路在形式上类似，但两者之间有着很大的差异。例如，电路中实际上有电流通过，而在磁路中，却是没有磁通流动。而且磁阻以及磁导并不象在电路中的电阻那样会产生能量损耗。此外，电流在电路中流动的范围，由于导体电阻与导体周围空间电阻之差极大，所以仅限于导体之内。而在磁路中，磁性材料的磁导率与其周围空间的磁导率之差同电路的电阻差相比就小得多了，因此会显露出漏磁的问题。再者，导体的电阻率本质上是常数，而磁性材料的磁导率则是磁场的函数，因而是不能简单地加以描述的。但是，把磁路和电路之间引以数学形式上的相似关系，就能给人们进行磁路的定量计算带来很大的方便。例如，在设计磁体时，把变量转化为电量，无论哪个工作点的磁通密度和能量变化，都能够很简单地通过仪表来读取，并且能够通过改变外部负载磁导

来调整磁体的尺寸，以便实现最佳动作。这对于静态条件和动态条件都是有效的，此外还能够求得外部供电所产生的退磁或磁化的能量变化。

一种新的磁性材料研制出来以后，如何设计出一种新的磁路来充分发挥该种材料的性能；一项新的器件提出来后，如何设计出一种新的磁路来满足新器件性能的要求，这不仅是设计工作者的问题，而且也是用户、材料研制、生产工作者所关心的问题。例如，某种磁电式仪表的磁路结构形式为外磁式的，磁钢的重量为175g，经过磁路改进，做成内磁式结构，则磁体的重量减轻到13 g 。如果进一步改进磁体的尺寸使之更加合理化，则磁体的重量仅只有9 g ，这样既减轻了重量，也节约了材料。由此可见，不同的材料必须选用不同的磁路结构形式，如果磁路结构选择得不当，则会妨碍材料性能的发挥，反过来，不同的磁路结构要求挑选合适的材料，如果材料选择得不当，也仍然达不到最佳设计的目的。

磁路设计和计算的主要任务在于建立最佳的（按外形尺寸、重量、稳定性、价格等等）保证在工作间隙中，具有指定的磁场强度或一定的吸引力的结构。把它归结起来，主要是三个方面的问题：

1．已知磁路的结构形式，磁路各部分的尺寸及组成磁路材料的性质，求出工作间隙内所产生的磁通或吸引力。

2．已知工作间隙的尺寸及要求达到的场强，所选用磁性材料的性能，确定磁路各部分的尺寸及符合要求的激磁线圈（对于电磁路）。

3．已知磁路各部分的尺寸及所要求达到的工作气隙磁场，选择最合适的磁性材料。

随着具体应用场合的不同，磁路的形式和种类有许多，

但它们的基本组成和工作原理都是相似的。磁路可按其激磁方式分为永磁磁路和电磁路；按其结构可分为开路磁路和闭路磁路；按其衔铁的运动方式分为直动式和旋转式；按其动作速度分为快速、正常和延缓；按其工作性质分为保持式和吸引式等等。我们拟按激磁方式来加以分类。

永磁磁路是靠能够长时期地保持很强磁性的永磁材料来作其磁场能源，并在一定的工作间隙内提供所需要的恒定磁场。由于永磁磁路不需要激磁线圈和供电系统，所以它的结构比较简单，也不耗电。永磁磁路有气隙固定的静态磁路和气隙变化的以及在电动条件下工作的动态磁路两种。根据应用场合的不同，每一种里面又可分为若干类型。

电磁磁路是靠通电激磁线圈来作其磁场能源的。它也能对外提供磁场，只是在建立磁场时，需要外界提供一个激磁电流。电磁磁路包括空心电磁路和带铁心电磁路两种，而每一种按其所通的激磁电流不同又有直流和交流电磁路之分。另外根据应用场合不同，每种又可分成若干类型。

磁路设计应该说是一门古老而又年轻的学科。自从人类发现、制造和应用磁性材料开始，就碰到了磁路的问题。磁路设计和计算，从原则上讲，根据麦克斯韦尔方程组，应该说就可以解决了。然而，要严格地解析、求解这一问题将遇到许多数学上的困难。首先，这是由于磁路本身的非线性特点，且磁路参数与铁磁体的形状、尺寸和性能有着复杂而不明确的关系，这些都给电磁场方程式在许多场合带来了复杂性，甚至于达到无法求解的地步。引进了磁路概念，在作了某些可允许的简化后，借助于“路”的概念和计算法使得磁路设计和计算成为可能，甚至可以得到较为满意的解答。然而借助于“路”的概念及其计算法解决问题的简便性和可能性

并不是任何场合都存在的，而只有在电流和铁磁材料的分布具有较简单的几何结构，并且可以认为在磁路各处的磁感应强度除以磁场强度是一个标量时，才可以用磁路计算法去解决问题。根据磁路和电路的相似性，似乎磁路问题的求解可以直接由磁动势、磁通和磁阻之间的欧姆定律关系得到。但是，实际上解决磁路问题要比解决相应的电路问题困难得多。困难的主要根源在于客观上并不存在磁绝缘材料，因而在磁路问题中常常需要估计漏磁效应；其次一个原因是磁路中的磁阻通常是非线性的，因此在解决问题时，必须运用材料的磁特性曲线。正因为这样，磁路设计与计算至今尚是不成熟的。虽然如此，但人们通过实践，依靠经验公式、经验图表、电路网络模拟等等，也找到了许多磁路设计和计算的方法。例如，退磁因子法、比例法、电类比法、连续积分法、解析法、相似法、模型法等等。近年来也利用电子计算机来进行磁路的设计与计算。

利用电子计算机求解磁路问题是以麦克斯韦尔方程或最小能量作用原理为其理论基础进行计算的。用电子计算机进行磁路计算不仅速度快，也提高了计算结果的可靠性和准确性；然而，它需要的预备知识很多，手续也多，更主要的是需要条件。

比例法可用来计算带有磁附件的磁路；电类比法适用于求解带有一个以上分支的磁路；退磁因子法是以自身退磁效应为基础的计算方法，它可用于许多永磁磁路和电磁路。各种方法各有它的优点和缺点，所适用的范围也各有不同。可以这样地说，在磁路计算和设计中，至今还没有一种完全通用而理想的方法。

为了设计具有某种性能的磁路，通常是根据试验及误差

要求，首先对一些因素作些假定，接着进行估算，以获得结果对其假定进行修正，最终寻求出一个能够满足实际需要的结果。一般都要通过若干次复算才能得到比较满意的结果。考虑到磁性材料参数有5%的误差，加上所采用的计算方法中又有一系列的假定，磁路设计和计算的精度在10%以内就被认为是满意的了。

我们拟用磁势方程、退磁系数概念和漏磁系数概念等来讨论磁路设计和计算的基本原理。

随着科学技术的不断发展，磁路设计和计算的理论和方法将会不断地向前发展。

第一章　磁场和磁性

第一节　恒定电流的磁场

一、磁场

（一）磁的基本知识

我国是世界上最早发现磁现象和应用磁性材料的国家。早在公元前四世纪，我们的祖先就发现了天然磁石——磁铁矿吸铁的现象；公元前三世纪，就利用磁石能够指南北的特性制成了司南（指南针）。

随着生产的不断发展，人们又陆续地发现了更多的磁现象。磁铁不仅能吸铁，还能够吸引镍、钴以及它们的合金。磁铁的这种特性叫做磁性。通常把具有磁性的物体叫做磁体。如果用已被磁化了的条形磁体来吸引铁屑，则磁体的两端吸引得最多，这说明磁铁两端的磁性最强，磁性最强的两端叫做磁极。如果使磁铁或磁针自由旋转时，磁铁或磁针的两个磁极总是一个朝南，一个朝北；指北的磁极叫做北极（N极），指南的磁极叫做南极（S极）。如果把磁铁分割成若干小段，则分开后的每一小段的两端仍然有N极和S极。两个磁针的磁极之间也有相互作用，异性磁极相互吸引，同性磁极相互排斥。两个磁极之间的相互作用力称为磁力。

在十九世纪初，人们又发现了电流磁效应，在载有电流的导体附近能使磁针取向。螺线管形状的线圈在通以电流时，它的性质和棒形磁铁非常相似，即对铁屑也有吸引力，如在水平面内可自由转动时，也是一端朝南，一端朝北；当

两个通电螺线管形线圈靠近时，也有同性相斥，异性相吸的相互作用；此外通有电流的导线处于磁铁附近时，就会受到磁铁对它的作用力等等。

实践证明，磁铁不但能够把与其接触的铁屑或其他铁磁物质吸引住，而且在磁铁周围的空间也会受到它的影响。也就是说，在磁铁或通电导体周围一定的空间范围内，所有铁磁物质都要受到磁铁或通电导体的磁力影响。为什么铁磁物质在磁铁或通电导体附近会受到作用力呢？人们认为在磁铁和电流周围存在着磁场。磁场是自然界中一种特殊形式的物质。磁铁和磁铁的相互作用、磁铁与电流的相互作用以及电流与电流的相互作用都是通过磁场来传递的。

(二) 磁场的性质和磁感应矢量

把磁针（或载流线圈）放在磁场中不同的地方，一般来说，磁针（或载流线圈）所受到的作用力矩大小不同；平衡时所处的方位也各不相同。这说明磁场各处的强弱不同，而且磁场是具有方向性的，因此需要用一个矢量来描述磁场。

在电学中，曾利用试验电荷在电场中所受到的力来决定电场中各处的电场强度 $\vec{E}$。与此相似，我们可以利用磁场对载流小线圈的作用来决定磁场的大小和方向。为此，采用一个很小的单匝试验线圈，它的线度很小，在它的整个范围内，磁场可以认为是均匀的。

设线圈的面积为 S，当其中的电流强度为 I 时，我们定义它的磁矩 $\vec{P}_m$ 为

$$\vec{P}_m = \frac{1}{c} IS\vec{n} \qquad (1\text{-}1)$$

式中 c ——常数，等于真空中的光速（近似地等于 3×10^8 m/s）；

$\vec{n}$ ——法线方向的单位矢量，它的正向由右手定则决定（见图1-1）。磁矩是一个矢量。

将磁矩为$\vec{P}_m$的试验线圈用有扭力的悬丝挂在磁场内，由于受到磁场的作用，它将转动到某一平衡位置。如果我们同时调整悬丝，使得在平衡位置时，悬丝不发生扭转（也即不发生恢复力矩），则在这个平衡位置上，线圈磁矩$\vec{P}_m$的方向就规定为在该处磁场的方向。这样规定的方向，与用磁针所规定的磁场方向（磁针可以自由转动时，平衡位置上磁针N极所指的方向）是一致的。

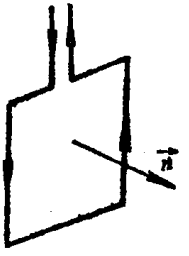


图1-1 载电流的线圈

磁场的大小，可以由线圈所受到的最大力矩来定义。扭转悬丝使线圈偏离原来的平衡位置而转到一个新的平衡位置。在这新的平衡位置上，磁场对线圈的作用力矩与悬丝的扭转力矩相互抵消，所以根据悬丝的扭转程度可求得扭转力矩，即可决定在该位置上磁场对线圈作用力矩的大小。实验发现，当线圈的中心位置不变时，磁场对线圈的作用力矩随着线圈的方位而变；在线圈的法线方向与磁场方向垂直时，力矩达到最大值。另外，实验还发现在磁场中给定的点上，线圈所受到的最大力矩与线圈的磁矩成正比，即

$$T_{max} \propto P_m \qquad (1\text{-}2)$$

并且在这一给定的点上，T_{max}/P_m是一个确定的数值，它与实验线圈磁矩的大小无关，只反映了磁场的特性。这个比值愈大，就表示P_m相同时所受到的力矩愈大，也就是说磁场愈强。如果把表征磁场强弱的物理量称为磁感应强度B，它应该正比于T_{max}/P_m，即

$$B = k\frac{T_{max}}{P_m} \qquad (1\text{-}3)$$

式中 k——比例常数，它由各个量所采用的单位而定。

这样，我们就规定出一个表征磁场特性的物理量——磁感应强度$\vec{B}$，它是一个矢量，它的方向即为上面定义的磁场的方向，它的大小等于试验线圈所受到的最大力矩与线圈磁矩之比。磁感应强度也称磁通密度。利用它可以定量地反映磁场大小和方向的分布。

（三）磁感应线

如果已经知道磁场在空间的分布情况（即空间中任一点的磁感应强度$\vec{B}$都已知道），常常在图上作出磁感应线来形象地表示这种分布。作磁感应线的原则是：磁感应线上任一点的切线方向等于空间该点上磁感应强度$\vec{B}$的方向；在某一小区域内的磁感应线密度（即通过每单位面积的磁感应线的数目）正比于该区域内的磁感应强度的大小，比例可根据情况任意选定。

典型的磁感应线图象见图1-3 b和图1-4 b。图中磁感应线密集的地方磁感应强度较大，稀疏的地方磁感应强度较小。各处磁感应强度的方向即由通过该处的磁感应线的切线方向给出。从图上可以粗略地看出磁场的分布情况。

二、恒定电流所产生的磁场

（一）毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律

空间某一点的磁感应强度$\vec{B}$，与产生这磁场的载流导线的形状、电流强度和该点对载流导线的相对位置有关。利用一个具有已知磁矩的实验线圈，可以用实验方法通过线圈所受力矩来测定各点的磁感应强度$\vec{B}$，从而找出$\vec{B}$与上述各因素之间的关系。

实验结果表明，磁感应强度有迭加的性质。假定有若干个载流回路，它们每一个单独存在时，在空间某一点产生的磁感应强度分别为$\vec{B}_1$、$\vec{B}_2$、$\vec{B}_3$、……，则它们共同存在时，在该点的总磁感应强度$\vec{B}$为

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+\cdots\cdots \tag{1-4}$$

根据大量的实验事实，人们认为载流导线所产生的磁场是由导线中各电流元所产生的磁场迭加而成。设每一电流元产生磁感应强度为$d\vec{B}$，则在某一点观察到的磁感应强度$\vec{B}$，就是所有电流元在该点产生的$d\vec{B}$的矢量和。设导线上的电流强度为I，dl为导线的一个线段元；则电流元$Id\vec{l}$（它的方向就是电流的方向）在距离它r处的P点所产生的磁感应强度$d\vec{B}$是

$$d\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \tag{1-5}$$

式中 $\vec{r}$——表示由电流元指向P点的矢径（见图1-2）；

c——比例系数，它等于真空中光的速度。

实际上，我们不可能得到单独的恒定电流元，因此也无法对式（1-5）进行直接的验证。它由大量的实验数据归纳概括出来的。一般称式（1-5）为毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律。它是计算电流所产生磁场的一个基本定律。它的正确性如何，归根结底要由实验来加以检验。利用这个定律计算出来的磁感应强度，都与实验测量的结果相符合，充分证

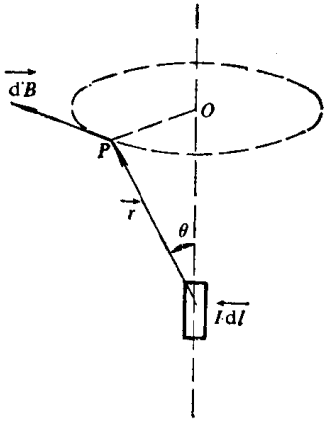


图1-2 电流的磁场

明它是正确的。

（二）毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律的应用

下面我们举几个具体的例子来说明怎样应用毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律来计算电流产生的磁场（也就是磁感应强度）。

1．无限长载流直导线的磁场

设有一无限长直导线，通以强度为 I 的恒定电流，求距离这导线 R 处 P 点的磁感应强度 $\vec{B}$。按图1-3 a 取坐标，首先计算出距离坐标原点 O 为 l 处的电流元 $I\vec{dl}$ 在 P 点所产生的磁感应强度 $\vec{dB}$。

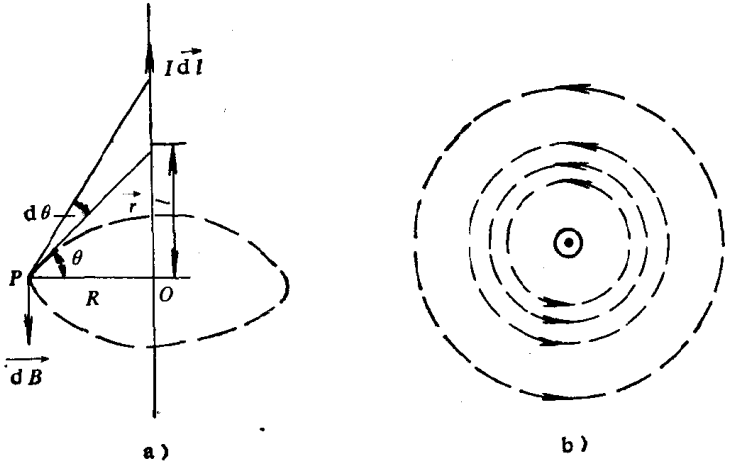


图1-3　无限长载流直导线的磁场

由图1-3 a 上可以看出：

$$l = R\operatorname{tg}\theta$$

$$r\cos\theta = R$$

$$dl = R\sec^2\theta d\theta$$

而$\vec{dl}$与$\vec{r}$的夹角为$\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$，$Id\vec{l}\times\vec{r}$的方向垂直纸面，并指向读者一方，于是根据毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律有

$$dB=\frac{1}{c}\frac{Idl\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{r^2}$$

$$=\frac{1}{c}\frac{I\cos\theta d\theta}{R}$$

因为不同的电流元(对应于不同的I和θ)所产生的$d\vec{B}$方向都相同，在P点的总磁感应强度$\vec{B}$的方向就是$d\vec{B}$的方向，它的数值等于各个dB值的代数和，于是有

$$B=\int_{l=-\infty}^{\infty}dB=\frac{I}{c}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\theta d\theta}{R}=\frac{2I}{cR} \qquad (1-6)$$

垂直于导线的任一平面上，磁场分布情况都相同，磁感应线是一些闭合的同心圆（图1-3 b）。

实际上导线不可能是无限长的。上述的结果可以看成是导线长度l比R大得多时（即$R\ll l$时）的极限情况。当$l\gg R$时，这个结果也近似地正确。

2. 圆环形电流线圈轴线上的磁感应强度

半径为R，通有电流强度为I的圆形线圈如图1-4 a所示，它的轴线就是通过圆心O并与线圈平面垂直的直线。现在来求在这轴线上距圆心O为x处的P点的磁感应强度$\vec{B}$。在这种情况下，所有的电流元$I\vec{dl}$都垂直于各自的到P点的矢径，所以有

$$I\vec{dl}\times\vec{r}=Idlr$$

由图还可以看出，直径两端的一对电流元$Id\vec{l}_1$和$Id\vec{l}_2$在P点

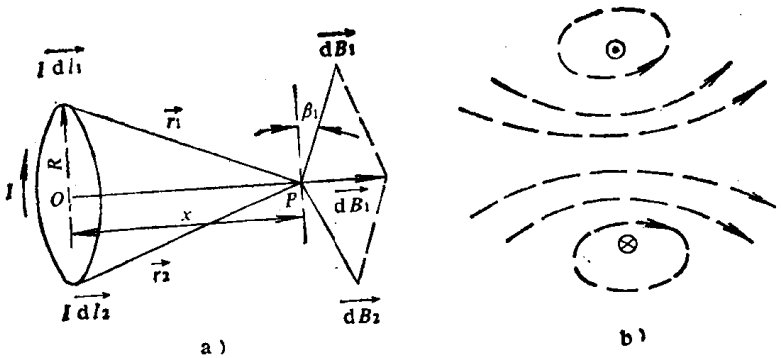


图1-4　圆环形电流线圈的磁场

产生的合成磁感应强度$\vec{dB}$平行于轴线。而整个线圈可以看成由这样的许多一对一对的电流元所组成，因此整个线圈所产生的总磁感应强度也必定平行于轴线。所以我们只需计算出每一电流元所产生的磁感应强度在轴线方向的分量，然后求这些分量的代数和就可以得到整个载流圆形线圈在P点所产生的总磁感应强度$\vec{B}$。

电流元$I\vec{dl}_1$，在P点所产生的磁感应强度$\vec{dB}$，依照毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律有

$$\vec{dB}_1=\frac{1}{c}\frac{I\vec{dl}_1\times\vec{r}_1}{r_1^3}=\frac{1}{c}\frac{\vec{Idl}^1}{r_1^2}$$

于是，电流元$I\vec{dl}_1$产生的磁感应强度沿轴线的分量为

$$dB_1\sin\beta_1=\frac{1}{c}\frac{Idl_1}{r_1^2}\sin\beta_1$$

对于各电流来说，r和β都是相同的，并有

$$\sin\beta=\frac{R}{r}$$

对整个回路积分，就可得到圆环形电流线圈在P点上所

产生的总磁应强 B 为　　度感

$$B=\oint \sin\beta \mathrm{d}B=\frac{1}{c}\frac{IR}{r^3}\oint_l \mathrm{d}l$$

$$B=\frac{1}{c}\frac{2\pi IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} \qquad (1\text{-}7)$$

$\vec{B}$ 的方向与圆环线圈上电流方向构成右手螺旋关系，即将电流绕行方向看作右手螺旋转动的方向时，螺旋前进的方向就是磁感应强度的方向。

不难看到，当 $x=0$，即 P 点处在电流线圈的圆心上时，磁感应强度的大小为

$$B=\frac{2\pi I}{cR} \qquad (1\text{-}8)$$

不在轴线上的点的磁感应强度计算十分复杂，不能得出简单的表达式。包含轴线的任一平面上的磁感应线的分布如图1-4 b所示。

3．通电螺线管轴线上的磁感应强度

在圆柱面上均匀地绕以导线，就构成了一个螺线管，见图 1-5 a。如果各线匝靠的很近，则螺线管相当于一组相同半径和共同轴线的圆形线圈；通电螺线管内轴线上某一点的磁感应强度即为各圆形电流线圈所产生

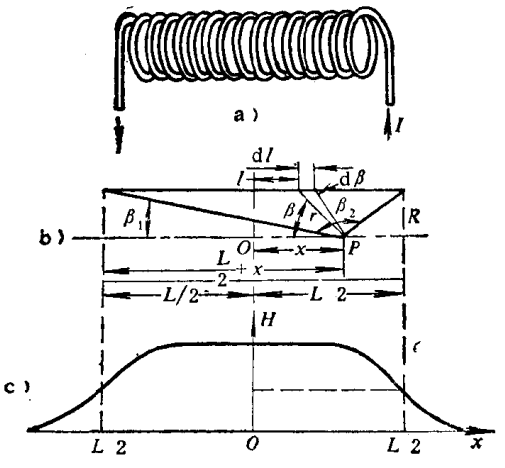


图1-5　通电螺线管的磁场

的磁感应强度之和。现在来求图 1-5 中 P 点的磁感应强度，见图1-5 b。

设螺线管的半径为 R，总长为 L，单位长度上绕有 n 匝导线，导线内通过的电流强度为 I。取螺线管的轴线为 x 轴，取其中点 O 为坐标原点，在螺线管上取长度为 dl 的一小段，则这一小段上共有 ndl 个圆形线圈。利用式 (1-7) 可以得到 ndl 匝导线在距离 O 为 x 处的 P 点所产生的磁感应强度 dB：

$$dB=\frac{1}{c}\frac{2\pi IR^2}{[R^2+(x-l)^2]^{3/2}}ndl$$

由图1-5 b 可以看出：

$$\sin\beta=\frac{R}{r}=\frac{R}{[R^2+(x-l)^2]^{1/2}}$$

对此式两边同时进行微分，注意式中只有 β 和 l 是变量，并略加整理，可得

$$dl=\frac{R^2+(x-l)^2}{R}d\beta$$

对于整个通电螺线管在 P 点上所产生的磁感应强度 $\vec{B}$ 由各小段在 P 点上所产生的磁感应强度 $d\vec{B}$ 迭加而得，于是有

$$B=\int dB=\int\frac{1}{c}\frac{2\pi IR^2}{[R^2+(x-l)^2]^{3/2}}ndl$$

$$=\frac{2\pi nI}{c}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\frac{R}{[R^2+(x-l)^2]^{1/2}}d\beta$$

$$=\frac{2\pi nI}{c}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta d\beta$$

$$B=\frac{2\pi nI}{c}(\cos\beta_1-\cos\beta_2) \qquad (1-9)$$

式中 β_1、β_2 的意义见图1-5。

所求出的总磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向与螺线管中所通电流方向也

仍遵循右手螺旋定则。

由图1-5，还可以看到：

$$\cos\beta_1=\frac{\frac{L}{2}+x}{\sqrt{R^2+\left(\frac{L}{2}+x\right)^2}}$$

$$\cos\beta_2=\frac{-\left(\frac{L}{2}-x\right)}{\sqrt{R^2+\left(\frac{L}{2}-x\right)^2}}$$

x 轴线上任一点 P 的磁感应强度 B 的大小如图1-5 c 所示。

若螺线管是无限长的，即当 $L\to\infty$ 时，则其轴线上各点的磁感应强度均相同，其大小为

$$B=\frac{4\pi}{c}nI \qquad (1-10)$$

三、电流在磁场中所受的力

（一）安培公式

实验发现，通电导体在磁场中要受到一个力，这个力是由磁场对通电导体的作用而引起的。电动机和磁电式仪表就是应用这种现象而制造的。

设有一电流元 $I\vec{dl}$ 置于磁场中，电流元所在的地方的磁感应强度为 $\vec{B}$，则该电流元所受到的磁场作用于它的机械力可写成：

$$\vec{dF}=\frac{1}{c}I\,\vec{dl}\times\vec{B} \qquad (1-11)$$

这个公式是由大量实验数据总结出来的，它虽然不能用实验直接来加以证明，但根据它对各种形状的通电回路在磁场中所受到的力和力矩进行计算，其结果都和实际相符，因

而间接地证明了它的正确性。

式（1-11）一般称为安培公式。如果$Id\vec{l}$与$\vec{B}$之间的夹角是θ，则式（1-11）可改写成：

$$dF=\frac{1}{c}IdlB\sin\theta$$

若要求一通电导体在磁场中（磁场是均匀的且磁感应强度为$\vec{B}$）所受到的力F，对dF进行积分就可以了。

（二）安培公式的应用

1．一矩形线圈在均匀磁场中所受到的力矩

设有一坚固而不变形的通电矩形线圈$ABCD$，放在一个磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场中，矩形线圈的法线为$\vec{n}$，$\vec{n}$和$\vec{B}$之间的夹角为θ，如图1-6 a所示。现在来求这个矩形线圈所受到的力矩T。

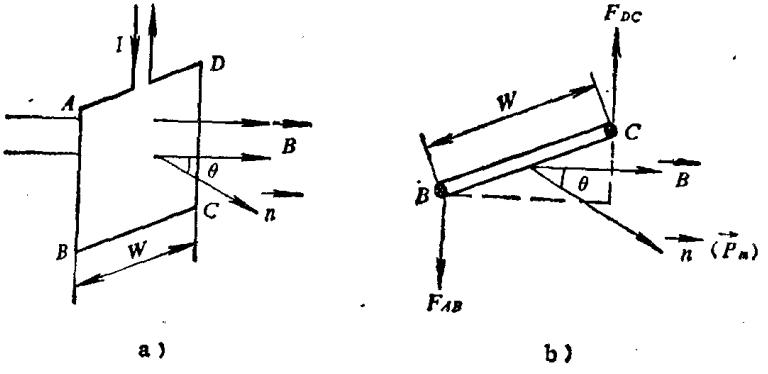


图1-6　矩形线圈

根据图1-6 b，利用安培公式，不难写出：

$$F_{AB}=\frac{1}{c}I\overline{AB}B\sin 90^\circ$$

$$F_{DC}=\frac{1}{c}I\overline{DC}B\sin 90^\circ$$

这两个力的大小相等，方向相反，但不在一条直线上，彼此相距$\omega\sin\theta$，因此产生一个力矩，这个力矩要使线圈转动，转到θ较小的位置。这个力矩的大小为

$$T=F\omega\sin\theta$$

$$=\frac{\mathrm{i}}{c}lB\omega\sin\theta$$

$$=\frac{1}{c}IBS\sin\theta$$

式中 S——矩形线圈的面积，$S=l\omega$。

因为$\frac{1}{c}IS=P_m$是线圈的磁矩，所以有

$$T=P_mB\sin\theta \qquad (1\text{-}12)$$

这说明线圈所受到的力矩T正比于线圈的磁矩$\vec{P}_m$和线圈所处的磁场中的磁感应强度$\vec{B}$，而且还与$\vec{P}_m$和$\vec{B}$之间的夹角θ有关。当$\theta=90°$（$\vec{P}_m$和$\vec{B}$相互垂直）时，线圈所受到的力矩T数值最大。考虑到T的方向与$\vec{B}$、$\vec{P}_m$方向之间的关系，式(1-12)可用矢量关系式表达，即

$$\vec{T}=\vec{P}_m\times\vec{B} \qquad (1\text{-}13)$$

至于AD线段和BC线段所受到的力，即F_{DA}和F_{BC}也可以根据安培公式写成为

$$F_{DA}=\frac{1}{c}I\overline{DA}B\sin(90°+\theta)\text{方向朝上}$$

$$F_{BC}=\frac{1}{c}I\overline{BC}B\sin(90°+\theta)\text{方向朝下}$$

这两个力的大小也相等、方向相反，互相抵消了（注意我们假定线圈是不会变形的），所以它们对于不会变形的通电矩形线圈所受力矩并无影响。

2. 任意形状的平面线圈在均匀磁场中所受的力矩

设有一任意形状的平面线圈，处于均匀的磁场中，磁场的磁感应强度为$\vec{B}$，线圈中通以电流I，现在来求这一线圈在磁场中所受到的力矩。

对于任意形状的平面线圈，如图1-7所示，把它假想地分成许多矩形小线圈；对于每一个矩形线圈流过的电流强度都和原来的线圈相同，即为I，电流的环行方向也和原来线圈的环行方向一致。首先，我们来看一下两个相邻矩形线圈的两个相邻矩形水平线段上的电流，由于它们的电流方向相反、大小相等，且都为I，所以相互间是抵消了。而矩形线圈的垂直线段则和原来线圈的一个个小线段相对应，当所分成的矩形线圈越扁，则许多矩形线圈在外部产生的效应就和原来线圈所产生的效应完全相同。

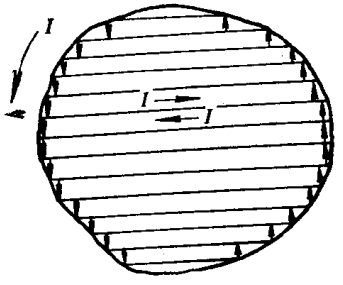


图1-7　平面线圈

根据以上分析，不难想到，均匀磁场作用于原来线圈的力矩可以看做是作用于每个矩形线圈的力矩之和。

对于第i个矩形线圈所受到的力矩T_i可写成：

$$T_i=\frac{1}{c}IBS_i\sin\theta$$

对于整个任意形状的平面线圈所受到的力矩T为

$$T=\sum_i T_i=\frac{1}{c}IB\sin\theta\sum_i S_i$$

$$=\frac{1}{c}IBS\sin\theta=P_mB\sin\theta$$

式中　P_m——平面线圈的磁矩，$P_m=\frac{1}{c}IS$，它的方向就是

平面线圈法线 $\vec{n}$ 的方向；

θ ——平面线圈磁矩 $\vec{P}_m$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 之间的夹角。

把上式写成矢量形式，则有

$$\vec{T}=\vec{P}_m\times\vec{B}$$

这个结果与式（1-13）相同。

以上所讨论的都是线圈在均匀磁场中的情况。

如果把线圈放在不均匀的磁场中，一般情况下线圈要受到一个力矩和一个作用力：力矩使线圈 $\vec{P}_m$（磁矩）转到磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向。作用力使线圈移动到磁场最强的地方。不过只要线圈的线度充分地小，以致在它的范围内磁场可以认为是均匀的，则式（1-13）适用。此外对于更普遍的线圈，即回路不在一个平面内的情形，式（1-13）也还可用。因此式（1-13）是适用于任意形状闭合的小线圈的普遍公式。

四、恒定电流磁场的一般性质

我们已经讨论过恒定电流产生磁场的规律，即由实验总结出来的毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律。如果已经知道电流在空间分布的情况，就可根据式（1-5）进行积分计算出空间中任一点的磁感应强度。在此，我们要讨论的是恒定电流所产生的磁场之普遍性质，即它们的共同性质。

从毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律出发，经过比较复杂的数学运算，可以推导出以下两个结论，它们就是一切恒定电流磁场所共有的普遍性质。

（一）磁通量连续原理

磁通量 Φ：在磁场中，穿过某一面积 S 的磁感应强度的通量。用数学式子表示为

$$\Phi=\oint\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

如果在某一小区域内，$\vec{B}$与$\mathrm{d}\vec{S}$的法线方向夹角为θ，则磁通量Φ可写成：

$$\Phi=\oint_S B\mathrm{d}S\cos\theta$$

在恒定电流磁场中，通过任何一个封闭曲面的磁通量恒等于零。即流入一个封闭曲面S所包围的体积内的磁通等于从该体积向外流出的磁通。用数学式表示为

$$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad (1\text{-}14)$$

式中 $\mathrm{d}\vec{S}$——面积元矢量，以指向曲面所包围体积的外方为正向。

如果用磁感应线来形象的说明，那就是在某一处穿入封闭曲面的磁感应线，必定在另一处从封闭曲面向外穿出，见图1-8。因为恒定电流磁场的磁感应线永远是连续的闭合曲线。或者是两端都伸延至无穷远处的曲线。

又由于

$$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\oint_S B\cdot\mathrm{d}S\cos\theta$$

在图1-8的情况下，进入S面内的磁感应线与向外的法线成纯角，即$\theta>90°$，所以$\cos\theta$为负，而从S面内出来的磁感应线与向外的法线成锐角，即$\theta<90°$，所以$\cos\theta$为正；这样通过积分，它们互相抵消了，所以有$\oint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$。

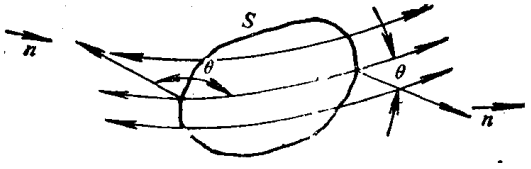


图1-8 穿过一闭合面的磁通量

式（1-14）的意义是：流入封闭曲面S所包围的体积之内磁通量恒等于从该体积内向外流出的磁通量。这就是著名的磁通量连续原理。它是麦克斯韦尔的方程式之一。

将式（1-14）应用于包围某一体积元ΔV的封闭面上，则该面积分对ΔV的比值的极限也等于零，即

$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_S B \cdot \vec{dS}}{\Delta V} = 0$$

根据数学上的定义，上式等号左边称$\vec{B}$的散度，即

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad (1\text{-}15)$$

式（1-15）是磁通量连续原理的微分形式。

磁通连续原理说明磁场的无散性。所谓无散性，就是没有源，也没有汇。式（1-15）是麦克斯韦尔的方程式之一。

（二）安培环路定理

恒定电流磁场的另一普遍性质是，磁感应强度$\vec{B}$沿任一闭合曲线L的环路积分等于穿过该曲线所包围面积的电流乘以$\frac{4\pi}{c}$倍，即

$$\oint B \cdot dL = \frac{4\pi}{c} \sum I \qquad (1\text{-}16)$$

式中 $\sum$——求和号，它表示对穿过闭合曲线L所包围面积的电流求代数和。

如图1-9所示，如果我们规定封闭曲线L的环行方向是→→，那么根据右手螺旋法则可以定出电流的方向。由图1-9不难看出I_1为正，I_2也为正，而I_3则为负。这样就有

$$I = |I_1| + |I_2| - |I_3|$$

式（1-16）就是有名的安培环路定理。下面我们通过对无限

长直导线产生磁场的讨论来验证安培环路定理。

首先，我们在垂直于导线的平面内任取两条闭合的曲线L_1和L_2。其中闭合曲线L_1把电流(导线)包围在内，而闭合曲线L_2不包围电流(导线)，如图1-10所示。应用式（1-6），我们可以求得在距离导线r处的磁感应强度$\vec{B}$为

$$B=\int_{l=-\infty}^{\infty} dB=\frac{1}{c}\times\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\theta d\theta}{R}=\frac{2I}{cR}$$

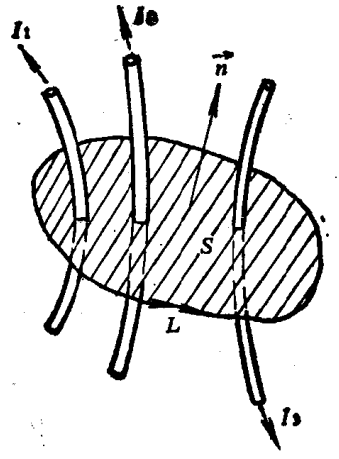


图1-9　封闭曲线中电流的方向

考虑闭合曲线L_1上的线段元$d\vec{l}_1$，它对原点的张角为$d\theta$(见图1-10)，则有：

$$\vec{B}_1\cdot d\vec{l}_1=\frac{2I}{cr}dl_1\cos\alpha_1$$

但$rd\theta=dl_1\cos\alpha_1$，所以有

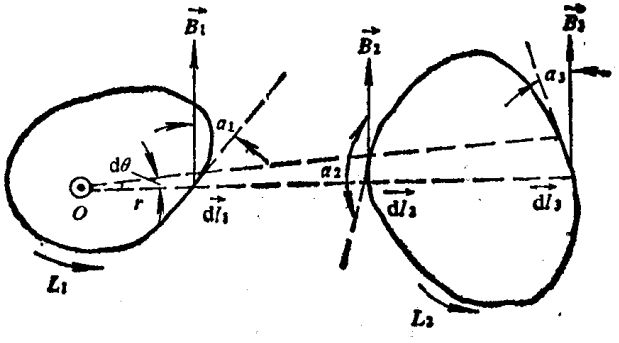


图1-10　验证安培环路定律的示意图

$$\vec{B}_1 \cdot d\vec{l}_1 = \frac{2I}{cr} r d\theta = \frac{2I}{c} d\theta$$

因而有

$$\oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{L} = \frac{2I}{c} \oint_{L_1} d\theta = \frac{4\pi}{c} I$$

考虑闭合曲线 L_2 上的线段元 $d\vec{l}_2$ 和 $d\vec{l}_3$，它们对原点的张角相同；$d\vec{l}_3$ 与 $\vec{B}_3$ 的夹角为锐角，即 $\alpha_3 < 90°$，所以 $\cos\alpha_3 > 0$；而 $d\vec{l}_2$ 与 $\vec{B}_2$ 的夹角为钝角，即 $\alpha_2 > 90°$，所以 $\cos\alpha_2 < 0$；因此有

$$\vec{B}_2 \cdot d\vec{l}_2 + \vec{B}_3 \cdot d\vec{l}_3 = 0$$

把整个闭合曲线 L_2 分成许多一对一对的线段元，则有

$$\oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

从以上的讨论，我们不难看到磁感应强度矢量沿不包围电流的环路积分等于零，而沿包围有电流的环路积分等于这些电流强度（加上适当的符号）之和乘以 $\frac{4\pi}{c}$。也就是说式（1-16）是成立的。由此可以相信，在普遍情况下，安培环路定理也是正确的。

现在将式（1-16）应用在一个很小的回路上。设该回路所在的磁场中有电流密度 $\vec{j}$（单位面积的电流强度，见本章第三节）的分布，则通过该回路所包围的面积元 ΔS 的电流可写成积分形式如下：

$$\oint_{L} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{\Delta S} \frac{4\pi}{c} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

求上式等号两边对 ΔS 比值的极限

$$\lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_{\Delta} \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\Delta S} = \frac{4\pi}{c} \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_{\Delta S} \vec{j} \cdot d\vec{S}}{\Delta S} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

就得到

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \qquad (1\text{-}17)$$

上式是安培环路定理的微分形式，是麦克斯韦尔方程式之一。它说明静磁场只是在没有电流密度分布的空间中才是无旋的。

第二节　载流线圈和磁偶极子的等效性

一、载流线圈在远源区所产生的磁场

所谓远源区，就是指那样的点，它与载流线圈任一部分的距离都远远大于载流线圈本身的线度。

现在我们来研究一下载流线圈在远源区所产生的磁场。

设有一个载有电流强度为 I 的环形线圈，半径为 r，其中心在 O 点，从载流线圈中心 O 到远源区任一点 P 的距离为 $\vec{R}_0$。现在考虑电流线圈上任一点 Q，Q 点和线圈中心 O 点的距离为 $\vec{r}$，与远源区 P 的距离为 $\vec{R}$，如图1-11所示。

我们将坐标原点选在载流线圈的中心 O，分别以 x'、y'、z' 记着 P 点的座标，以 x、y、z 记着 Q 点的坐标。

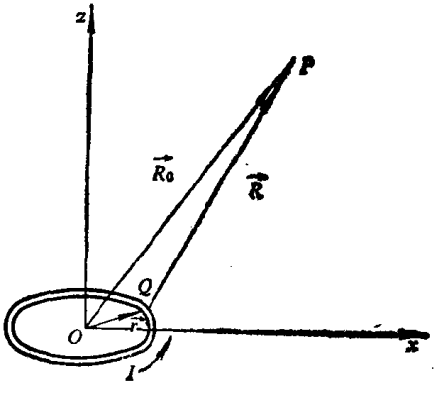


图1-11　载流线圈在远源区产生的磁场

因为 P 点处在远源区，所以有 $R \gg r$，$R_0 \gg r$，这样根据毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律，Q 点所在处的电流元 $I\,\vec{dl}$ 在远源区 P 点所产生的磁感应强度为

$$\vec{dB}=\frac{I\vec{dl}\cdot\vec{R}}{cR^3} \tag{1-18}$$

而整个载流线圈在 P 点所产生的磁感应强度为

$$\vec{B}=\oint\frac{I\,\vec{dl}\cdot\vec{R}}{cR^3} \tag{1-19}$$

积分是对整个圆环进行的。这个积分很繁杂，要求得到精确的结果是困难的。然而，既然我们考虑的是远源区，即 $R\gg r$ 的情形，我们就可以利用这一条件对 $\frac{\vec{R}}{R^3}$ 作适当的处理，以便简化积分，使求出的磁感应强度 $\vec{B}$ 虽是近似的但又具有足够的准确性。

由图 1-11 可见，$R^2=(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2$ 因为考虑的是远源区情形，r 相对地说是很小的，所以当 $x=y=z=0$ 时，有：

$$R^2=x'^2+y'^2+z'^2=R_0^2$$

现在我们把 $\frac{\vec{R}}{R^3}$ 作为 x、y、z 的函数，在坐标原点 O 附近展开为泰勒级数，可得：

$$\begin{aligned}\frac{\vec{R}}{R^3}&=\frac{x'-x}{R^3}\vec{i}+\frac{y'-y}{R^3}\vec{j}+\frac{z'-z}{R^3}\vec{k}\\&=\left[\frac{x'}{R_0^3}-\frac{x}{R_0^3}+x'\frac{3(x'x+y'y+z'z)}{R_0^5}\right]\vec{i}+\\&+\left[\frac{y'}{R_0^3}-\frac{y}{R_0^3}+y'\frac{3(x'x+y'y+z'z)}{R_0^5}\right]\vec{j}+\\&+\left[\frac{z'}{R_0^3}-\frac{z}{R_0^3}+z'\frac{3(x'x+y'y+z'z)}{R_0^5}\right]\vec{k}\\&=\frac{\vec{R}_0}{R_0^3}-\frac{\vec{r}}{R_0^3}+\frac{3(\vec{R}_0\cdot\vec{r})}{R_0^5}\vec{R}_0\end{aligned} \tag{1-20}$$

把这个结果代入式（1-19），可得

$$\vec{B}=\oint\frac{Id\vec{l}\cdot\vec{R}}{cR^3}$$

$$=\oint\frac{Id\vec{l}\cdot\vec{R}_0}{cR_0^3}-\oint\frac{I\,d\vec{l}\cdot\vec{r}}{cR_0^3}+\oint\frac{I\,d\vec{l}\cdot 3(\vec{R}_0\cdot\vec{r})}{cR_0^5}\vec{R}_0$$

$$=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3 \qquad (1\text{-}21)$$

先计算右边第一项积分，对于确定的P点，$\vec{R}_0$是一个常矢量，可以从积分号内提出，于是有

$$\vec{B}_1=\oint\frac{I\,d\vec{l}\cdot\vec{R}_0}{cR_0^3}=\left(\oint d\vec{l}\right)\cdot\left(\frac{I\vec{R}_0}{cR_0^3}\right)=0 \qquad (1\text{-}22)$$

注意，这里$\oint d\vec{l}=0$是由于载流线圈是闭合的。

右边的第二项积分为

$$\vec{B}_2=-\oint\frac{I\,d\vec{l}\cdot\vec{r}}{cR_0^3}=-\frac{I}{cR_0^3}\oint d\vec{l}\cdot\vec{r}$$

$$=\frac{I}{cR_0^3}\oint\vec{r}\cdot d\vec{l}=\frac{I}{cR_0^3}2S\vec{n}$$

$2S\vec{n}$是由$\oint\vec{r}\cdot d\vec{l}$而得，$S$为载流线圈的环面积，$\vec{n}$是垂直于电流圈的单位矢量。

根据磁矩的定义$\vec{P}_m=\frac{1}{c}IS\vec{n}$，所以有

$$\vec{B}_2=\frac{2\vec{P}_m}{R_0^3} \qquad (1\text{-}23)$$

右边第三项积分

$$\vec{B}_3=\oint\frac{Id\vec{l}\cdot 3(\vec{R}_0\cdot\vec{r})}{cR_0^5}\vec{R}_0$$

$$=\frac{3I}{cR_0^5}\oint(\vec{R}_0\cdot\vec{r})\cdot\vec{R} \qquad (1\text{-}24)$$

$\vec{B}_3$在正方向上的分量为

$$\begin{aligned}(B_3)_x=&\frac{3I}{cR_0^5}\left[\oint(R_{0x}x+R_{0y}y+R_{0z}z)R_{0y}dx-\right.\\&\left.-\oint(R_{0x}x+R_{0y}y+R_{0z}z)R_{0x}dy\right]\\=&\frac{3I}{cR_0^3}\left[R_{0x}R_{0y}\oint xdx+R_{0y}^2\oint ydx+\right.\\&+R_{0z}R_{0y}\oint zdx-R_{0x}^2\oint xdy-\\&\left.-R_{0x}R_{0y}\oint ydy-R_{0z}R_{0x}\oint zdy\right] \qquad (1\text{-}25)\end{aligned}$$

式中 R_{0x}、R_{0y}、R_{0z}——皆为常数。

对于闭合线圈，因为 $\oint xdx=\oint d\left(\frac{x^2}{2}\right)$，这积分元是一个全微分，沿曲线积分一周即回到原来的起点，$\left(\frac{x^2}{2}\right)$的数值不变，因此积分的结果为零。对于$\oint ydy$和$\oint zdz$也一样，所以有

$$xdx=ydy=zdz=0 \qquad (1\text{-}26)$$

对于 xdy，我们加减$\frac{1}{2}ydx$后可得：

$$\begin{aligned}xdy=&\frac{1}{2}(xdy-ydx)+\frac{1}{2}(xdy+ydx)\\=&\frac{1}{2}(xdy-ydx)+d\left(\frac{xy}{2}\right)\end{aligned}$$

式中后一项是全微分，将其沿曲线积分一周仍然回到原来的起点，$\left(\frac{xy}{2}\right)$的数值不变，因而其积分结果为零。所以有

$$\oint x\mathrm{d}y=\oint\frac{1}{2}(x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x)=\frac{1}{2}\oint x\mathrm{d}y-\frac{1}{2}\oint y\mathrm{d}x$$

经整理可得：

$$\oint x\mathrm{d}y=-\oint y\mathrm{d}x$$

同理有

$$\oint y\mathrm{d}z=-\oint z\mathrm{d}y$$

$$\oint z\mathrm{d}x=-\oint x\mathrm{d}z$$

而

$$\vec{r}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=(y\mathrm{d}z-z\mathrm{d}y)\vec{i}+(z\mathrm{d}x-x\mathrm{d}z)\vec{j}+(x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x)\vec{k}$$

所以有

$$\oint x\mathrm{d}y=-\oint y\mathrm{d}x=\left[\frac{1}{2}\oint\vec{r}\times\vec{\mathrm{d}l}\right]_{z\text{分量}}=\frac{c}{I}P_{mz}$$

$$\oint y\mathrm{d}z=-\oint z\mathrm{d}y=\left[\frac{1}{2}\oint\vec{r}\times\vec{\mathrm{d}l}\right]_{x\text{分量}}=\frac{c}{I}P_{mx}\qquad(1\text{-}27)$$

$$\oint z\mathrm{d}x=-\oint x\mathrm{d}z=\left[\frac{1}{2}\oint\vec{r}\times\vec{\mathrm{d}l}\right]_{y\text{分量}}=\frac{c}{I}P_{my}$$

注意，式中的P_{mx}、P_{my}、P_{mz}是磁矩$\vec{P}_m$分别在x、y、z方向上的分量。

将以上结果代入$(\vec{B}_3)_z$的表达式(1-25)，并经过整理可得：

$$(B_3)_z=-\frac{3}{R_0^3}P_{mz}+\frac{3R_{0z}}{R_0^5}(\vec{R}_0\cdot\vec{P}_m)$$

同理有

$$(B_3)_x=-\frac{3}{R_0^3}P_{mx}+\frac{3R_{0x}}{R_0^5}(\vec{R}_0\cdot\vec{P}_m) \qquad (1\text{-}28)$$

$$(B_3)_y=-\frac{3}{R_0^3}P_{my}+\frac{3R_{0y}}{R_0^5}(\vec{R}_0\cdot\vec{P}_m)$$

于是有

$$\vec{B}_3=-\frac{3}{R_0^3}\vec{P}_m+\frac{3(\vec{R}_0\cdot\vec{P}_m)}{R_0^5}\vec{R}_0 \qquad (1\text{-}29)$$

这样总的磁感应强度 $\vec{B}$ 为

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3$$

$$=-\frac{\vec{P}_m}{R_0^3}+\frac{3(\vec{R}_0\cdot\vec{P}_m)}{R_0^5}\vec{R}_0 \qquad (1\text{-}30)$$

这就是载流线圈在远源区所产生的磁感应强度。不难看出，它仅决定于载流线圈的磁矩$\vec{P}_m$。载流线圈在远源区产生的磁场用磁感应线来表示，如图1-12所示。

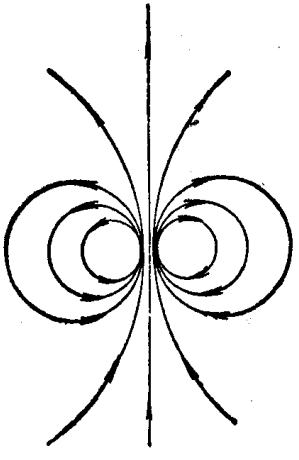


图1-12 载流线圈在远源区的磁场分布

二、磁偶极子及其在近源区产生的磁场

(一) 磁荷的概念

在磁学发展的早期，即在电流磁效应被发现以前，人们根据磁针、磁棒等所做的实验，曾经认为象电荷产生静电场那样，磁场是由磁荷产生的。并且认为磁荷产生的静磁场和由电荷产生的静电场的基本定律相似。

两个点磁荷之间的作用力遵从磁的库仑定律，即两个点磁荷之间的作用力与每一磁荷的强度（q_{m1}和q_{m2}）成正比，而与它们之间的距离平方成反比。用数学式子表示为

$$f = K\frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2} \tag{1-31}$$

式中 r——两个点磁荷之间的距离；

K——与单位制的选定有关的比例系数，K也与充满磁荷空间的介质之性质有关。

点磁荷所产生的磁场，距离磁荷为R处的磁场强度$\vec{H}$和磁感应强度$\vec{B}$分别为

$$\vec{H} = \frac{q_m\vec{R}}{\mu R^3} \tag{1-32}$$

$$\vec{B} = \frac{q_m\vec{R}}{R^3} \tag{1-33}$$

式中 q_m——点磁荷的强度；

μ——介质的磁导率。

点磁荷q_m在外磁场$\vec{H}$中所受到的作用力为

$$F = q_m\vec{H} \tag{1-34}$$

等等。

应用磁荷概念，可以用类似于静电学的方法来处理一些问题；能够使许多问题的分析，例如，关于磁针的取向和吸引问题大大地简化；还可以使许多计算得到简化。

如果不去考虑涡旋空间，而在场中引入适当的假想壁障，那么，电流磁场可以看成是磁荷的库仑场。这些磁荷成对地连结成偶层或壳。

（二）磁偶极子的概念

和电学中的电偶极子定义一样，我们也可以给磁偶极子以定义。设有两个点磁荷，它们的强度 q_m 相同，而符号相反，相距 l 而放置，这就构成了一个磁偶极体，如图1-13所示。它表现为磁体外部磁力线的出发点和汇集点。那么，磁偶极体的磁偶极矩就可定义为

$$\vec{P}_m = q_m \vec{l} \qquad (1\text{-}35)$$

式中 l 的方向由负磁荷（$-q_m$）指向正磁荷（$+q_m$）。

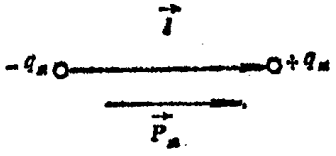


图1-13 磁偶极体

当磁偶极体的尺寸比起所要讨论的距离来小得多，以致于可以把磁偶极体近似地看成是一个点的话，则磁偶极体就叫做磁偶极子。

在磁学中，是用磁偶极子来反应一定的客观事实，是把磁偶极子当作具有一定磁矩的一种物质（它也具有正、负两端）。下面我们会看到磁偶极子与具有相同磁矩的载流线圈是等效的。利用磁偶极子概念，可以使一些问题的解释和计算大大简化。所以在磁学及其他科学中都广泛地使用它。

（三）磁偶极子在远源区所产生的磁感应强度

设有一个磁偶极子，其中心在 O 点，磁偶极矩 $\vec{P}_m = q_m \vec{l}$，P 为远源区上的任一点，磁偶极子的正、负磁荷及其中心点 O 到 P 点的矢径分别为 $\vec{R}_+$、$\vec{R}_-$ 和 $\vec{R}_0$，如图1-14所示。现在我们来求磁偶极子在 P 点所产生的磁感应强度。

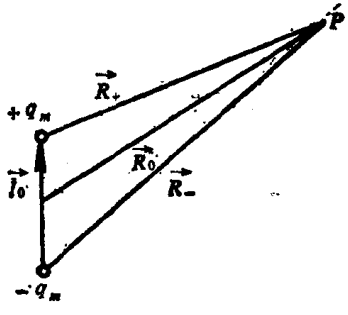


图1-14 磁偶极子在远源区所产生的磁场

根据点磁荷所产生的磁感应强度式（1-33），对于磁偶极子在远源区P点所产生的磁感应强度$\vec{B}$可以写成下式

$$\vec{B}=\frac{q_m\vec{R}_+}{R_+^3}-\frac{q_m\vec{R}_-}{R_-^3}$$

$$=q_m\left(\frac{\vec{R}_+}{R_+^3}-\frac{\vec{R}_-}{R_-^3}\right) \qquad (1\text{-}36)$$

由图1-14可以求出

$$\vec{R}_+=\vec{R}_0-\frac{\vec{l}}{2}$$

$$\vec{R}_-=\vec{R}_0+\frac{\vec{l}}{2}$$

因为所讨论的P点是在远源区，所以有$R_0\gg l$，于是有

$$\frac{1}{R_+^3}\approx\frac{1}{R_0^3}\left(1+\frac{3}{2}\frac{\vec{R}_0\cdot\vec{l}}{R_0^2}\right)$$

$$\frac{1}{R_-^3}\approx\frac{1}{R_0^3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\vec{R}_0\cdot\vec{l}}{R_0^2}\right)$$

将此结果代入式（1-36），并经过整理可得：

$$\vec{B}=\frac{q_m}{R_0^3}\left[\frac{3(\vec{R}_0\cdot\vec{l})}{R_0^2}\vec{R}_0-\vec{l}\right]$$

$$=\frac{3q_m}{R_0^3}\frac{(\vec{R}_0\cdot\vec{l})}{R_0^2}\vec{R}_0-\frac{q_m\vec{l}}{R_0^3}$$

又因为 $q_m\vec{l}=\vec{P}_m$是磁偶极子的磁矩，所以有

$$\vec{B}=-\frac{\vec{P}_m}{R_0^3}+\frac{3(\vec{P}_m\cdot\vec{R}_0)\vec{R}_0}{R_0^5} \qquad (1\text{-}37)$$

这就是磁偶极子在远源区所产生的磁感应强度，如果以磁感应线表示，则如图1-15所示。

三、磁偶极子和载流线圈比较

从上面的讨论，我们不难看到计算磁偶极子在远源区所产生的磁感应强度的式（1-37）和计算载流线圈在远源区所产生的磁感应强度的式（1-30）是完全相同的，只要它们的磁矩是一样的。这个结果说明了磁偶极子与具有与之相同磁矩的载流线圈是等效的。关于磁偶极子和载流线圈的等效性，我们还可以从它们在外磁场中所受到的作用力矩相同进一步加以说明。

当有一个磁矩为$\vec{P}_m$的磁偶极子，放置在一个均匀的外磁场$\vec{H}$中，根据式(1-34)，正、负磁荷所受到的作用力分别为

$$\vec{F}_+ = q_m\vec{H}$$
$$\vec{F}_- = -q_m\vec{H}$$

这二个力（$\vec{F}_+$和$\vec{F}_-$）对磁偶极子中心点O的力矩都是$q_mH\cdot\frac{l}{2}\sin\theta$，见图1-16。因此，整个磁偶极子所受到的总力矩是

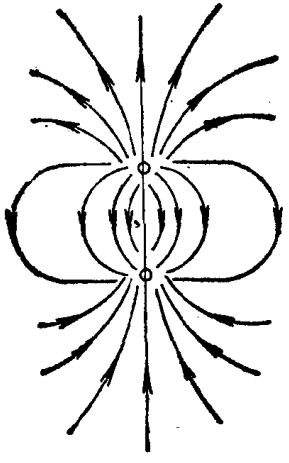


图1-15　磁偶极子在远源区的磁场分布

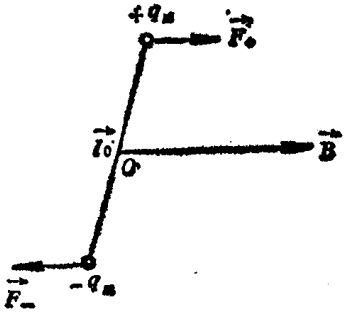


图1-16　均匀磁场中磁偶极子所受到的力

$$T = q_m l H \sin\theta = P_m H \sin\theta$$

式中 θ —— $\vec{l}$ 和 $\vec{H}$ 之间的夹角。

写成矢量的形式有

$$\vec{T} = \vec{P}_m \times \vec{H} \qquad (1\text{-}38)$$

这个结果与载流线圈在均匀磁场中所受到的力矩，即式（1-13）的形式也完全相同。只是在式（1-13）中，均匀磁场是用磁感应强度 $\vec{B}$ 来表示的。

在均匀磁场中，磁偶极子只受到一个力偶的作用。在这个力偶的作用下，磁偶极子只有使自己的轴线转到沿磁场方向的位置。但如果磁场是不均匀的，磁偶极子除力矩之外，还有一个力作用于磁偶极子之上，这个力使磁偶极子作平移运动。这种情况也和载流线圈在非均匀磁场中，受到一个力的作用情形一样（参见第一节）。

从以上的比较，可以看到磁偶极子和与具有相同磁矩的载流线圈是等效的。

必须指出，磁偶极子和载流线圈的等效性只是相对的，有条件的。应当注意到磁偶极子和载流线圈在如下二个方面是不等效的。

1．载流线圈和磁偶极子所产生的磁场，仅仅在远源区才是等效的，而在它们的近旁处的磁场则有着显著的差别。图1-17示出磁偶极子所产生的磁场（a图）和载流线圈所产生的磁场（b图）。不难看到，在载流线圈中心处的磁感应强度的方向是与磁矩方向相同的；而磁偶极子中心处的磁场方向则与其磁矩方向相反。

2．电流和磁荷所产生的磁场具有不同的性质。电流所产生的磁场是涡旋场（无散场），而磁荷所产生的磁场则是非涡旋场。

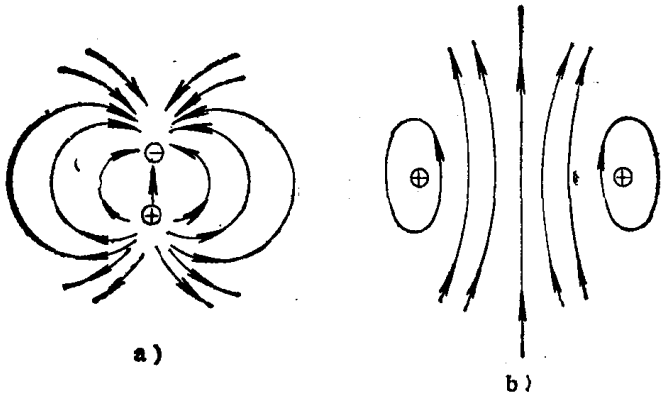


图1-17　磁偶极子和载流线圈在近远区的磁场分布
a）磁偶极子　b）载流线圈

第三节　磁性介质存在时的磁场

一、介质的磁化和对磁场的影响

实验发现，有些物质放在磁场中会受到磁场的作用力和力矩。例如，铁屑在磁场中会被吸引到磁场最强的地方。空心螺线管通以电流，由于它所产生的磁场比较弱，对一定距离的铁屑吸不过来；但在螺线管内放入一根铁心后，虽然在螺线管上仍然通以同样大小的电流，却能够把铁屑吸引过来，这说明整个磁场变强了。

这些实验事实说明，有些物质在磁场作用下能够显示出磁性，并产生了附加磁场，同时还与原来的磁场（螺线管产生的磁场）发生了相互作用。

物质在外磁场的作用下显示出磁性的现象称为磁化。能够被磁化的物质称为磁性介质。

我们前面说过，磁场由电流产生的。那为什么介质在磁化状态下，介质并没有附加稳恒传导电流（也就是说在介质上

测不出电压），而能在磁场中受磁场的作用，并且还使磁场的大小和分布发生变化呢？这不能归结为是由于宏观传导电流造成的；而应该从它的内部微观结构来加以说明。

众所周知，物质（介质）是由分子、原子构成的，而原子（或离子）又由电子和原子核组成的。

电子不断地绕着原子核运动，这些运动着的电子就形成电流，但电荷只是在原子范围内的小区域中运动，它与传导电流不同（传导电流中的电荷可以在各个原子之间移动），所以称它为分子电流。这种分子电流相当于许多小电流圈，而每一电流圈都有着相应的磁矩，叫做轨道磁矩（见图1-18）。

电子除绕原子核作轨道运动外，电子还自旋，电子自旋也具有磁矩，叫做自旋磁矩。

此外，原子核本身也具有磁矩，叫做核磁矩。

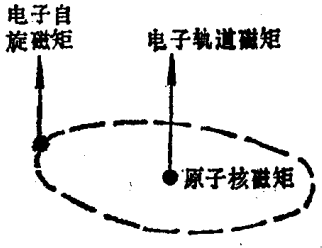


图1-18　原子的磁矩

虽然，目前对产生自旋磁矩和核磁矩的机理还不太清楚，但它们在磁场中所受到的作用以及所产生的磁场与具有磁矩的电流圈是相同的，并且等效于某种分子电流的分布。

电子的轨道磁矩，自旋磁矩和原子核磁矩的合成即形成了原子（或离子）的磁矩。同样，由原子磁矩合成分子磁矩。任何物质都是由原子、分子组成的，因此，电子的轨道磁矩、自旋磁矩和原子核磁矩是一切物质磁性的根源。

在未被磁化状态下，介质内的各个磁矩呈无规则的混乱取向，这样，它们的作用就互相抵消了，因而不显示出磁性。

当物质在外磁场作用下，介质内部的磁矩在不同程度上呈现有序地整齐排列，因而显示出磁性来，这就是介质被磁

化了。

根据以上的讨论，不难想到，在有介质存在的情况下，空间中任何一点的磁感应强度 $\vec{B}$ 应该等于宏观电流所产生的磁感应强度 $\vec{B}_0$ 与介质中分子电流所产生的磁感应强度 $\vec{B}'$ 之和，即

$$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}' \tag{1-39}$$

这就是在螺线管中放入铁心后会使空间磁场变强的原因。

二、磁化强度

前面说了，介质的磁化状态就是介质内部分子磁矩在外磁场作用下有序排列的状态。由于分子电流无法测量，所以通常都用分子磁矩排列的程度来表示介质的磁化状态。磁化强度就是用来衡量介质被磁化的程度的物理量。磁化强度通常以“M”来表示。

任何一个宏观磁体都可以看成是由无数个具有小磁矩的分子、原子组成。同样地，这个宏观磁体的磁性能也应该是这些单元磁矩（分子磁矩）的合成。设介质中有一块小体积 ΔV，在这体积内的各个分子磁矩分别为：$\vec{P}_{m1}$、$\vec{P}_{m2}$……$\vec{P}_{mi}$……$\vec{P}_{mn}$，则这块小体积内的磁化强度 $\vec{M}$ 可定义为：

$$\vec{M}=\frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{mi} \tag{1-40}$$

也就是说，磁化强度 $\vec{M}$ 就是介质中单位体积内分子磁矩 $\vec{P}_{mi}$ 的矢量和。

这样，在这个小体积内的总磁矩 $\vec{P}_{m总}$ 为：

$$\vec{P}_{m总}=\vec{M}\,\Delta V=\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{mi} \tag{1-41}$$

磁化强度是一个宏观量，它是微观的分子磁矩在一个物理无限小的区域内的平均值。所谓物理无限小的区域，是指它的体积按宏观尺度来看充分地小，但它却包含着大量的原子和分子。所以说磁化强度$\vec{M}$是一个宏观量。说磁化强度$\vec{M}$是个平均值，有两个含义：其一，是在空间上的平均。物质是由原子、(离子)、分子组成的，而原子（或离子）之间是相隔有一定距离的，如果认为原子（或离子）磁矩位于它的中心，那么在原子（或离子）之间的空间里，就没有磁矩，所以从微观角度来看，磁矩的分布是不均匀的。而宏观上取平均值就是认为磁矩是均匀地分布在整个区域内，因而它只是内部真实情况的一种粗略的近似。其二，是在时间上的平均。介质中的原子（或离子）并不是静止不动的，而是时时刻刻都在运动（除非是在绝对零度时），它们可以按照统计规律在不同状态之间变动。相应地从微观角度来看，各分子磁矩和磁化强度都随时间而有起伏。在宏观短而微观长的时间内进行观察，实际上得到的是这些起伏量在时间上的平均值，也就是按统计规律的平均值。

介质在未磁化状态下，由于各分子磁矩是混乱取向的，$\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{mi}=0$，所以$\vec{M}=0$；在磁化状态下，由于各分子磁矩在不同程度上呈有序排列，$\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{mi}\neq 0$，所以$\vec{M}\neq 0$；分子磁矩排列得越整齐，$\vec{M}$的数值就越大。

磁化强度$\vec{M}$的大小和方向还与外加的磁化磁场有关，即

$$\vec{M}=\chi\vec{H} \tag{1-42}$$

式中 χ——磁化率，它的大小表示物质在一定磁场下磁化的难易程度。

不同物质磁化的难易程度是不同的，$\vec{M}$与外加磁化磁场的关系也不相同。(关于这一点，我们在本章第四节内还要介绍)。当外加磁化磁场$\vec{H}$足够大时，介质内所有分子磁矩都与$\vec{H}$平行地排列整齐，则$\vec{M}$达到最大值，此时称介质被磁化到饱和，这种情况下的磁化强度称为饱和磁化强度，常以$\vec{M}_s$来表示。

饱和磁化强度是磁介质的一个重要物理量，它有三种表示形式：

1．单位重量（g）介质的饱和磁矩，其表达式如下：

$$\sigma_s=\frac{N_A P_m \mu_B}{m'} \tag{1-43}$$

式中 m'——介质的分子量；

P_m——介质的分子磁矩；

N_A——阿佛加德罗常数，$N_A=6.0225\times10^{28}/\text{mol}$；

μ_B——玻尔磁子，$\mu_B=0.2732\times10^{-24}\text{J/T}$。

把N_A、μ_B代入式(1-43)，可得：

$$\sigma_s=\frac{1.6453\times10^{-1}P_m}{m'} \tag{1-44}$$

2．单位体积（cm^3）介质的饱和磁矩为

$$M_s=\sigma_s d_x \tag{1-45}$$

式中 d_x——介质的x光理论密度。

3．$4\pi M_s$

我们之所以要引入这样的宏观量（介质中的磁感应强度$\vec{B}$和磁场强度$\vec{H}$等，它们都是这样的宏观平均值），是因为目前不论在实验技术上，还是在理论计算上，要想求得各微

观量和各微观量之间的关系都是比较困难的，所以，只好不去考察物质内部的微观结构，而只讨论这些宏观平均值之间的相互关系。

三、磁性介质中的宏观场

前面已讲到磁性介质内存在微观分子电流。如果介质本身又是导电的，则其内部也可以同时存在传导电流。通常，电流的分布状况可以用空间各点的电流密度 $\vec{j}$ 来表示。所谓电流密度，就是单位面积上的电流强度，也就是单位时间内通过单位面积上的电量。如果有一个面积元 $\Delta\vec{S}$，它上面的电流密度为 $\vec{j}$，则通过 ΔS 的电流强度 $I=\vec{j}\cdot\Delta\vec{S}$。电流密度是一个矢量，它的方向就是电荷运动的方向。

在微观区域内，介质中的总电流密度 $\vec{j}_{微}$ 是等于传导电流密度 $\vec{j}_{传}$ 和分子电流密度 $\vec{j}_{分}$ 的矢量和，即

$$\vec{j}_{微}=\vec{j}_{传}+\vec{j}_{分} \tag{1-46}$$

这里的 $\vec{j}_{微}$、$\vec{j}_{传}$ 和 $\vec{j}_{分}$ 都是指介质中任意一点的真正微观电流密度，它们与表示平均值的宏观电流密度是不同的。

我们可以将第一节中的结论，即恒定电流所产生的磁场规律加以推广，即认为毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律也适用于微观电流；于是，就可以由微观电流分布计算出微观区域中的磁感应强度 $\vec{B}_{微}$。

$\vec{B}_{微}$ 从微观尺度来看在空间各点变化很大，而且在时间上也有起伏。我们在介质中能够测量到的实际上是微观场，在物理无限小区域内的平均值，即 $\{\vec{B}_{微}\}$，它也就是通常所指的磁感应强度 $\vec{B}$，即 $\vec{B}=\{\vec{B}_{微}\}$。

再进一步推理，$\vec{B}_{微}$ 既然是由 $\vec{j}_{微}$ 所激发，则 $\vec{B}_{微}$ 的平均值 $\vec{B}$ 可以认为由微观电流密度的平均值 $\{\vec{j}_{微}\}$ 所激发的。依照式(1-46)，总的微观电流平均值应等于微观传导电流密度

平均值与分子电流密度平均值之和，即

$$\{\vec{j}_{微}\}=\{\vec{j}_{传}\}+\{\vec{j}_{分}\} \tag{1-47}$$

这里的微观传导电流密度的平均值$\{\vec{j}_{传}\}$，就是通常可以测量到的宏观传导电流密度$\vec{j}$。因此，如果我们同时能够知道微观分子电流密度的平均值$\vec{j}_m(=\{\vec{j}_{分}\})$，介质中的宏观场$\vec{B}$也就可以计算出来了。当然，实际计算时会遇到复杂的数学问题，但至少在原则上是能够解决的。

在前面我们看到，磁化强度$\vec{M}$是单位体积内的平均分子磁矩，它表示分子磁矩排列整齐的程度，因而它必然与微观分子电流密度的平均值$\vec{j}_m$相联系。下面我们就来讨论介质中的磁化强度$\vec{M}$与分子电流和分子电流密度的关系。

为了简化讨论，我们假设微观分子电流是许多相同的小电流圈，每个分子电流圈的电流强度为$I_{分}$，它们所包围的面积为$\Delta\vec{S}'$，每个分子电流圈的$\Delta\vec{S}'$可以有不同的取向，于是，每个分子电流圈的磁矩可写成：

$$\vec{P}_m=\frac{1}{c}I_{分}\Delta\vec{S}'$$

现在考虑介质中一个任意的曲面S，它被闭合曲线L所包围如图1-19 a 所示，通过曲面S的平均分子电流强度为

$$I_m=\int_S\vec{j}_m\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

式中 $\vec{j}_m$——平均分子电流密度。

由图1-19可以看到，分子电流圈和曲面S相切割的情况不外乎是两种：第一种情况是曲面S把分子电流圈切割成两半，对于这部分的分子电流圈，由于从曲面S出来的分子电流和进入曲面S去的分子电流恰好相等，因而它们对通过曲面S的电流并无贡献。第二种情况是曲面S将分子电流圈切

开一个缺口，而分子电流圈中电流所循的回路只穿过曲面 S 一次，由于它们不被抵消，所以对通过曲面 S 的总电流有贡献。根据这样的分析，通过曲面 S 的平均分子电流强度就只与后一种情况的分子电流圈有关。由图1-19 a 可以看出，只穿过曲面 S 一次的分子电流圈的电流回路都一定被包围曲面 S 的闭合曲线 L 所穿过。于是我们就可以把注意力集中到研究与闭合曲线 L 有联系的分子电流圈上。

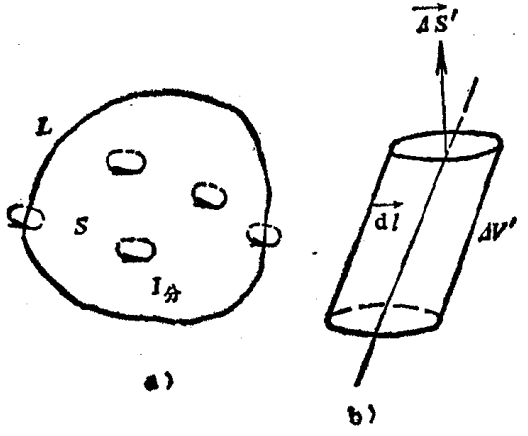


图1-19　计算通过任意曲线平均分子电流的示意图

现在，我们先来考虑闭合曲线 L 上的一个线段元 dl 内的电流。如图1-19 b 所示，我们取以分子电流圈 $\Delta\vec{S}'$ 为底，斜向长度为 dl 的小体积 $\Delta V'$。设 dl 穿过 $\Delta\vec{S}'$ 的中心，即那些中心在这小体积内的电流圈都被 dl 所穿过，而中心在 $\Delta V'$ 以外的电流圈都不会被 dl 穿过。那么，在小体积 $\Delta V'$ 内，由于 dl 很小，可以认为各个分子电流圈的 $\Delta\vec{S}'$ 是相同的，也就是说，在 dl 范围内，各个分子电流圈的磁矩 $\vec{P}_m$ 的方向是一致的。这样，在小体积 $\Delta V'$ 内的分子电流就可以写成为

$$\sum_{\mathrm{d}l} I_{分} = n\,(\Delta\vec{S}'\cdot \mathrm{d}\vec{l}\,)I_{分}$$

式中 n——单位体积内分子磁矩（即分子电流圈）的数目。

但是在小体积$\Delta V'$处的磁化强度$\vec{M}$为

$$\vec{M} = n\vec{P}_m = \frac{1}{c} nI_{分}\cdot \Delta\vec{S}'$$

于是有

$$\sum_{\mathrm{d}l} I_{分} = c\,\vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad (1\text{-}48)$$

这就是通过线段元$\mathrm{d}\vec{l}$的分子电流。因此，通过闭合曲线L的分子电流就有

$$\sum_{L}\left(\sum_{\mathrm{d}l} I_{分}\right) = \oint_{L} c\vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

从上面的分析知道，通过曲面S的平均分子电流强度等于被包围曲面S的闭合曲线L所穿过的分子电流的总和，于是有：

$$I_m = \int_{S} \vec{j}_m \cdot \mathrm{d}\vec{S} = c\oint_{L} \vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad (1\text{-}49)$$

因为曲面S和闭合曲线L是任意选的，所以式(1-49)在介质中是普遍成立的。

式（1-49）还可以改写成为微分的形式，即

$$\vec{j}_m = c\nabla\times\vec{M} \qquad (1\text{-}50)$$

也就是说，介质中任一点的平均分子电流密度$\vec{j}_m$，可以从磁化强度的旋度计算而得。或者说，知道了介质内各处的磁化强度$\vec{M}$，则介质中平均分子电流的分布也就知道了。再运用毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律，即能求出相应的磁感应强度。

在介质的体内，$\vec{j}_m = c\nabla\times\vec{M}$是指介质内部的电流密度。如果介质是均匀磁化的，则介质体内各点的$\vec{M}$都一样，且不

随 x、y、z 变化(x、y、z 系坐标)，即 $\vec{M}$ 为常数。那么，$\Delta\times\vec{M}$ 在各处皆等于零，于是 $\vec{j}_m=0$。但如果介质不是均匀磁化的，则 $\nabla\times\vec{M}\neq 0$，于是 $\vec{j}_m\neq 0$。

在二种介质的交界处，当界面两边的磁化强度不同时，即 $\vec{M}_1\neq\vec{M}_2$，可以证明分子电流的面密度 $\vec{K}_m$ 为

$$\vec{K}_m=c\,\vec{n}\times(\vec{M}_1-\vec{M}_2) \qquad (1\text{-}51)$$

式中 n——分界面法线方向的单位矢量，方向由介质Ⅰ指向介质Ⅱ；

$\vec{M}_1$，$\vec{M}_2$——分别为介质Ⅰ和介质Ⅱ在边界处的磁化强度。

总之，只有在磁化不均匀的地方，分子电流密度的平均值才不为零。为了进一步理解这个问题，我们举些例子加以说明。

均匀磁化圆柱体中的分子电流。

设有一圆柱体，如图 1-20 所示，沿轴向磁化是均匀的，且磁化强度为 $\vec{M}$，求其在圆柱体轴线上所产生的磁感应强度 $\vec{B}$。

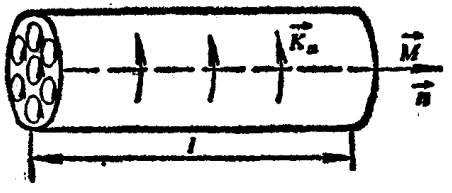


图1-20 被磁化了的介质中分子电流的合成

因为圆柱体是均匀磁化的，也就是磁化强度 $\vec{M}$ 在圆柱体内各处都是相同的，因此有 $\nabla\times\vec{M}=0$，于是在圆柱体内的分子电流密度 $\vec{j}_m=c\nabla\times\vec{M}=0$。

值得注意的是，这里得出的在圆柱体内 $\vec{j}_m=0$ 并不表示在圆柱体内的各处不存在分子电流。如果在圆柱体内真的不存在分子电流，则其磁化强度 $\vec{M}=\frac{1}{c}nI_{分}\cdot\Delta\vec{S'}=0$ 也是

必然的，所以圆柱体内 $I_{分}$ 不会等于零。那么，如何来理解 $\vec{j}_m=0$ 呢？那是因为 $\vec{j}_m$ 是一个宏观的平均值，$\vec{j}_m=0$ 只是表示从宏观的尺度平均来看的，即在圆柱体内部的各个微观分子电流相互抵消了。因而显示不出宏观的效果。关于这一点，我们不妨再通过下面的简单物理图象来加以说明。假设在上述均匀磁化的圆柱体介质中，各个分子电流圈都整齐地排列起来，并且它们磁矩的方向都平行于轴线。在观察圆柱体截面内的分子电流时，可以看到在截面内部每一点附近都有两个大小相等而方向相反的电流流过。所以，虽然微观的分子电流密度不等于零（$\vec{j}_{分}\neq 0$），但平均分子电流密度 $\vec{j}_m$ 则为零，即 $\vec{j}_m=\{\vec{j}_{分}\}=0$。

以上是圆柱体内部的情况。在圆柱的两个端面上（即上底和下底），因为 $\vec{M}_1=\vec{M}$，$\vec{M}_2=0$（在空气中 $\vec{M}_2=0$），并且 $\vec{M}_1$ 和端面法线 $\vec{n}$ 的夹角不是 0 就是 180°，所以端面上的分子电流密度 $\vec{K}_m$ 为

$$\begin{aligned}\vec{K}_m&=-c\vec{n}\times(\vec{M}_1-\vec{M}_2)\\&=-c\vec{n}\times\vec{M}_1\\&=0\end{aligned}$$

而在圆柱体的侧面，即圆柱面上，由于圆柱面的法线 $\vec{n}$ 与 $\vec{M}$ 互相垂直，$\vec{M}_1=\vec{M}$，$\vec{M}_2=0$ 所以圆柱面上的分子电流密度为

$$\begin{aligned}\vec{K}_m&=-c\vec{n}\times(\vec{M}_1-\vec{M}_2)\\&=-c\vec{n}\times\vec{M}\end{aligned}$$

这里 $\vec{K}_m$ 的方向与磁化强度 $\vec{M}$ 构成右手螺旋关系，数值为 cM。

利用讨论圆柱体内 $\vec{j}_m=0$ 的物理图象来讨论圆柱体侧面的情况，不难得出，在圆柱体边沿上的分子电流不可能被抵消，因而要显示出分子电流的平均面密度 $\vec{K}_m$，即 $\vec{K}_m\neq 0$。

综上所述，在均匀磁化的圆柱体中，分子电流的分布只有在圆柱体侧面上存在$\vec{K}_m=-c\vec{n}\times\vec{M}$。不难想象，在均匀磁化的圆柱体中，分子电流的分布相当于一个单位长度上有cM匝导线的螺线管。于是均匀磁化圆柱体的分子电流在其轴线上所产生的磁感应强度$\vec{B}$就可以应用式（1-9）来求得。只是要把式中的n换成cM，于是有

$$B=\frac{2\pi}{c}cMI(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$

$$=2\pi MI(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$

式中　I——每匝假想导线上的电流强度。

假设，圆柱体侧面的总电流强度为I'，圆柱体的长度为l，单位长度上的匝数为cM；则对于圆柱侧面来说有

$$I'=K_ml$$

这里由于在圆周方向上是假想的导线方向，在该导线沿圆周方向上各点的电流大小都相同，所以可以仅考虑在轴线方向上的长度。于是每匝假想导线上的电流强度有

$$I=\frac{I'}{cMl}=\frac{K_ml}{cMl}$$

$$=\frac{K_m}{cM}$$

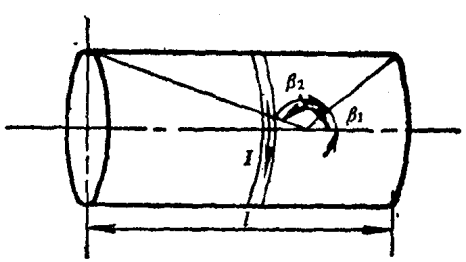


图1-21　被磁化了的介质中的磁感应强度

这样，均匀磁化圆柱体的分子电流在其轴线上所产生的磁感应强度B_0，用分子电流面密度K_m表示有如下的形式，即

$$B_0=\frac{2\pi}{c}K_m(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$$

式中　β_1、β_2的意义见图1-21。

四、介质中的磁场强度

我们认为毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律对于微观电流也适用。因此微观电流$I_{微}$的磁场也就必然具有恒定电流磁场的普遍性质，也遵从磁通量连续原理和安培环路定理。

对于介质中任一闭合曲线L应用安培环路定理，则有

$$\oint_L \vec{B}_{微} \cdot \mathrm{d}l = \frac{4\pi}{c}\Sigma I_{微}$$

考虑平均值之间的关系，便可相应地得到：

$$\oint_L \left\{\vec{B}_{微}\right\} \cdot \mathrm{d}l = \frac{4\pi}{c}\Sigma \left\{I_{微}\right\}$$

式中 $\{I_{微}\}$——被闭合曲线L所包围的电流，并且等于：

$$\{I_{微}\} = \int_S \{\vec{j}_{微}\} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

式中 S——闭合曲线L为边界的一个曲面，即L所包围的曲面。

这样，在介质中任一闭合曲线L上，都有

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S \left\{\vec{j}_{微}\right\} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}_f \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}_m \cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad (1\text{-}52)$$

但根据式 (1-49)，于是有

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}_f \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \frac{4\pi}{c} \cdot c \oint_L \vec{M}\mathrm{d}\vec{l}$$

可得

$$\oint_L (\vec{B} - 4\pi\vec{M})\mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}_f \cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad (1\text{-}53)$$

改写，则有

$$\oint_L (\vec{B} - 4\pi\vec{M})\mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\Sigma I_f \quad (1\text{-}54)$$

在此，我们定义一个新的矢量$\vec{H}$，即

$$\vec{H}=\vec{B}-4\pi\vec{M} \tag{1-55}$$

并称之为磁场强度。

引入磁场强度矢量$\vec{H}$，可以使介质中的安培环路定理有较简单的形式，即

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\frac{4\pi}{c}\Sigma I_f \tag{1-56}$$

式中 I_f——宏观传导电流。

显然，$\vec{H}$的环路积分只与宏观传导电流I_f有关，所以使用起来比较方便。特别是在应用这种关系去分析永久磁体激发磁场时，更为突出。对于永久磁体，因其传导电流$I_f=0$，所以式（1-56）变成为

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=0$$

而如果用$\vec{B}$，则有

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}_m\cdot d\vec{S}$$

式中 $\vec{j}_m$——分子电流的平均值。

显然，$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$还取决于分子电流的分布。

此外，引入磁场强度矢量$\vec{H}$还可以使电磁场的普遍方程——麦克斯韦尔方程组具有对称的形式，即

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\vec{B}&=0\\ \nabla\times\vec{B}&=\frac{4\pi}{c}\vec{j}\\ \nabla\cdot\vec{H}&=4\pi\rho_m\\ \nabla\times\vec{H}&=0\end{aligned} \tag{1-57}$$

式中 $\vec{j}$——电流密度；

ρ_m——磁荷密度。

因此，$\vec{H}$是一个很有用的物理量。

在真空中，由于$\vec{M}=0$，所以$\vec{B}=\vec{H}+4\pi\vec{M}=\vec{H}$；而在介质中普遍地有

$$\vec{B}=\vec{H}+4\pi\vec{M} \tag{1-58}$$

我们比较式（1-58）和式（1-39），可知$\vec{H}$在一般情况下并不等于外界传导电流所产生的磁感应强度$\vec{B}_0$，而只有在$\vec{B}'=4\pi\vec{M}$这一特殊情况下，$\vec{H}$才等于$\vec{B}_0$，因此不能把$\vec{H}$和$\vec{B}_0$相混淆。下面，我们举两个例子来看看各种情况下介质中的磁场强度。

环形介质中的磁场强度

如图1-22所示，在一平均半径为R的环形介质内的磁化强度为$\vec{M}$，并且在介质环内各处都相同，求其中的磁场强度$\vec{H}$。

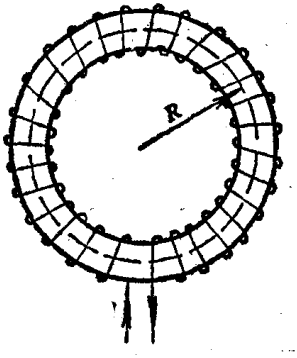


图1-22　闭合介质环

对于这个问题，有两种解法。

首先，我们在介质环上均匀而紧密地绕以线圈，就构成了一个螺绕环。设线圈共有N匝，并通以强度为I的电流。由于线圈绕得紧密而均匀，所以认为磁场只存在于环的内部，而环外各处的磁感应强度皆等于零。

由于对称性，圆环内各点的磁感应强度只可能有切向分量，并且在与圆环同心的圆周上各点的数值相同，当圆环的截面很小时，甚至可以认为环内任何一点的磁感应强度数值都相同。对于一个与环同心的圆周求环路积分，有

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\oint \mathrm{d}l = B2\pi R$$

应用安培环路定理后可得

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\Sigma I = \frac{4\pi}{c}NI$$

式中 N——线圈的总匝数；

I——线圈的电流强度。

于是有

$$B = \frac{2NI}{cR}$$

如果圆环上每单位长度的匝数为 n，$n = \frac{N}{2\pi R}$，则上式可改写成为

$$B = \frac{4\pi}{c}nI$$

这在形式上与无限长螺线管的磁感应强度〔式（1-10）〕相同。注意，这里的磁感应强度是由传导电流产生的，即应为 B_0。

根据式（1-51），可以求出圆环介质表面上的分子电流面密度 $\vec{K}_m$，即

$$\vec{K}_m = -c\vec{n}\times(\vec{M}_1 - \vec{M}_2)$$

因为 $\vec{M}_1 = \vec{M}$，$\vec{M}_2 = 0$（空气），所以有

$$\vec{K}_m = -c\vec{n}\times\vec{M}$$

由此，可以根据毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律算出由分子电流所产生的附加的磁感应强度 $\vec{B'} = 4\pi\vec{M}$，于是介质内的总磁感应强度 $\vec{B}$ 为

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B'} = \vec{B}_0 + 4\pi\vec{M}$$

而介质内的磁场强度 $\vec{H}$ 为

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}$$
$$= \vec{B}_0 + \vec{B'} - 4\pi\vec{M}$$

$$=\vec{B}_0$$

这就是说，圆环介质内的磁场强度$\vec{H}$等于由传导电流（螺绕环中所通过的电流）所产生的磁感应强度$\vec{B}_0$。

我们直接利用介质中的安培定理也可以求得圆环内的磁场强度$\vec{H}$。

对于与圆环同心的一个圆周，根据介质中的安培环路定理有

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\frac{4\pi}{c}NI$$

由于对称性，在这个圆周上各点的磁场强度$\vec{H}$之数值都相同，而且其方向都沿着圆周的切线方向；那么对其求环路积分，有

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=H\oint \mathrm{d}\vec{l}=H2\pi R$$

于是有

$$\frac{4\pi}{c}NI=H2\pi R$$

所以

$$H=\frac{2NI}{cR}$$

这个结果与第一种方法中，由传导电流所产生的磁感应强度B_0相同，因而是$H=B_0$。

以上两种方法所得到的结果相同，不过直接利用介质中的安培定理来求较为简便，这说明引入磁场强度$\vec{H}$是有方便之处的。

另外值得注意的是，在这种情况下，介质中的磁场强度$\vec{H}$等于螺绕环线圈中传导电流所产生的磁场强度B_0，即$\vec{H}=\vec{B}_0$。因此，在研究介质的磁化特性，例如研究磁化强度和磁场的关系，磁感应强度和磁场的关系等等时，往往采用环

形样品。这是由于磁场强度可以直接由传导电流等求得，所以只需测量出介质中的磁化强度或磁感应强度，就可以得出$M-H$或$B-H$的关系。

有缺口的环形介质中的磁场强度。

有一个平均半径为R，截面积为S_m的非闭合介质环，如图1-23所示，缺口的宽度为L_g，在介质环上均匀地绕有N匝线圈，线圈上通以强度为I的电流，介质内的磁化强度为$\vec{M}$。现在来求这样的环形介质中的磁场强度$\vec{H}$。

对于这个问题，磁场强度的计算将稍为复杂一些。因为此时，在介质环内的磁场强度和在空气隙（缺口）中的磁场强度不同，因而不能象在“环形介质中的磁场强度”中那样，由安培环路定理直接求出各处的磁场强度。但由于介质环上的线圈是均匀绕制的，所以介质是被均匀磁化的，因而在介质内部各处的磁化强度都是相同的，都等于$\vec{M}$。如果以B_m和H_m分别表示介质中的磁感应强度和磁场强度，则有

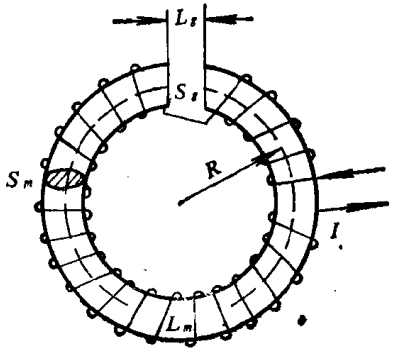


图1-23　开口介质环

$$\vec{B}_m = \vec{H}_m + 4\pi\vec{M}$$

如果以B_g和H_g分别表示空气隙中的磁感应强度和磁场强度，则又有

$$\vec{B}_g = \vec{H}_g + 4\pi\vec{M} = \vec{H}_g$$

这里考虑了空气隙中的$\vec{M}=0$。

应用磁通连续原理，在不考虑漏磁的情况下（当L_g很小

时可以这样地认为，并且$S_m=S_g$)，由介质流出的磁通量$\Phi_m=B_mS_m$，必然要等于流入空气隙的磁通量$\Phi_g=B_gS_g$，即

$$\Phi_m=B_mS_m=B_gS_g=\Phi_g$$

于是有

$$B_m=B_g$$

当认为在介质内与空气隙内的磁场是分别均匀的时候，沿着与介质环同心的圆周上，应用安培环路定理，则有

$$\oint Hdl=H_mL_m+H_gL_g=\frac{4\pi}{c}NI$$

但由于$H_m+4\pi M=B_m$，$B_g=H_g$，所以有

$$H_mL_m+(H_m+4\pi M)L_g=\frac{4\pi}{c}NI$$

再考虑到$L_m+L_g=2\pi R$，于是有

$$2\pi RH_m=\frac{4\pi}{c}NI-4\pi ML_g$$

由于线圈产生的磁场$B_0=\frac{2NI}{cR}$，所以有

$$H_m=B_0-4\pi\left(\frac{L_g}{2\pi R}\right)M \qquad (1\text{-}59)$$

注意，这里介质中的磁场强度H_m和由传导电流I所产生的磁感应强度B_0是不相等的。

作为以上讨论的归结，我们来谈谈磁场强度$\vec{H}$的物理意义。

磁化介质对磁场的影响，可归结为有序排列的分子磁矩$\vec{P}_m$对磁场的影响。而分子磁矩$\vec{P}_m$可以看成由分子电流圈所产生的$\left(\vec{P}_m=\frac{1}{c}IS\vec{n}\right)$，也可看成是由磁荷构成的磁偶极子所产生的$(\vec{P}_m=q_m\vec{l})$。这两种观点，我们在讨论远源区所激发的磁场时，已经看到它们是等效的；但是在近源区内，二者并不等效。

当采用分子电流观点时，任意一点的磁感应强度为

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

式中 $\vec{B}_0$——传导电流所产生的磁感应强度；

$\vec{B}'$——分子电流所产生的磁感应强度。

当采用磁荷观点时，任一点的磁场是用磁场强度来表示，这个磁场强度$\vec{H}$也可以表示为

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'$$

式中 $\vec{H}_0$——传导电流所产生的磁场强度，它实际上等于$\vec{B}_0$，即$\vec{B}_0 = \vec{H}_0$；

$\vec{H}'$——磁化介质中的磁荷所产生的附加的磁场强度。

这样，当考虑的点是在介质以外时，由于这个点对任一分子磁矩来说都可看作远源区，如前所述，对于远源区所激发的磁场来说，无论是从分子电流观点还是从磁荷观点，它们是等效的，于是$\vec{B}' = \vec{H}'$，又由于$\vec{B}_0 = \vec{H}_0$，所以在介质外有

$$\vec{B} = \vec{H}$$

当考虑的点是在介质以内时，因为至少对一部分分子磁矩$\vec{P}_m$来说是属于近源区，而对于近源区所激发的磁场，采用分子电流观点和磁荷观点则是不等效的，因此$\vec{B}' \neq \vec{H}'$，尽管$\vec{B}_0 = \vec{H}_0$，但总的磁场（在介质内）仍然是不等的，即

$$\vec{H} \neq \vec{B}$$

它们之间的关系是

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$$

第四节 物质的磁性

一、原子的磁性

前面讲过，电子的自旋磁矩、轨道磁矩和核磁矩是一切

物质磁性的根源。而物质是由原子、分子组成的，原子（或离子）又是由原子核和围绕核运动的电子组成的。那么，为什么有的原子（或离子）有强的磁性，有的则没有强的磁性呢？这和它们的结构有关。所以在讨论物质磁性时，从原子磁性谈起。

对于大多数物质来说，原子核的磁矩要比电子的磁矩小得多。这是因为原子核的质量远大于电子的质量，而它们自旋的角动量则差不多，于是原子核的角速度就要比电子的角速度小得多。角速度小，相应的由核运动所形成的微观电流和磁矩也就小了。所以物质的磁性是以电子的磁矩，尤其是以它的自旋磁矩起主要作用。

在原子中，环绕原子核运动的电子好象一片云雾一样笼罩着原子核，因而也称电子云。电子云分成若干主层，如：1、2、3、4、……(或K、L、M、N、……)等层，每一层中最多能容纳电子的数目等于$2n^2$，这里的n是该层的顺序号。每一电子主层又可以分成若干子层，分别称为s、p、d、f等子层，相应于这些子层的有s、p、d、f电子。每一子层上的电子数也是有限的，例如，s子层的电子不能多于2个，p子层的电子不能多于6个、d子层不多于10个、f子层不多于14个。由于每一层上的最多容纳的电子数是已知的，并且等于$2n^2$，所以可以确定出每一层有多少子层：

主壳层	K	L	M	N
	(1)	(2)	(3)	(4)
子层	$1s$	$2s\,2p$	$3s\,3p\,3d$	$4s\,4p\,4d\,4f$ ……
最多电子数	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14 ……

每个原子中有一定数目的电子，但根据波尔对原子模型的分

析，它们所产生的轨道磁矩差不多是完全被相互抵消了，电子的自旋磁矩也是被互相抵消的，因而从整个原子来看，磁矩应等于零。但是，有一些物质在它的原子结构中，电子壳层上只有不足数的电子，于是轨道磁矩和自旋磁矩便不完全相抵消，因此有未被抵消的磁矩对外表现了磁性。整个原子对外所产生的磁矩称作原子的磁矩。

现以铁原子为例加以说明。铁的原子序数为26，因此它有26个核外电子，这些电子以原子核为中心分成4个壳层来运动，如图1-24所示。第一层（K层）有两个电子，它们的轨道运动和自旋运动的方向正好相反，所以磁矩作用相互抵消。第二层（L层）有8个电子。第四层（N层）有2个电子，它们都有相等而又相反的轨道磁矩和自旋磁矩，所以产生的总磁矩也等于零。唯有在第三层（M层）上的14个电子中因9个电子是向着一个方向自旋，有5个电子向着另一个方向自旋，因而这些电子所产生的自旋磁矩不能互相抵消；同样，这些电子的轨道磁矩也不能互相抵消，这些没有被抵消的磁矩便形成了铁原子的原子磁矩。

对于离子也是这样，可以按照未被抵消的电子数来计算离子的磁矩。表1-1列出一些金属离子的磁矩数。

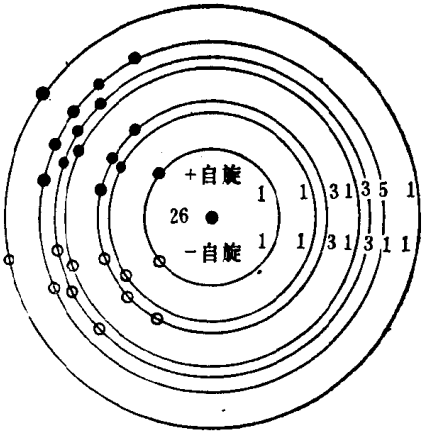


图1-24　铁原子中电子的圆形轨道

表1-1 一些金属离子的磁矩

离子	未被抵消的电子数	离子磁矩(μ_B)
Cr^{3+} Mn^{4+}	3	3
Cr^{2+} Mn^{3+}	4	4
Mn^{2+} Fe^{3+} Co^{4+}	5	5
Fe^{2+} Co^{3+}	4	4
Co^{2+} Ni^{3+}	3	3
Ni^{2+}	2	2
Cu^{2+}	1	1
Cu^{1+} Zn^{2+}	0	0

二、物质按磁性分类

如前所述，组成宏观物体的原子（或离子）具有一定的磁性，因此宏观物体都具有不同程度的磁性。但是，由于各种物质的结构不同，使物质中原子或分子的磁矩的大小及其相互作用的结果也不同。所以不同结构的物质，在外磁场作用下，磁性的表现形式也不同。根据物质在外磁场作用下磁性表现的不同，可把物质分为以下几类。

（一）抗磁性

所谓抗磁性，就是在外加磁场作用下，原子系统获得与外磁场方向相反的弱磁性现象。属于抗磁性的物质有惰性气体、许多有机化合物、石墨以及若干金属、非金属等。例如，

铋、锌、铜、银、金、硫、硅、磷、锑、汞……。

抗磁性物质的特点是它的磁化率 $\chi < 0$，χ 与磁场的强弱及温度高低无关。

我们知道，如果原子的电子壳层是被电子充满的，原子的磁矩则等于零，或者虽然原子的磁矩不等于零，但由某些原子组成的分子的总磁矩等于零。一切物质在外磁场作用下，电子的轨道运动要产生一个附加运动，因而就要产生相应的磁矩。根据电磁感应定律（即楞次定律），由磁场感应作用产生的磁矩必然和外磁场的方向相反（见图1-25 a），因而磁化率 $\chi < 0$。由此可见，抗磁性是普遍存在于所有的物质之中的。但由于所产生的磁矩很小，因而只有原子、离子或分子的固有磁矩为零时，它才能观察出来。对于抗磁性物质来说 $|\chi|$ 大约只有 10^{-5} 数量级。抗磁性物质的磁化曲线为一条直线，见图1-25 b。

（二）顺磁性

在外磁场作用下，能呈现出十分微弱的磁性，并且磁化强度方向和外磁场方向相同，即磁化率 $\chi > 0$。但 χ 的数值很小，一般是在 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 范围内。属于这类材料的磁性叫做顺磁性。具有顺磁性的物质是很多的，许多稀土金属和铁族元素的盐类、碱金属钠、钾等都是，在较高温度下（高于居里温度）的铁、钴、镍、钆等也是

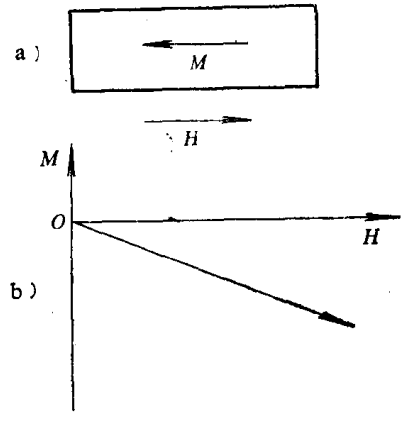
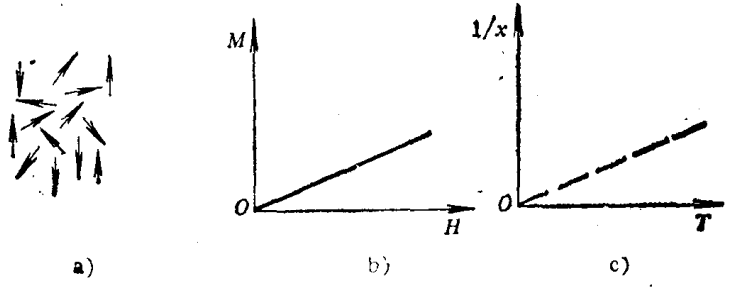


图1-25　抗磁性物质及其磁化曲线

顺磁性的。

在正常情况下，组成顺磁材料的原子、离子或分子都具有未被抵消的电子磁矩，因而具有一个固有磁矩。在没有外磁场作用时，材料内部的原子因不规则的热运动，使各原子磁矩取向混乱，见图1-26 a 。因此磁矩相互抵消，对外不表现出宏观的磁性。在外磁场作用下，各原子磁矩转向外磁场的方向，因此对外就显示出磁性。这样，材料就被磁化了，而且其磁化强度$\vec{M}$和外磁场$\vec{H}$的方向是一致的，所以$\chi > 0$。顺磁物质的磁化曲线也是一条直线，见图1-26 b。除了少数顺磁物质如钠、钾的顺磁磁化率χ与温度T无关外，大多数顺磁物质的磁化率χ随着温度的上升而下降。温度升高，原子热运动加剧，原子热运动能量增大，要使原子磁矩转向外磁场$\vec{H}$方向就困难，因而χ下降。图1-26 c示出顺磁物质的$\frac{1}{\chi}-T$关系。



a)　　b)　　c)

图1-26　顺磁性物质及其$M-H$，$\chi-T$曲线

（三）铁磁性

在物质中，有这样一类的物质，它们在磁场中非常容易被磁化，而且在被磁化时表现出非常强烈的磁性。人们把具有这样的一类物质叫做铁磁物质。铁、钴、镍以及它们的合金、某些稀土元素的合金和化合物、还有铬、锰的一些合金

都是铁磁物质。

铁磁物质的基本特点是，在相当弱的磁场作用下也能被磁化，其磁化率 $\chi \gg 0$，χ 的数值在$10^{-1}\sim10^{5}$数量级范围内，磁化率 χ 不但是磁场 $\vec{H}$ 的复杂函数，而且其变化规律还与磁化前样品的磁状态有关。铁磁物质的磁化强度 $\vec{M}$ 和外加磁化磁场 $\vec{H}$ 的关系是特殊的（见图1-27 a），即表现出磁化曲线和磁滞回线。另外，当温度超过某一温度时，铁磁性物质就变成为顺磁性物质（见图1-27 c、b）。使铁磁性消失而转为顺磁性的温度通常称为居里温度。图1-27给出铁磁性示意图。

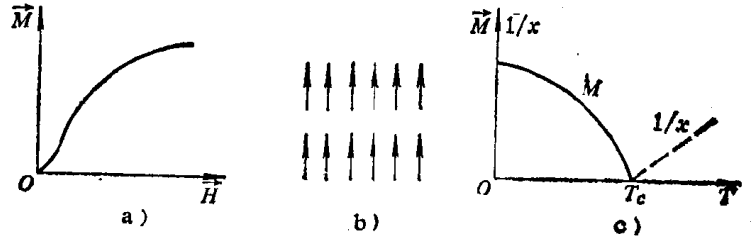


图1-27　铁磁性物质及其M-H、χ-T曲线

（四）反铁磁性

反铁磁性属弱磁性，在反铁磁性物质中，原子(或离子)磁矩分为对等的两组，它们各自形成一个次点阵。在同一次点阵内原子（或离子）的磁矩是互相平行的，但两个次点阵的磁矩则是彼此反平行的，见图1-28 a。由于两个次点阵的总磁矩相等、方向相反，所以从整体上看磁矩是被互相抵消了，因而不表现出磁性。

如果对反铁磁性物质加上一个磁化磁场，由于磁化磁场的作用，使各原子（或离子）磁矩勉强地转向外磁场，从而出现了一个倾斜角。由于它们的磁矩没有完全被抵消，所以

从整体上看就表现出弱的磁性来，见图1-28 b。对于反铁磁性物质，磁化率 $\chi > 0$，但其数值很小，一般只有 $10^{-5}\sim10^{-3}$ 数量级。图1-28 c 给出一个典型的反铁磁性物质的 $\frac{1}{\chi}-T$ 曲线。其中 T_c 是居里温度(是虚假的)，T_N 叫做耐尔点。较有代表性的反铁磁性物质有：MnO、α-Fe_2O_3、FeO、CoO、NiO、Cr_2O_3、MnS、FeS、MnSe、MnTe、Cr、α-Mn、Ce、Nd、Sm、Tm等等。

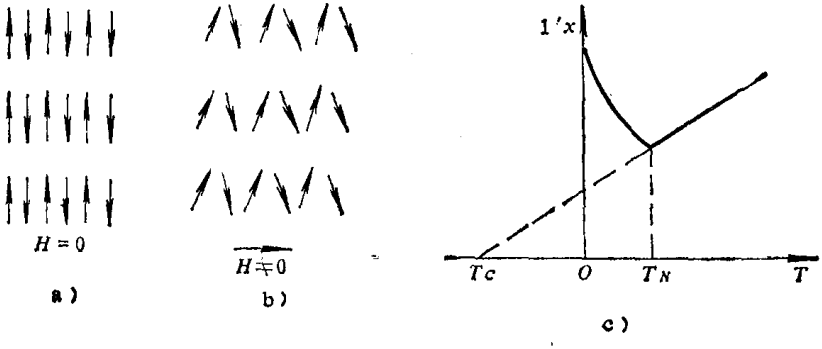


图1-28　反铁磁性物质及其χ-T曲线

（五）亚铁磁性

亚铁磁性属于强磁性。在亚铁磁性物质中，离子磁矩分为两组，在每一组内，离子磁矩是互相平行的，但在两组间它们是反平行的，并且数值不等。因此反平行的磁矩并不彼此抵消。这样从整体上看会呈现出磁性，见图1-29 a。所以亚铁磁性实质上是一种未被抵消的反铁磁性。

和铁磁性物质一样，亚铁磁性物质很容易被磁化，它的磁化率 $\chi \gg 0$，其 $\frac{1}{\chi}-T$ 曲线见图 1-29 b，亚铁磁性物质的M-H曲线见图1-29 c。最典型的亚铁磁性物质是铁氧体。

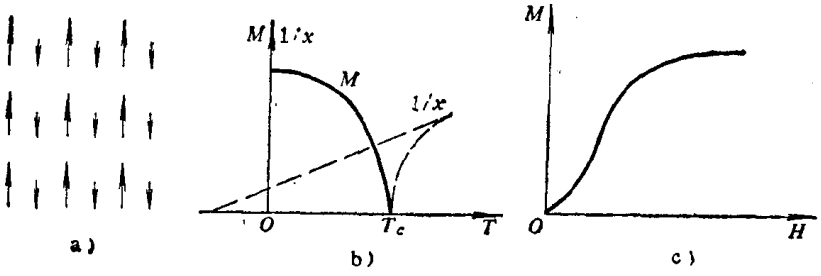


图1-29　亚铁磁性物质及其M-T、$\frac{1}{\chi}$-T、M-H曲线

综上所述，物质依磁性分类可归纳如下：

材料按磁性分类
- 组成成分中，分子、原子或离子无固有磁矩——抗磁体（感生磁矩）
- 组成成分中，分子、原子或离子有固有磁矩
 - 弱磁体
 - 顺磁体（磁矩排列混乱）
 - 反铁磁体（磁矩有序排列）
 - 强磁体
 - 铁磁体（磁矩有序排列）
 - 亚铁磁体（磁矩有序排列）

三、强磁体内的磁畴

如前所述，强磁性物质可以在很弱的磁场中获得很强的磁性。这类物质为什么具有这种特性呢？现在知道，与顺磁性物质相比，问题不在于组成物质的原子本身所具有的磁矩大小，而在于强磁性物质内部的原子磁矩在没有外加磁场作用下，就已经以某种方式排列起来。也就是说，在无外磁场作用下，就已经达到一定程度的磁化，因为这种磁化不是在外加磁化磁场作用下产生的，故称为自发磁化。

既然强磁性物质内部存在着自发磁化，那么为什么强磁性物质在没有外加磁化磁场磁化以前，不呈现出宏观的磁性来呢？进一步的研究表明：强磁性物质内的自发磁化是分成为许多小区域的，在每一个小区域中，原子磁矩是按同一方向平行排列的，这样的小区域通常叫做磁畴。在未经磁化的强磁性物质内，各磁畴的自发磁化强度的取向是杂乱的，如图1-30 a 所示。因而它们的磁矩互相抵消了，所以整个物体对外不显现出磁性。通过计算证明，一个磁畴的体积大约为 $10^{-15}m^3$，而一个原子的体积大约是 $10^{-30}m^3$，因此每个磁畴内可以包含有 10^{15} 个原子。当对强磁性物质加上磁化磁场时，各个磁畴的磁矩转向外磁场方向（见图 1-30 b），所以只要一个不太强的外加磁化磁场，就可以使强磁性物质获得很强的磁性。所以强磁性物质内存在着自发磁化的小区域——磁畴是强磁性物质强磁性的来源。磁畴是可以通过实验加以观察的。

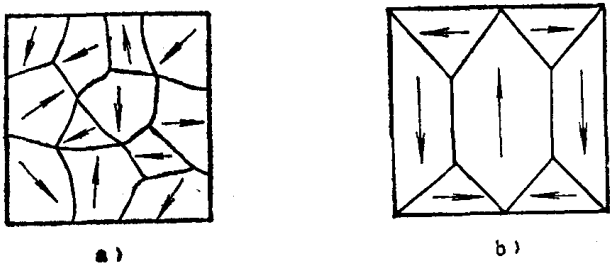


图1-30　磁畴

强磁性物质内部为什么会分成许多磁畴呢？我们知道，自然界中的一切物质，当其中所含的能量最低时是最稳定的。在强磁性物质内也是这样，如果整块的强磁性物质只存在着一个磁畴，那么这块物质便在其四周空间形成一个磁场，如

图1-31 a 所示，这个磁场包含着很高的能量。如果把强磁性物质分成两个磁畴，而两个磁畴的磁矩取向是相反的，即一个磁矩向上，另一个磁矩向下，如图1-31 b 所示。这样就使得整块物质在空间所形成的磁场能量大为减小。如果这块物质再分，则在其周围空间所形成的磁场能量会更加减小，如图1-31 c 所示。为了进一步降低磁场能，磁畴结构组成闭合的回路，以便使对外所产生的磁场能量近于零，如图1-31 d 、e 所示。

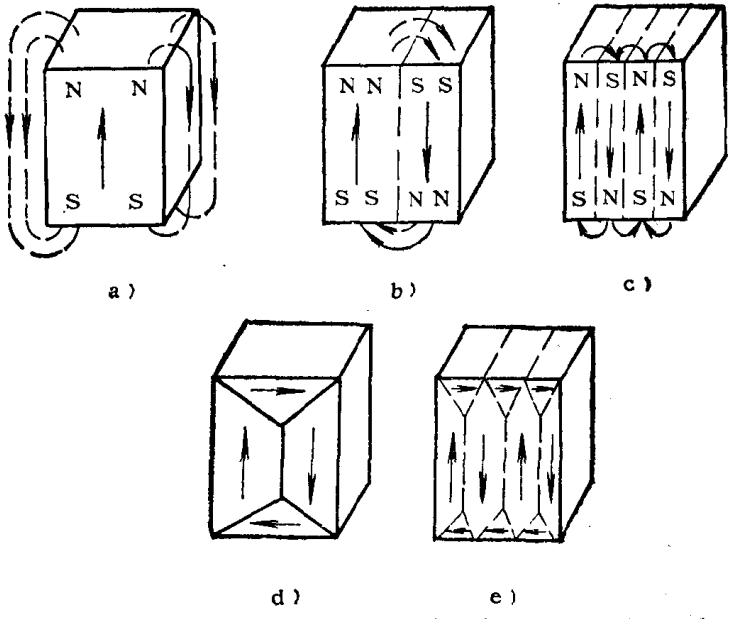


图1-31　磁畴的形成示意图

任何相邻的两个磁畴既然各有不同的自发磁化强度的方向，由于磁矩取向的改变不能是突然间发生的，因此它们之间必然有一个过渡层。在这层物质内，自一个磁畴的自发磁化的方向过渡到另一个磁畴自发磁化的方向。这个在相邻的

磁畴之间，存在着磁矩方向逐渐改变的过渡层称为磁畴壁，如图1-32所示。

磁畴划分得愈细，则强磁性物质形成的磁场能量愈低，强磁性物质愈稳定；但是这不可能是无限的，因为那样磁畴之间必然存在的畴壁数目就越多，而在磁畴壁中，原子磁矩的取向是逐渐变化的，所以其中必然存在有畴壁能，这样，从总体上说，畴壁能就越大。当磁场能量的降低弥补不了畴壁能的增加时，磁畴就不能再分下去。所以磁畴的大小应由强磁性物质的畴壁能和所形成的磁场能总和最低的条件来决定。

四、磁化曲线

强磁性物质的特点在于它的磁感应强度 $\vec{B}$ 和外加的磁化磁场 $\vec{H}$ 的关系是特殊的，具体地说，具有磁化曲线和磁滞回线。

强磁性物质从磁中性状态（即退磁状态）开始，受到一个从零起单调增大的磁化磁场作用时，所得到的磁感应强度（或磁化强度）随磁场变化的曲线叫做初始磁化曲线，通常简称为磁化曲线，如图1-33所示。

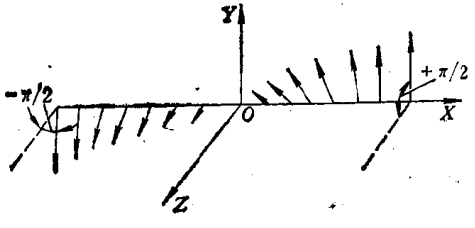


图1-32　畴壁

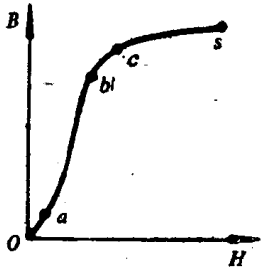


图1-33　磁化曲线

磁化曲线是表征强磁性物质特性的曲线。曲线的形状跟物质的成分、加工方法、热处理方式、切割方向等等因素有关。

强磁性物质的磁化过程可以分为几个阶段。当外加磁化磁场$H=0$时，强磁性物质的磁感应强度$B=0$，强磁性物质处于磁中性状态，如图1-34 a 中的 o 点，这时物质内各个磁畴的自发磁化强度是杂乱的取向，如图1-34 b 所示。当H自零开始增加时，则B随着H的增加而增加。在第一阶段，曲线(oa) 的斜率是小的。当磁场强度H自零增加到H_1范围内的任何值后，如将H减小到零，则H与B的关系会按照原来的曲线（即ao曲线）返回到原点（o 点），所以这段的磁化过程称为可逆的磁化过程。第二阶段，曲线 (ab) 的斜率很快地增大，也就是说，只要外加的磁化磁场增加一点点，就可以使物质内的磁感应强度B有很大的增加。当外加的磁化磁场超过H_1后，如果将H减小，则B与H的关系便不可能沿着原来的曲线 (ba) 返回原来的出发点。这阶段的磁化过程是不可逆的。联系到强磁性物质内部的磁畴变化，以上两个阶段的磁化过程是磁畴壁位移的磁化过程。在这一磁化过程中，相邻的两个自发磁化强度取向不同的磁畴处在外磁场中时，其中自发磁化强度取向对外磁场较为接近的一个在能量上是有利的，而取向相反的磁畴在能量上是不利的。因此，在外加磁化磁场作用下，使得前一个磁畴的体积不断扩大，而使得后一个磁畴的体积不断减小。这两个磁畴体积的相对变化，是通过磁畴壁的位移运动来实现的，所以称为畴壁位移的磁化过程。第一阶段叫做畴壁位移的可逆部分，第二阶段称为畴壁位移的不可逆部分。见图1-34 a 和 c 。

强磁性物质磁化的第三个阶段，曲线 (bc) 的斜率要比第二阶段来得小。在一般的情况下，当畴壁位移磁化，使整

个强磁性物质的自发磁化强度大致上建立了同一方向的取向后，接着为了使磁化进一步增强，于是强磁性物质中自发磁化强度就由原来的方向转向外磁场的方向，这一过程通常称为旋转磁化过程或称畴转过程。畴壁位移过程需要的外加磁化磁场较小，而要使磁畴转动过程发生，则需要较大的外加磁化磁场。参见图1-34 d 和 e 。

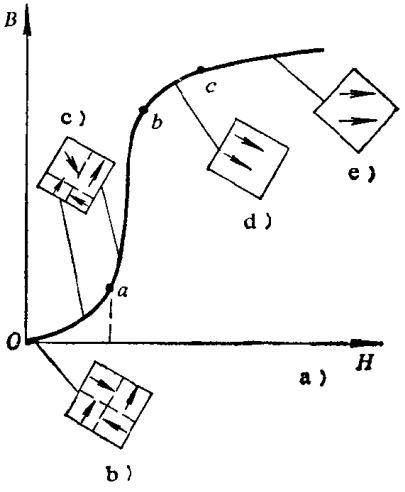


图1-34　磁化过程的几个阶段

第四阶段(c 点以上的曲线)，曲线的斜率再次降低，B–H 关系成为一条直线，其斜率固定为

$$\frac{\text{磁感应强度 } B \text{ 的增量}}{\text{磁化磁场 } H \text{ 的增量}} \approx 1$$

事实上，上式只有当磁化磁场增加到十分大时才会成立。这一阶段称为技术磁化饱和阶段。所谓磁饱和，就是指强磁性物质受到足够强的外加磁化磁场作用下，磁化强度再不随着磁化磁场 H 的增加而增加。但是，图1-34 a 的曲线在 c 点以上并不是水平的，为什么？这是因为这里的纵坐标是磁感应强度 B 而不是磁化强度 M，而 $B = H + 4\pi M$，虽然此时，M 不随 H 的增大而增大了，但由于 H 还在增大，所以 B 还是要增大的；如果纵坐标取磁化强度 M，则在技术磁化饱和后，M–H 的曲线就不会再上升，而是呈一水平线了。

技术磁化饱和阶段开始的磁场强度，称为饱和磁化磁场

强度 H_s；而与 H_s 相对应的磁感应强度 B_s 称为饱和磁感应强度。

对于每一种强磁性物质来说，如果外加磁化磁场 H 一定，那么它具有的磁感应强度 B 值也就一定。单位磁场强度在物质中所感生的磁感应强度，即 $\mu=\frac{B}{H}$ 叫做绝对磁导率。它是磁化曲线上任一点 B 和 H 的比值，也就是该点与坐标原点连线的斜率。绝对磁导率表示物质磁化的难易程度。真空绝对磁导率通常以 μ_0 表示，其值在国际单位制中是 $4\pi\times10^{-7}$ H/m，在CGS实用单位制中为1。物质的绝对磁导率与真空绝对磁导率之比，叫做相对磁导率 μ_r。

从磁化曲线（图1-34 a）中不难看出：磁化曲线上各点的斜率是不同的，这表明在不同磁化磁场下，强磁性物质的磁导率是不同的。图1-35示出磁导率 μ 与磁化磁场 H 的关系曲线。由图可见，当外加磁化磁场 H 较小时，磁导率接近于 μ_i，μ_i 称为起始磁导率，也叫初始磁导率。它的定义是：磁性体在磁场很弱的情况下磁导率的极限值，即

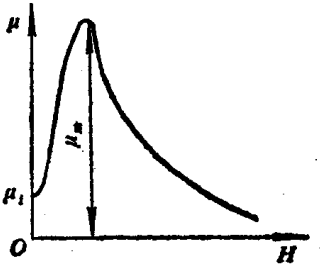


图1-35 磁导率与磁场的关系曲线

$$\mu_i=\frac{1}{\mu_0}\lim_{H\to 0}\frac{B}{H}$$

式中 μ_0——真空绝对磁导率 (H/m)；

H——磁场强度 (A/m)；

B——相应的磁感应强度 (Wb/m²)。

随着磁化磁场 H 的增加，磁导率 μ 也增大，当 H 增大到某一

数值时，也就是相当于图1-34 a 中上升最快的地方，磁导率达到最大值。此时的磁导率称为最大磁导率，通常以μ_{max}表示。随后当磁化磁场H再增大，则磁导率μ也逐渐地减小。

五、磁滞回线

强磁性物质的另一个特点就是具有磁滞回线。

如前所述，当外加磁场H增大到H_s时，强磁性物质就被磁化到饱和，即B_s。此后若逐渐减小外加磁场，则强磁性物质中的磁感应强度B将随着磁场强度H的减小而减小。但B-H的关系只有在c点以上才沿着原来的曲线下降，在c点以下则不再按$cbao$曲线下降，而是按cd曲线下降，见图1-36，表现出B的变化落后于H的变化，强磁性物质的这种磁感应强度B的变化落后于外加磁化磁场H变化的现象，叫做磁滞。强磁性物质的磁滞是由不可逆磁化引起的。当外加磁化磁场H减到零时（$I=0$），强磁性物质中的磁感应强度仍然有一定的数值B_r，叫做剩余磁感应强度，或简称为剩磁。此时若改变外加磁场的方向并逐渐增加负向的外加磁场，则B-H关系按B_re曲线变化。当外加反向磁场增加到$-H^o$时，强磁性物质中的磁感应强度B变为零，这个使强磁性物质的磁感应强度B变为零的磁场强度称矫顽力，通常以$_BH_c$表示。如果纵坐标不是B而是磁化强度M，使磁化强度减小到零时的磁场强度叫做内禀矫顽力并以$_MH_c$表示。

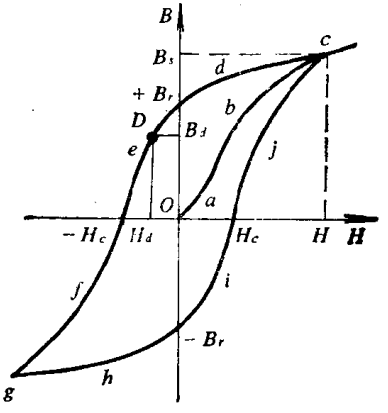


图1-36　磁化曲线和磁滞回线

通常强磁性物质的${}_{M}H_{c}$总大于${}_{B}H_{c}$。图1-36中的B_r-e-H_c这段曲线叫做“退磁曲线”。在退磁曲线上的每一点都对应着一个磁感应强度B和一个磁场强度H值，我们把退磁曲线上D点所对应的B_d和H_d值相乘叫做强磁性物质在D点的磁能积。显然在退磁曲线上的磁能积有许多，但其中有一个磁能积值最大，称为“最大磁能积”，常用$(BH)_{max}$来表示。$(BH)_{max}$是永磁材料的重要指标参数。以后若将外加的反向磁场继续增大，则B-H关系将沿着$-H_c$-f-g曲线变化，此时强磁性物质中的磁感应强度B变为负值，一直达到负向的饱和状态。如果把负向的外加磁场强度H逐渐减小到零后再改变方向并逐渐地增大，则B-H关系将沿着g-h-$-B_r$-i-H_c-j-c曲线变化，于是曲线闭合了。这样的闭合曲线称为磁滞回线，也叫做静态磁滞回线。

强磁性物质受到某一交变磁场的反复磁化时，最初交变场的每一周期所得到的磁滞回线虽然很接近，但并不相同。经过多次反复磁化后，所得到的磁滞回线就比较稳定，它与交变磁场的循环次数无关，这样的状态称为循环磁状态。强磁性物质处于循环磁状态时得到的相对于坐标原点是对称的磁滞回线叫做正常磁滞回线。当交变磁场的振幅足够大，能使磁化达到饱和状态，这样得到的正常磁滞回线称为饱和磁滞回线。饱和磁滞回线所包围的面积最大。如果再加大交变磁场的振幅，则磁滞回线的形状基本上就不再

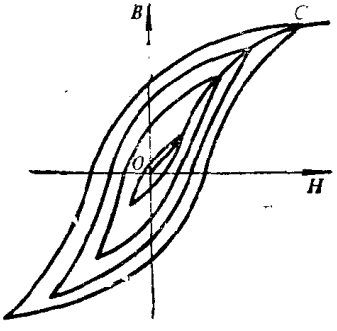


图1-37　基本磁化曲线

变化了。但如果减小交变磁场的振幅，则得出不同的磁滞回线族，如图1-37所示。如果将这些磁滞回线的顶点连接成一条曲线，则其形状类似于初始磁化曲线，通常称其为基本磁化曲线。见图1-37。

第五节　自身退磁效应

一、关于退磁场

首先让我们看一个实验，用同样的磁性材料做成两个形状、尺寸完全一样的圆环，见图1-38 a，只是把其中的一个圆环切去一个小段，形成一个狭窄的空气隙，如图1-38 b所示。在这两个圆环上绕以同样匝数的磁化线圈，并通入使试样达到饱和磁化的电流 I，则此时磁化电流 I 要产生一个磁场 $\vec{H}$，磁性材料被 $\vec{H}$ 磁化并达到饱和，所以材料内部有

$$B_s = H_e + 4\pi M_s, \qquad (1\text{-}60)$$

式中　H_e——材料内的真实磁场，也称有效磁场；

B_s——材料的饱和磁感应强度；

M_s——材料的饱和磁化强度。

然后，将外加的磁化电流 I 逐渐减小至零，即 $I = 0$，此时实验测量表明，两个试样中材料所处的磁化状态完全不同。

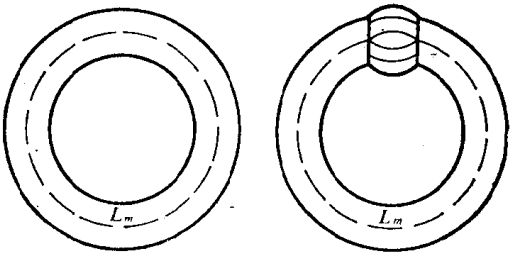


图1-38　闭合介质环和开口介质环

对于闭合圆环的试样有

$$H_e = H = 0$$

$$B = H_e + 4\pi M = 4\pi M_r \qquad (1\text{-}61)$$

式中 M_r——剩余磁化强度。

也就是说，在闭合圆环试样中的磁场到处都等于零。关于 $H_e = H$，请见本章第三节“环形介质中的磁场”。

对于开有气隙的试样有

$$H_e = H + H_d = H_d < 0 \qquad (1\text{-}62)$$

$$B = H_e + 4\pi M = H_d + 4\pi M = 4\pi M - |H_d|$$

也就是说，在开有气隙的试样内真实的磁场（有效场）H_e并不等于零，而是等于一个具有负值的磁场 H_d。试验还表明，H_e的大小与试样的磁化强度M成正比，且与试样的尺寸、形状有关；H_d 的方向与试样的磁化强度M的方向相反，通常H_d可写为

$$H_d = -NM \qquad (1\text{-}63)$$

式中负号是表示 H_d 的方向与磁化强度M的方向相反；N称为退磁因子，N的数值与被磁化试样的形状、尺寸有关。正因为 H_d的方向与磁化强度的方向相反，因而H_d有减退磁化的作用，所以通常称H_d为退磁场。

我们曾在“有缺口的环形介质中磁场强度”（见本章第三节）讨论时，推导过介质中的真实磁场H_m为

$$H_m = B_0 - 4\pi\left(\frac{L_g}{2\pi R}\right)M$$

式中 B_0——磁化线圈传导电流所产生的磁场，它相当于式(1-62)中的H，而$-4\pi\frac{L_g}{2\pi R}M$则相当于式(1-62)中的H_d。其证明如下：

设有一永磁材料做成的平均半径为R、开有气隙长度为

L_g的圆环试样，在试样上均匀地绕以线圈并通以磁化电流 I，如图1-39所示。我们来计算试样内的退磁场H_d。

为了简化计算，假定试样内部的退磁场是均匀的，并且不考虑漏磁，即认为除了试样环内和气隙外，其他地方的磁场均为零。气隙处磁场分布的截面 S_g 和试样环的截面S_m相同。

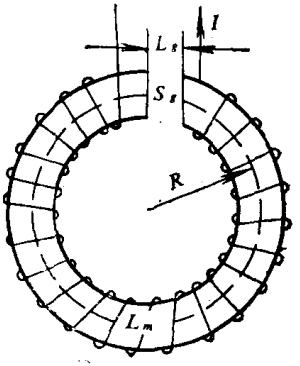


图1-39 开口磁环

当线圈通以足够大的磁化电流 I 时，线圈要产生一个磁场H，试样被H均匀磁化，其磁化强度为M，然后把 I 降到零，即 $I=0$，此时线圈中的磁化磁场H也变为零，即$H=0$；但由于试样是永磁材料做成的，则试环内仍有均匀的磁化强度M。根据磁通量连续原理，此时有

$$\Phi_m=\Phi_g$$

因为$S_m=S_g$，所以有

$$B_m=B_g=\mu_0 H_g=H_g \qquad (1\text{-}64)$$

式中 Φ_m、B_m——试样中的磁通量和磁感应强度；

Φ_g、B_g、H_g——气隙中的磁通量、磁感应强度和磁场强度；

μ_0——空气磁导率。

沿着与试样环同心的圆周上运用安培环路定理，则有

$$\oint \vec{H}\ d\vec{l}=H_m L_m+H_g L_g=\frac{4\pi}{c}NI=0 \qquad (1\text{-}65)$$

式中 L_m、H_m——试样环的平均磁路长度和真实磁场强度。

由磁场强度的定义，得

$$B_m = H_m + 4\pi M \tag{1-66}$$

考虑式（1-64）、式（1-65）和（1-66），可得

$$H_m = -4\pi\left(\frac{L_g}{L_m + L_g}\right)M \tag{1-67}$$

式中 $L_m + L_g$——包括气隙在内的试样环的平均周长，它等于$2\pi R$，所以有

$$H_m = -4\pi\left(\frac{L_g}{2\pi R}\right)M \tag{1-68}$$

这是当线圈磁化电流 $I = 0$ 时的情况；如果 $I \neq 0$，则传导电流（磁化电流）I 还要产生一个磁场H，那么式（1-68）就变成为

$$H_m = H - 4\pi\left(\frac{L_g}{2\pi R}\right)M \tag{1-69}$$

将式（1-69）和式（1-62）相比较，可得

$$H_d = -4\pi\left(\frac{L_g}{2\pi R}\right)M \tag{1-70}$$

这就是永磁材料试样环内的退磁场。由式（1-70）不难看到，当试样环的气隙L_g增大时，也就是L_m减小时，试样内的退磁场H_d就增大；反之，当永磁体的长度L_m越长，试样内的退磁场H_d就越小。

条形试样也同样存在有退磁场H_d。图1-40示出条形试样的磁化磁场H、有效场H_e和退磁场H_d的关系。a图是表示H_d与H、H_e方向相反；b图是表示当$H \neq 0$时，$H_e = H + H_d$的情况；c图是表示当$H = 0$时$H_e = H_d$的情况。此图还表明，试样长度越短，其退磁场H_d就越大。

那么，被磁化的物体为什么会产生退磁场呢？我们可用下面的简单模型加以说明。

设有一个磁性物体，其中有很多元磁矩，当外加磁化磁

场$H=0$时，磁性物体中的元磁矩呈无规则地混乱排列，此时磁性物质中的总磁矩即磁化强度M为零，也就是说，磁性物质没有被磁化，见图1-41a。当外加磁化磁场不为零，即$H\neq 0$时，即给磁性物体外加一个磁化磁场H，则磁性物体的元磁矩因受H的作用将向H的方向旋转，于是磁性物体中的元磁矩就呈现规则排列，即磁体被磁化了。此时，磁体中的合成磁矩不为零（$M\neq 0$），见图1-41 b。现在来看被磁化物体内某一个元磁矩 i 所受到的磁场。显然第 i 个元磁矩阵本身外，其他元磁矩在第 i 个元磁矩处产生的磁场，这些磁场有正，有负，它们的合成磁场就是退磁场H_d，见图1-41 c。退磁场H_d与磁性物体内的元磁矩的多少有关，而元磁矩的合成是磁化强度M，所以H_d正比于M。退磁场H_d

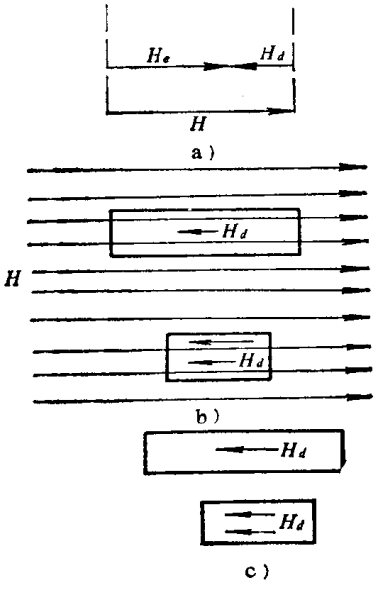


图1-40 条形试样的磁化磁场、有效磁场和退磁场的关系

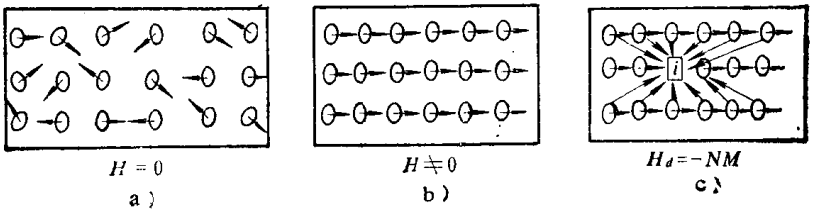


图1-41 产生退磁场的模型（1）

还与磁性物体的形状、尺寸有关，所以$H_d=-NM$。

对于闭合试样环或无限长的圆柱体，由于它们的对称性，元磁矩在第 i 点产生的定向磁场正的和负的恰好相等所以互相抵消了，于是 $H_d=0$。而对于非闭合的磁体，其内的有效场$H_e=H-NM=H+H_d$，当$H=0$时，$H_e=H_d=-NM$。

对于永磁体，还可以用下面的模型加以说明。设有一个被磁化后的截面积很小的条形永磁体Ⅰ，在不受任何外磁场作用时，其磁力线的分布将如图1-42 a 所示。如果把另一个性能、尺寸与其完全相同的永磁体Ⅱ去靠近它（永磁体Ⅰ），则此时，两个永磁体将都受到另一个永磁体所产生的磁场作用。其结果是：一部分磁力线（两个永磁体外边部分的磁力线）被排斥到更远的区域去，而另一部分的磁力线（两个永磁体之间部分的磁力线）则由于磁力线与磁力线相互间存在着排斥作用而减少了，注意其间的磁力线是从N极到S极，见图1-42 b。对于一个大块的永磁体，设其长度为L_m、截面积为S_m，不难设想它是由许多截面积（dS_m）很小的、长度为L_m的小条形永磁体组成的，并且这些小磁体的N极和N极、S极和S极是紧密地靠拢在一起的，如图1-42 c 所示。这样，在大块磁体内部，每一小磁体与其余小磁体之间，由于磁力线与磁力线的排斥作用，磁力线的方向仍然是从N极到S极，

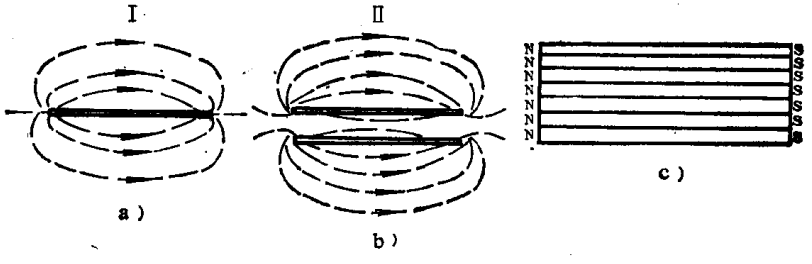


图1-42　产生退磁场的模型（Ⅰ）

于是存在着一个反磁场，这个反磁场的方向与磁体的磁化强度M正相反，所以是起着相互退磁的作用。这些退磁作用的总结果就是磁性物体的退磁场H_d。由于H_d是由磁性物体本身产生的，因而也叫自身退磁场。

二、退磁场的大小

在前面的讨论中，给出$H_d=-NM$的式子。这个式子只有在磁体是被均匀磁化时才能成立。也就是说，只有磁体是均匀磁化的退磁场H_d才和它的磁化强度成正比。在一般的情况下，磁体内的退磁场H_d是位置的函数。一个开有气隙的圆环试样，其退磁场H_d与位置的关系如图1-43所示，不难看到，退磁场H_d是不均匀的。不均匀的退磁场H_d使得原来有可能均匀磁化的变成不均匀磁化了。图1-44 a示出一个长方形磁体被磁化的情况，不难看出，它不能被均匀磁化。在不均匀磁化的磁体内，由于除磁体的表面磁极产生退磁场外，内部还会出现未被抵消的磁极，在各向同性多晶样品的晶界，材料内部的空洞、夹杂物、缺陷等处，由于磁化矢量的突然转变而产生的磁极，这些未被抵消的磁极也会产生退磁场，因而使得退磁场在磁体内各处不同，这样就不能找出退磁场H_d和磁化强度M之间的简单关系。图1-44 b所示是一个椭球体中的磁通量情况，显然它是被均匀磁化了，由于椭球体被均匀磁化了，因而能保持退磁场处相同，所以$H_d=-NM$对于椭球是成立的。

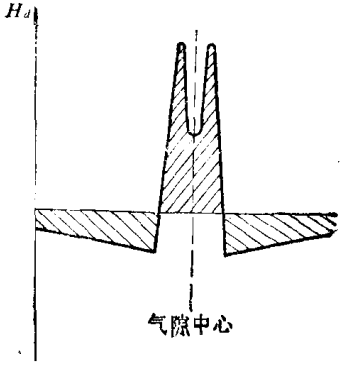


图1-43　退磁场与位置的关系

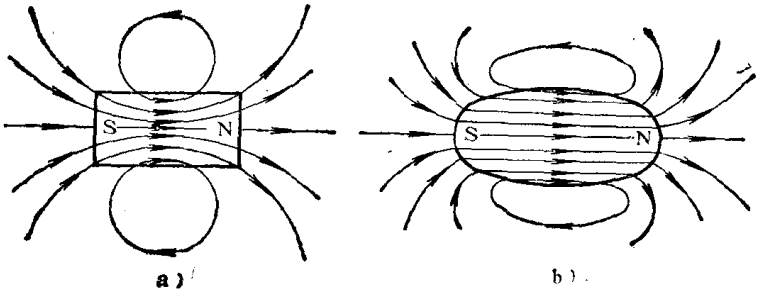


图1-44　条形磁体和椭球形磁体中的磁通量

磁体的退磁因子N是由磁体的形状、尺寸而决定的。对于不同形状和尺寸的磁体，N是不同的。对于均匀磁化的椭球，设其磁化强度为M是沿任意方向的，椭球的三个主轴长度分别为$2a$、$2b$、$2c$，则其退磁场H_d可以写成如下的形式：

$$\vec{H}_d = -(N_d M_x \vec{i} + N_b M_y \vec{j} + N_c M_z \vec{k}) \qquad (1\text{-}71)$$

式中　M_x、M_y、M_z——是$\vec{M}$在三个主轴方向上的投影；

N_a、N_b、N_c——对应于三个主轴的退磁因子。

N_a、N_b、N_c之间满足如下的关系：

$$N_a + N_b + N_c = 1 \qquad (1\text{-}72)$$

显然，知道了其中的二个，便可求得第三个。

一些特殊形状磁体的退磁因子表示式如下：

圆球，它是特殊的椭球，$a = b = c$，所以有

$$N_a = N_b = N_c = \frac{1}{3}$$

细长圆柱体，它可以看作是$a = b \ll c$的椭球，由于c很大，故两端的磁极所产生的退磁场极微弱，于是有

$$N_a = N_b = \frac{1}{2},\quad N_c = 0$$

无限大的薄片，它可以看成 $a=b\to\infty$ 的椭球，于是有

$$N_a=N_b=0,\quad N_c=1$$

表 1-2 给出上述三种简单形状磁体的退磁因子 N 和退磁场 H_d。

表1-2 三种简单形状磁体的退磁因子

磁体形状	坐标	x	y	z
	M 的分量	M_x	M_y	M_z
球体	N	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	$H_d=-NM$	$-\frac{1}{3}M_x$	$-\frac{1}{3}M_y$	$-\frac{1}{3}M_z$
无限长圆柱体	N	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	$H_d=-NM$	$-\frac{1}{2}M_x$	$-\frac{1}{2}M_y$	0
无限大薄片	N	0	0	1
	$H_d=-NM$	0	0	$-M_z$

长旋转椭球，设椭球的短半轴为 c、旋转半轴为 a，令 $k=\frac{c}{a}$，则有

$$N_{\text{轴向}}=\frac{1}{k^2-1}\left[\frac{k}{\sqrt{k^2-1}}\ln\left(k+\sqrt{k^2-1}\right)-1\right]$$

当 $k\gg 1$ 时，上式化为

$$N_{\text{轴向}}=\frac{1}{k^2}\left(\ln 2k-1\right)$$

扁旋转椭球，设短半轴为 c、旋转半轴为 a；令 $k=\frac{c}{a}$，则有

$$N_{\text{轴向}}=\frac{1}{2}\left[\frac{k^2}{(k^2-1)^{3/2}}\arcsin\frac{\sqrt{k^2-1}}{k}-\frac{1}{k^2-1}\right]$$

长半轴为 a，短半轴为 b 的无限长圆柱时则有，

$$N_a=\frac{b}{a+b},\quad N_b=\frac{a}{a+b}$$

表1-3列出长轴上磁化的椭球和圆柱体（c 为长度、a 为直径）的退磁因子值，表中 $k=0$ 时相当于无限大的薄片；$k=1$ 时，相当于圆球；$k=2000$，则接近于细长圆柱。由表中的数据可以看到，随着 k 值的增大，磁体的退磁因子 $\frac{N}{4\pi}$ 减小，这正和前面所说的磁体尺寸愈短，退磁场 H_d 愈大相一致。

表1-3 在长轴上磁化的椭球和圆柱体的退磁因子$\left(\frac{N}{4\pi}\right)$值

$k=\frac{c}{a}$	长椭球 $a=b<c$	扁椭球 $a<b=c$	圆柱体（实验）①
0	1.0	1.0	1.0
0.1	0.8608		0.850
0.2			0.730
0.4	0.5882		
0.5			0.472
0.6	0.4758		
1.0	0.3333	0.3333	0.270
1.5			0.180
2.0	0.1735	0.2364	0.140
3.0			0.080
4.0	0.0754		0.055
5.0	0.0558	0.1248	0.040
6.0	0.0432		0.030
7.0			0.025

（续）

$k=\frac{c}{a}$	长椭球 $a=b<c$	扁椭球 $a<b=c$	圆柱体（实验）①
8.0	0.0284		0.021
9.0			0.018
10	0.0203	0.0696	0.0172
12	0.0153		
14	0.0120		
16	0.00962		
18	0.00801		
20	0.00675	0.0369	0.00617
50	0.00144	0.01472	0.00129
100	0.00043	0.00776	0.00036
200	0.000125	0.00390	0.000090
500	0.0000236	0.001567	0.000014
1000	0.0000066	0.000784	0.0000036
2000	0.0000019	0.000392	0.0000009

① 对于圆柱体，c为长度，a为直径。

作为表1-3的应用，我们来看一下一定形状样品的退磁场。对于一定形状的磁体，只要算出它的尺寸比$k=\frac{c}{a}$，就不难从表1-3中查得其退磁因子$\frac{N}{4\pi}$，然后根据$H_d=-NM$求出它的退磁场H_d。

【例1】 一个圆柱形钡铁氧体元件的直径$a=30$，高$h=6$，求此元件的退磁场H_d。

首先算出元件的尺寸比

$$k=\frac{h}{a}=\frac{6}{30}=0.2$$

从表1-3中查得尺寸比$k=0.2$元件的退磁因子$\frac{N}{4\pi}=0.73$，而从有关资料中可查得钡铁氧体的$4\pi M_s=0.476\text{T}(4760\text{GS})$，

于是有

$$H_d = -\frac{N}{4\pi} \times 4\pi M_s = -0.73 \times 4760$$

$$= -3474.8(\text{Oe}) \triangleq -276.516\text{kA/m}$$

【例II】一个圆柱形 $AlNiCo_6$元件，其尺寸为 $\phi 5 \times 25$，求该元件的退磁场H_d。

由已知的尺寸可算出 $k = \frac{c}{a} = \frac{25}{5} = 5$，由表 1-3 中可查得 $k = 5$ 时元件的退磁因子$\frac{N}{4\pi} = 0.04$；由有关资料查得 $AlNiCo_5$ 的$4\pi M_s = 1.5\text{T}(15000\text{Gs})$。于是可得元件的退磁场为

$$H_d = -\frac{N}{4\pi} \times 4\pi M_s = -0.04 \times 15000 = -600(\text{Oe})$$

$$\triangleq -47.746\text{kA/m}。$$

表 1-4 给出某些尺寸比的一些永磁体的退磁场H_d值。由表中的数据可以看出，永磁体的尺寸比 k 值越大，所产生的退磁场 H_d 就越小；尺寸比相同而材料不同，所产生的退磁场H_d值也不同。凡是材料的$4\pi M_s$大的，所产生的退磁场 H_d 也就大。这些情况在考虑磁体充磁和磁路设计时都必须予以注意。

表1-4 一些永磁体的退磁场（绝对值）

元件的材料	$4\pi M_s$ ($\times 10^{-4}$T) (Gs)	$H_d \times \frac{1000}{4\pi}$A/m (Oe)			
		$k=0.5$	$k=1.0$	$k=5.0$	$k=10$
钡铁氧体	4760	2246.7	1285.2	190.4	81.87
锰铋合金	7800	3681.6	2106.6	312.0	134.16
$SmCo_5$	9650	4554.8	2605.5	386.0	165.98
$PrCo_5$	11200	5286.4	3024.0	448.0	192.64
$AlNiCo_8$	12000	5664.0	3240.0	480.0	206.40
$AlNiCo_5$	15000	7080.0	4050.0	600.0	258.00

三、自身退磁现象的普遍性

自身退磁效应不仅仅存在于永磁体中，在软磁材料做成的电磁体中也有。凡是磁体中的磁通量密度越大，自身退磁效应也就越明显，磁体越短，退磁现象也越显著。此外，在具有极性的电磁线圈（即空心线圈）中也存在有自身退磁现象。线圈愈短，自身退磁效应愈明显；线圈所产生的退磁场H_d与线圈中的视在磁感成正比。总之，在所有呈现(磁)极性的场所都有自身退磁现象。

第二章　磁路结构和磁导

第一节　磁路和磁路定律

在说明什么是磁路之前，首先让我们观察两个现象：第一个现象，在通电螺线管内腔的中部、电流产生的磁力线平行于螺线管的轴线，磁力线渐近螺线管两端时变成散开的曲线，曲线在螺线管外部空间相接，见图2-1。如果将一根长的铁心插入通电的螺线管中，则磁力线在螺线管两端不再立即散发，而是沿着铁心继续前进。如果把铁心组成一个闭合的回路，则绝大部分磁力线集中在闭路铁心中，泄漏到空间的磁力线很少。不管螺线管中有无铁心，磁力线所经过的路径，我们称之为磁路。

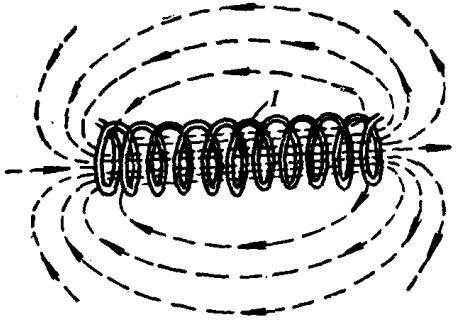


图2-1　通电螺线管的磁力线分布

第二个现象是用永磁体作磁源，也产生上述的现象，图2-2 a给出一方形永磁体单独存在时，磁力线分布的情形，它如同图2-1。如果将永磁体放入一个软磁体回路的间隙中，见图2-2 b。同样地，磁力线的大部分通过软磁体和永磁体构成的回路，这样的回路也是一个磁路。图中用磁力线表示磁通量的密度。

广义地说，磁通量所通过的磁介质的路径叫做磁路。

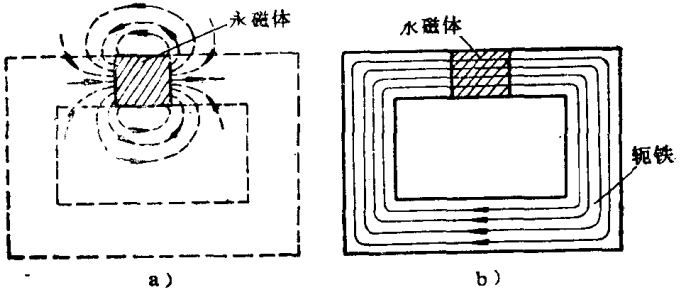


图2-2　永磁体产生磁力线的情况

磁路是许多以电磁原理做成的机械，器件如电机、电器、磁电式仪表等等的主要组成部分之一。各种磁路传递着磁能、发挥着应有的机能。大多数磁路含有磁性材料和工作气隙(空隙)，完全由磁性材料构成闭合磁路的情况也有不少。凡含有空隙的磁路，一部分磁通量作为有用的磁场，还有一部分磁通量在空隙的附近泄漏在空间，形成漏磁通。

在软铁环上紧密绕以线圈，如图 2-3 a 所示，则磁通量都集中在铁环内，这样的铁环构成一个无漏磁的磁路。如果铁环上只有一部分部位绕以线圈，如图 2-3 b 所示，由于铁环的磁导率远比空气磁导率大，则绝大部分磁通量仍在铁环

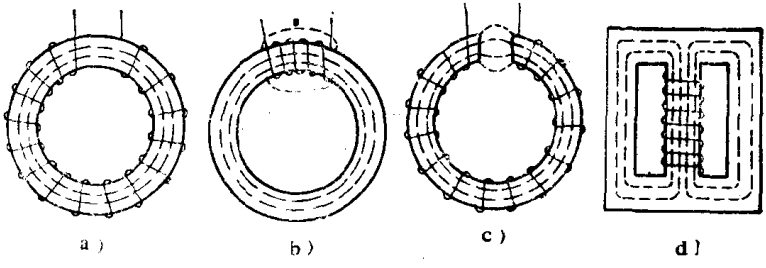


图2-3　在软铁环上通电线圈的磁力线分布情况

内，只有很少的部分泄漏在环外，如图2-3 b的虚线所示，这样的磁路称为有漏磁的磁路。如果铁环上开一个空隙，如图2-3 c所示，空隙处的磁通量以磁力线表示，磁力线略向外弯曲，这是含有空隙的磁路，可以把磁路看作铁心和空隙共两个部分串联组成，称之为串联磁路。此外，还有并联的磁路，见图2-3 d。变压器的磁路就属于这种类型。

一、磁路欧姆定律

设有一个截面积为S，平均周长为l，磁导率为μ的软磁圆环，如图2-4所示，铁环上绕以匝数为N的线圈，若磁化电流为i，则圆环内的磁场H为

$$H=\frac{Ni}{l} \qquad (2-1)$$

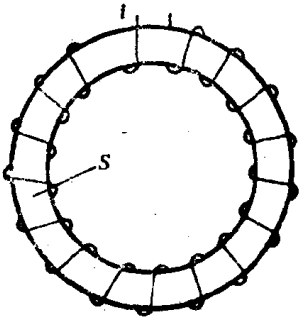


图2-4 闭合铁环磁路

磁场H的方向与环的轴线平行。在无漏磁的情况下，穿过环的截面的磁通Φ为

$$\Phi=BS \qquad (2-2)$$

式中 B——环内的磁感应强度；

S——环的截面积。

因为 $$B=\mu H$$

式中 μ——铁环的磁导率；

H——磁化场。

所以 $$\Phi=\mu HS \qquad (2-3)$$

将式（2-1）代入式（2-3），可得

$$\Phi=\frac{\mu Ni}{l}S \qquad (2-4)$$

把式（2-4）改写成：

$$\Phi=\frac{Ni}{\frac{l}{\mu S}} \qquad (2-5)$$

令 $F_m=Ni$

$$R_m=\frac{l}{\mu S}$$

则式（2-5）可写成：

$$\Phi=\frac{F_m}{R_m} \qquad (2-6)$$

将式（2-6）与电路的欧姆定律

$$I=\frac{E}{R}$$

比较，即可看出，它们在形式上是相似的，式（2-6）的磁通量Φ对应于电路中的电流I，$F_m=Ni$对应于电动势E，称F_m为磁动势，而与电阻相对应的$R_m=\frac{l}{\mu S}$称为磁阻。

式（2-6）被称为磁路的欧姆定律，即磁通的大小与磁动势F_m成正比，与磁阻R_m成反比。

磁动势与磁化电流i和线圈总匝数N成正比。

磁阻与磁路的长度（即铁心的平均周长l）成正比，与磁导率及磁路的横面积成反比。磁动势则与乘积Ni成正比。

由于磁路与电路的形式相似，可以证明，从欧姆定律推导出来的电动势叠加原理及电阻的串、并联的计算方法，同样适用于磁路中的磁动势和磁阻的串、并联。

二、磁路的串联和并联

为了说明这个问题，我们先看一下磁路各部分的串联情况。如果在磁导率为μ_1，长为l_1的环式线圈铁心中有一长为l_0，磁导率为μ_0的空隙见图2-5，这个环式线圈可以作为磁感

应通量串联的例子。我们用这个例子看一下磁路串联的情况。

空隙的存在能够改变磁通量的大小。利用磁动势等于各部分磁压降（$H_i l_i$）之和。

$$N_i = Hl_1 + H_0 l_0 \qquad (2\text{-}7)$$

式中 H、H_0分别为铁心和空隙轴线上的磁场强度。等式的左端是磁动势，N为线圈匝数，i为通电电流强度。

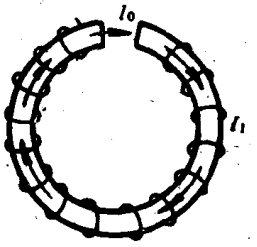


图2-5 含空隙的铁环磁路

又$B=\mu H$，$B_0=\mu_0 H_0$ 则上式变成：

$$N_i = \frac{B}{\mu} l_1 + \frac{B_0}{\mu_0} l_0 \qquad (2\text{-}8)$$

将$\Phi = BS$ 引入式（2-8）；若系统无漏磁通，铁心里的磁通量与空隙里的磁通量相同（连续）。

$$B = \frac{\Phi}{S}; \qquad B_0 = \frac{\Phi}{S_0}$$

式中 S——铁心的截面积；

S_0——空隙的截面积。

从而可得：

$$N_i = \Phi\left(\frac{l_1}{\mu S} + \frac{l_0}{\mu_0 S_0}\right) \qquad (2\text{-}9)$$

但是$N_i = F_m$表示磁动势，而$\frac{l_1}{\mu S}$和$\frac{l_0}{\mu_0 S_0}$可分别用铁心的磁阻R_{m_1}和空隙的磁阻R_{m_0}来表示，于是得出：

$$F_m = \Phi(R_m + R_{m_0}) \qquad (2\text{-}10)$$

或写成

$$\Phi = R_m + R_{m_0} \qquad (2\text{-}11)$$

以R_m表示两磁阻之和，即$R_m = R_{m_1} + R_{m_0}$，从而可得到

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m}$$

此刻，磁通量 Φ 又表示成磁动势 F_m 与磁阻 R_m 之比，即同式(2-6)。

如果组成磁路的几个磁阻是串联的而无分支，根据磁通连续原理，即磁路各处的磁通量相等

$$\Phi_1=\Phi_2=\cdots\cdots=\Phi_i=\cdots\cdots=\Phi_n=\Phi \tag{2-12}$$

对磁路各段的每个磁阻，均有

$$\Phi_1=\frac{H_1l_1}{R_{m_1}}\Phi_2=\frac{H_2l_2}{R_{m_2}}\cdots\cdots\Phi_i=\frac{H_il_i}{R_{mi}}\cdots\cdots\Phi_n=\frac{H_nl_n}{R_{mn}} \tag{2-13}$$

将式 (2-13) 代入式 (2-12) 得

$$\Phi=\frac{H_1l_1}{R_{m_1}}=\frac{H_2l_2}{R_{m_2}}=\cdots\cdots=\frac{H_il_i}{R_{mi}}=\cdots\cdots=\frac{H_nl_n}{R_{mn}} \tag{2-14}$$

所以有 $\Phi R_{m_1}=H_1l_1\quad \Phi R_{m_2}=H_2l_2\cdots\cdots\Phi R_{mn}=H_nl_n$ (2-15)

并有 $\Phi(R_{m_1}+R_{m_2}+\cdots\cdots+R_{mn})=H_1l_1+H_2l_2+\cdots\cdots+H_nl_n$

$$=\sum_{i=1}^{n}H_il_i \tag{2-16}$$

式 (2-16) 中，$\sum_{i=1}^{n}H_il_i$ 就是串联磁路上的总磁位差。

根据欧姆定律，磁回路的总磁位差应等于其磁动势为

$$\sum_{i=1}^{n}H_il_i=F_m \tag{2-17}$$

又 $R_m=\sum_{i=1}^{n}R_{mi}$ 称为串联磁路的总磁阻，它等于各个串联的磁阻之和。

式 (2-16) 可表示为 $\Phi R_m=F_m$，同式 (2-6)。

对于并联的情况，并联磁阻两端的磁位差相等，所以几

个磁阻并联时有

$$H_1l_1=H_2l_2=\cdots\cdots H_nl_n=Hl \tag{2-18}$$

根据磁通连续原理，即总磁通等于各个分磁路磁通之和，即

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2+\cdots\cdots+\Phi_n \tag{2-19}$$

将式（2-13）代入式（2-19），并考虑到式（2-18）则有

$$\Phi=\frac{H_1l_1}{R_{m_1}}+\frac{H_2l_2}{R_{m_2}}+\cdots\cdots+\frac{H_nl_n}{R_{mn}}$$

$$=Hl\left(\frac{1}{R_{m_1}}+\frac{1}{R_{m_2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_{mn}}\right) \tag{2-20}$$

同样与欧姆定律比较，可得：

$$\frac{1}{R_m}=\frac{1}{R_{m1}}+\frac{1}{R_{m_2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_{m_n}} \tag{2-21}$$

即并联后的总磁阻R_m的倒数等于并联的各个磁阻倒数之和。

三、磁路中的基尔霍夫定律

和电路中的情况相似，在磁路中也存在有基尔霍夫定律。

在磁路中基尔霍夫第一定律，即磁通的连续性原理可表达为

$$\Sigma\Phi=0 \tag{2-22}$$

上式表示在磁路中任一结点处，进入该处的磁通与离开的磁通的代数和等于零。即流入该处的磁通之和等于离开该处的诸磁通之和。这个定律是由磁感应线的性质所决定的，磁感应线是封闭曲线，它既无头，亦无尾。因此，磁路的基尔霍夫第一定律又称为磁通连续定律。

在磁路中，基尔霍夫第二定律可写成：

$$\Sigma\Phi_iR_{mi}=\Sigma H_il_i=\Sigma N_ii \tag{2-23}$$

上式表示，沿磁路的任一闭合回路中，各部分磁位差的代数和等于环绕这个回路所有磁动势的代数和。对于闭合回路来

说磁路的基尔霍夫第二定律实质上就是全电流定律；而对磁路中的某一段而言，它就是磁路的欧姆定律。

将以上磁路与电路中各物理量及定律可写成对应关系，见表2-1。

表2-1 磁路与电路的对比

电路	磁路	电路	磁路
电动势 E	磁动势 $F_m=NI$	电压降 IR_i	磁压降 $H_il_i=\Phi\frac{l_i}{\mu_iS_i}$
电流 I	磁通量 Φ	欧姆定律 $I=\frac{E}{R}$ $I=\frac{U}{R}$	欧姆定律 $\Phi=\frac{F_m}{R_m}$
电导率 σ_i	磁导率 μ_i	基尔霍夫第一定律 $\Sigma I=0$	基尔霍夫第一定律 $\Sigma\Phi=0$
电阻 $R_i=\frac{l_i}{\sigma_iS_i}$	磁阻 $R_m=\frac{l_i}{\mu_iS_i}$	基尔霍夫第二定律 $\Sigma IR=\Sigma E$	基尔霍夫第二定律 $\Sigma\Phi R_m=\Sigma Hl=\Sigma NI$

磁动势在电工学中称为磁化力。在电路中电动势产生了电流，磁路中磁动势产生磁通。磁路和电路在数学形式上的相似，并不能使我们忘记它们之间有着重要的物理区别。磁通量 Φ 是描述磁介质状态的物理量，而电流 I 却是描述荷电粒子的迁移速率的量。

四、交流磁路

上面讨论了直流电路和直流磁路之间物理量的对应情况。那么，在交流电路和交流磁路中各有什么特点呢？

交流电路是指交流电通过的电路，电路中的电动势、电压、电流都随时间作周期地变化。直流电路中，电流的大小和方向都不变，限制电流通过的阻抗只有电阻。而在交流电流中，限制电流通过的除电阻之外，还有感抗和容抗。感抗

和容抗合称为电抗，电抗的存在是交流电路的主要特点之一。电抗的存在使交流电路的能耗复杂化。

交流电流和电压都按图2-6的正弦曲线随时间变化。它们常用有效值来表示，其关系可写成：

$$U_{max}=\sqrt{2}U_e \qquad (2-24)$$

$$I_{max}=\sqrt{2}I_e \qquad (2-25)$$

式中 U_e，I_e——电压和电流的有效值。

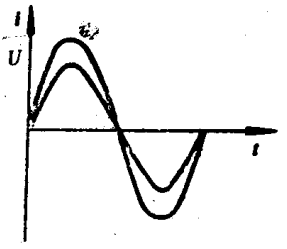


图2-6 交流电压和电流的变化

当磁激线圈通以交流电时，就是交流磁路的情况，它具有下列特点：

1. 线圈的磁势，磁通，磁感应强度。磁场强度都随时间不断交变着。在计算中一般不用瞬时值表示，磁通、磁感应强度用最大值Φ_m，B_m表示；磁势和磁场强度用有效值来表示，其符号为IN和H。

2. 线圈中电流的大小决定于电阻和电抗，而且主要决定于线圈的电抗，多数情况下电抗在数值上比电阻大得多。线圈的电抗又和磁阻大小有关。

3. 在交变磁场作用下，磁导体的磁滞回线的形状和大小，随磁场频率的改变而变化。磁导体中有涡流损耗和磁滞损耗，这两损耗的总称为铁损，铁损的存在不仅使线圈的激磁电流增加，而且使磁路中的磁势与磁通之间有相位差。沿磁导体各段的磁通相位也不相同。由此可知，交流磁路的情况比直流磁路要复杂得多。

4. 线圈中的磁链（磁通与匝数的乘积）决定于线圈两端的电压值。外加电压越高，其磁链也越大。

交流磁路中，需考虑铁损和分磁环损耗的情况，磁路的欧姆定律，磁路的克希霍夫第一，第二定律等均应改为复数形式。

第二节　磁系统结构

凡是电磁感应或永磁体组成磁路的能量转换系统都可称为磁系统。

在现代科学技术发展中，磁系统的应用愈来愈广泛。例如，机电行业中的发电机、电动机、微型电机、继电器、变压器、电磁离合器、各种电磁阀门、电磁吸吊、电磁铁、磁选机、磁力打捞工具、磁力夹具；在电讯、电声中，磁系统的应用范围也举不胜举，例如扬声器、拾音器、耳机、受话器，磁控管、行波管等等中都有磁性元件；仪器仪表中的电流计、安培计、伏特计、频率计、瓦特计、欧姆计、万用表以及各种温度、流量、压力、转速的传感器等许多场合都含有磁系统。

尽管应用的场合五花八门，名目繁多，磁系统形式多种多样，但是它们的作用原理和主要组成部分却是相似的。我们的研究主要对象是含有工作气隙的磁系统，对闭合磁系统暂不考虑。上述磁系统应用的各种场合中，大部分是有工作气隙的情况。

通常的磁系统由两个主要部分构成，即静止部分和可动部分。静止部分由磁性材料（永磁，软磁等）或线圈组成，根据磁系统的作用原理不同，静止部分产生一个或几个电磁参数，这些参数是恒定的或变化的，同时把电磁参数作用到可动部分。可动部分由线圈或金属材料组成。线圈或金属材料的运动，完成预定的技能。可动部分按各种不同的磁系统，

构成不同的形状，形成不同的运动方式。

现以拍合式电磁铁为例来说明磁系统的结构、工作原理及各元件彼此之间的关系。图2-7是拍合式电磁铁的结构示意图。线圈1套在铁心2上，两者被固定起来，衔铁3是可动部分。当线圈通过一定数值的电流时，气隙4中产生了磁通5。图中虚线为磁力线的路径。在磁通的作用下，产生了一定的电磁吸力。电磁吸力将衔铁吸向铁心，企图使气隙4减少至最小。图中箭头表示衔铁的运动方向。线圈中电流消失，电磁吸力随即变成零，衔铁弹回到初始的位置。由上可知，通电线圈产生的磁通，经衔铁，铁心和气隙形成一个闭合回路，该闭合回路就是磁路，整个系统就是磁系统。

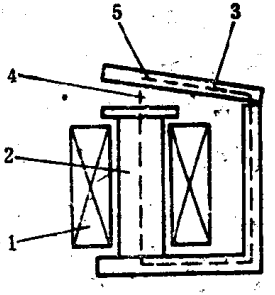


图2-7 拍合式电磁铁结构示意图

1—线圈 2—铁心 3—衔铁 4—气隙 5—磁通

磁系统的种类很多，可按激磁方式（永磁、交流、直流），可动部分的运动方式，磁路结构（开路，闭路，内磁式，外磁式）等等分类。我们拟从磁系统的激磁方式进行讨论。

激磁方式可分为永磁式和电磁式，对应的磁路称为永磁磁路和电磁磁路。电磁磁路又可分为直流电励磁的直流电磁路和交流电励磁的交流电磁路。此外还有交直流叠加磁路或者是交直流励磁与永磁励磁的叠加磁路。

一、永磁磁路

以永磁体作磁源的磁路为永磁磁路。永磁体的矫顽力高，一旦被磁化，在除去外磁场后，还能对外产生较强的恒定

磁场。

永磁磁路的应用历史悠久，早在两千年前我们的祖先就使用“司南”指示方向，这是最简单的永磁磁路。随着科学技术的发展，永磁磁路得到了非常广泛的应用。

图2-8是计测仪表常用的磁路结构形式。图2-9是典型的U形永磁体的磁路。永磁体产生一恒定磁场。可动线圈通电后在磁场中旋转。旋转的角度大小表示被测电量的多少。这种磁电式仪表磁路结构在计测仪表中被广泛地应用。

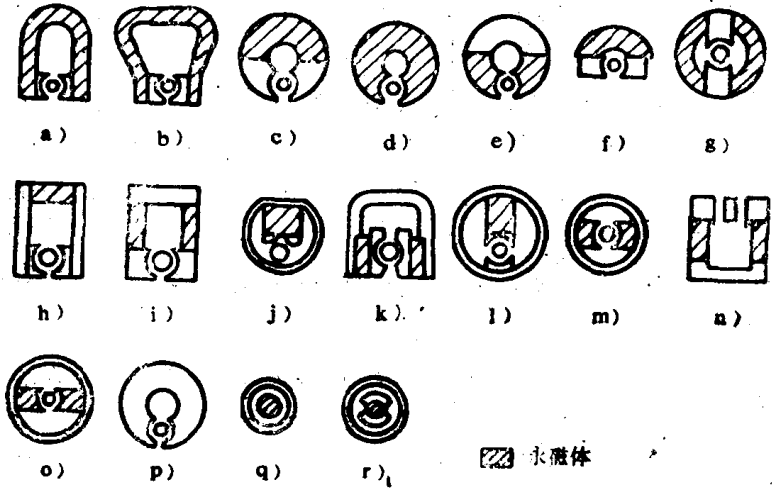


图2-8　计测仪表磁路结构

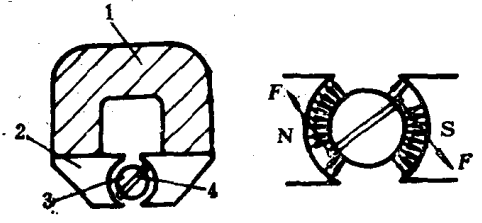


图2-9　磁电式仪表的工作原理

1—永磁体　2—磁轭　3—铁心　4—动圈

永磁体在电机中既可做成转子又可做成定子，见图2-10。各种形状的永磁体构成了各种类型的磁路。永磁体作为磁极，可有两极、四极、六极、八极等等偶数个磁回路。

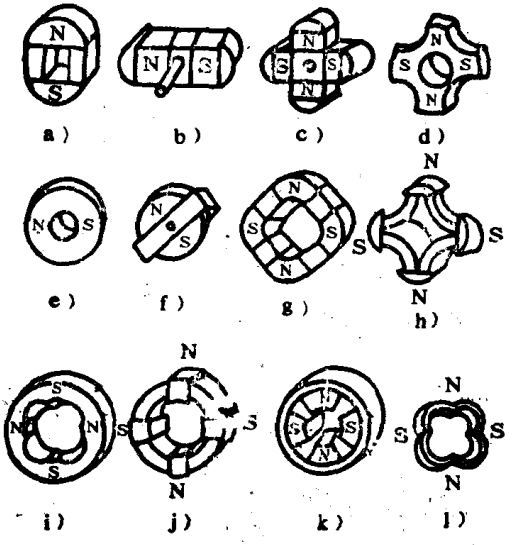


图2-10　永磁体在电机中的类型

在电真空器件中，为了满足各种性能磁控管的技术要求，制成了如图2-11所示的几种典型磁路结构。牛角形（a图）、双U形（d图）、双E形（e图）、碗形（c图）、自屏蔽形（f图）等磁路均采用铝镍钴永磁材料，C形（b图）选用稀土钴或铁氧体永磁材料，自屏蔽形（g图）和高效聚磁路采用稀土钴永磁材料。

扬声器的几种磁路如图2-12所示。图中用四种永磁材料做成，在气隙面积相同，气隙相同的条件下，其磁路的参数见表2-2。

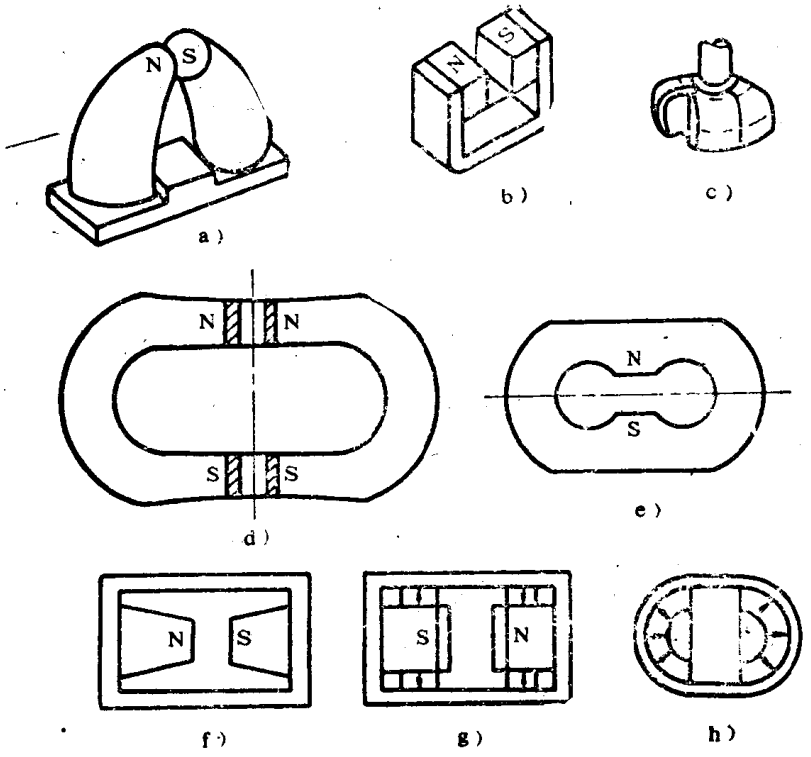


图2-11　电真空器件中几种典型的磁路结构

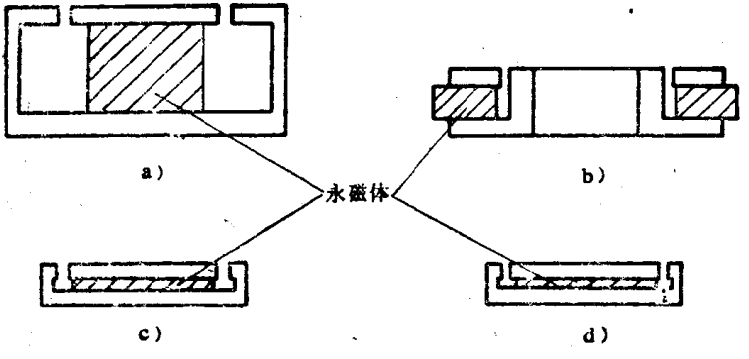


图2-12　扬声器的永磁路

表2-2 图2-12中各磁路的参数

磁路图号	a	b	c	d
永磁材料	铝镍钴	铁氧体	稀土钴	钕-铁-硼
磁路形式	内磁式	外磁式	内磁式	内磁式
永磁重量(g)	280	305	67	30
轭铁重量(g)	1066	635	375	321
总重量(g)	1346	940	442	351
气隙P_δ(T)	0.9	0.9	0.9	0.9

至于永磁磁路在仪器、继电器、磁选、磁夹具等方面的结构类型，形式很多，请参阅其它书刊。

永磁磁路按工作状态可分为：具有固定气隙的静态磁路和具有变化气隙的动态磁路；按永磁体在磁路结构中的位置又可分为内磁式和外磁式两种磁路。永磁体被磁路磁通所包围的情况为内磁式磁路。图2-8中q、r，图2-12中a、c、d为内磁式结构。图2-8中a、b、c、d、f、g、h、i，图2-12中b为外磁式结构。计测仪表、电声器件、扬声器中的磁路大部分的磁路工作状态处于静态中，是静态磁路。在电机、磁夹具中的磁路多属于动态磁路。

动态磁路的气隙在变化，气隙磁场也随之变化。图2-13是动态磁路的例子之一，永磁体的转动，改变了工作状态，永磁体产生的磁力线吸引着被吸物。永磁体转动90°后，磁力线在软磁体中构成回

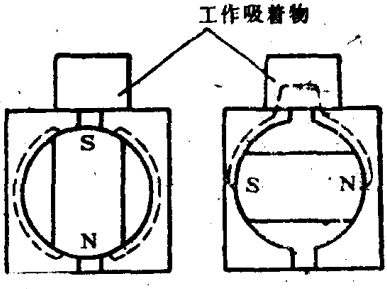


图2-13 磁夹具的动态磁路

路，对外不产生吸力。这是磁夹具磁路中的一个例子。图2-14表示动态磁路的另外一种情况。带线圈的铁心受永磁体的旋转，改变着磁路状态。这种磁路多用于欧姆计、永磁电机等等方面。

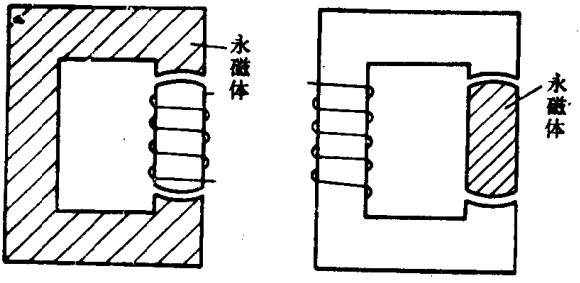


图2-14　动态磁路

二、电磁磁路

电磁磁路又称为电磁路，它靠激磁线圈通以激磁电流而获得一个磁场，该磁场的存在把线圈中的介质（如铁心、空气）磁化，把激磁线圈（包括铁心等）比作永磁体，同样能构成各种形式的磁路。

电磁路因激磁电流的性质不同，可分为直流电磁路和交流电磁路。直流电磁路的线圈通以直流电，所建立的磁通是不随时间变化的恒定磁通，由于磁通不变，则线圈中的铁心上没有涡流损耗和磁滞损耗，从而，铁心可用整体的软磁材料（如工业纯铁、铁钴合金等）制成。交流电磁路的激磁电流为交流电，所建立的磁通是随电源的变化而变化的　交流线圈中的铁心上将会产生涡流损耗和磁滞损耗。为了减少损耗，其铁心就不能再用整体的软磁材料制成，而采用具有一定阻率电的薄片状材料，如硅钢片、坡莫合金片、铁钴合金片等叠制而成。

电磁路按其磁路形式的不同，可分为Π形、E形、螺管形三种。而每一种又依实际应用的情况分成好多类别。

图2-15所示的螺管式电磁路，通常又称为螺线管磁场。这种磁路结构形式简单，工作磁场在激磁线圈（螺线圈）中间。螺线管磁场的高低由激磁电流大小来调节。若系统有良好的冷却或在低温状况下，可得到数百甚至数千kA/m的磁场，螺线管磁场的吸力较大，许多牵引电磁铁和制动电磁铁中，都含有带铁心或不带铁心的螺线管。图2-15a所示的是有外壳的螺线管电磁路，衔铁与外壳共同构成闭合的磁回路。衔铁进出的位置改变，引起了工作气隙的磁通值变化。这种电磁路的吸力，可分为两部分：其一是衔铁与静止铁心端面之间的主磁通所产生的表面力；其二是衔铁与外壳之间的漏磁通产生的螺管力。图2-15b表示无外壳的螺管式电磁路。单独空心的螺线管也属于这一类型，只是没有衔铁而已。该系统中由于没有静铁心，所以不存在表面吸力，只有漏磁通产生的螺管力。

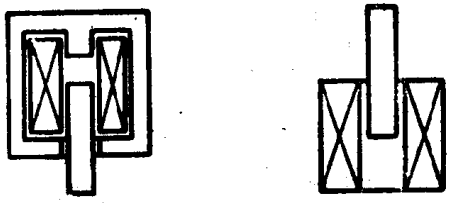


图2-15　螺线管磁路

图2-16是Π形电磁路结构示意图。a图的线圈绕组是集中放置的，b图的线圈绕组分成两组设置。a和b的衔铁运动形式都是直线运动，均具有两个气隙。c图所示的衔铁呈转动形式，它只有一个气隙，气隙长度是变化的。这种形式又称为拍合式磁路。

图2-17是几种E形电磁路的形式。E形磁路的特点是所有的磁通都经过中间的铁心，构成两个并联的磁回路，均有

三个气隙。吸引时，中央铁心进入线圈内，其作用原理和螺线管磁路相似。吸引力由磁极表面产生的表面力和螺管力组成，所以吸力较大。许多交流接触器和制动电磁铁都采用这种结构形式的磁路。a图和b图的差异在于E形铁心的平行移动与转动。c图所示的磁路衔铁不同于a、b中的E形而是条形，电磁力将衔铁吸住，用来传递功能。它的结构简单，动作迅速，控制功率小，在自动控制中得到了广泛的应用。许多电磁离合器采用这种磁路形式。

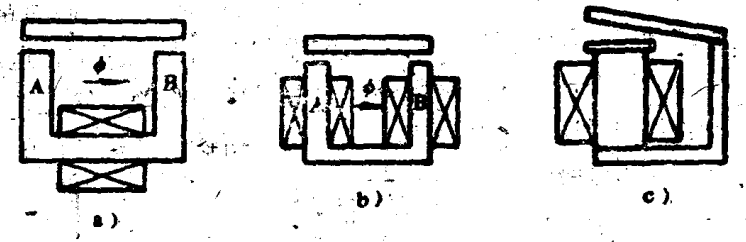


图2-16 Π形电磁路

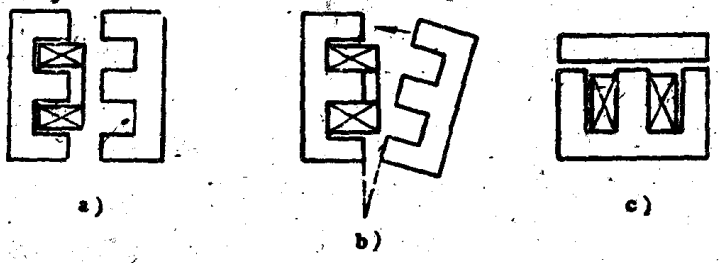


图2-17 E形电磁路示意图

无论永磁磁路还是电磁磁路，随着材料的发展，新的科技领域的开拓，磁路的结构形式更加多样新颖。例如，在永磁材料的近百年历史中，最大磁能积$(BH)_{max}$由1.6kJ/m³(0.2MGsOe)提高至405kJ/m³(50.6MGsOe)矫顽力H_c也提高了百余倍，新材料的问世，给磁路结构的改变提供了可能

性。性能的提高，改变了磁电式仪表的磁路结构，图2-8计测仪表的磁路，由于矫顽力等性能的提高，磁路发生很大的变化，永磁体也由细长的U形、短粗的U形、逐渐变成条形、柱形，由外磁式结构变为内磁式结构，磁路发生了巨大的变化。永磁体的尺寸愈变愈小，材料的利用率愈来愈高。

当然，一个磁系统允许有单个或数个磁回路存在，也允许磁回路属于不同的类型，例如，永磁回路和电磁回路同时存在、静态磁路和动态磁路同时存在等等。

以上的叙述未能把识别磁路的要点都归纳进去，但是就归纳方法和分类原则而言已有了一个初步框框，便于将来讨论具体问题时参考。

第三节　气隙磁导的计算

计算中为了方便起见，常常把磁阻的倒数叫做磁导G，即

$$G=\frac{1}{R_m} \tag{2-26}$$

因为磁阻$R_m=\frac{l}{\mu S}$

所以有

$$G=\frac{\mu S}{l} \tag{2-27}$$

式中　μ——磁导率；

S——磁路的截面积；

l——磁路的长度。

从式（2-27）可知：磁路的磁导与磁路的截面积成正比，与磁路的长度成反比。

磁路的欧姆定律式（2-6）可以写成

$$\Phi=F_mG \tag{2-28}$$

磁导是指磁力线和两等势面限制的磁路管内任何截面上

的磁通与该部分内等势面间的磁位差之比，也就是磁阻的倒数。

磁导是磁传导的一种量度，如果知道磁导就能计算磁体的总磁通有多少能到达工作气隙。磁导随各种磁路的不同而不同。磁体的尺寸决定于合理的精确估算磁体一侧端到另一侧端漏磁的磁导。漏磁磁导的变化通常是以接近磁体中性面的最小值到磁体末端或靠近工作气隙的最大值。在大多数情况下，单位磁导从磁体中性面到磁体一侧的中点没有明显的变化，变化最大的部分将是磁体一侧的中点到磁极或气隙的地方。研究中得到漏磁磁导在很大程度上决定于磁体侧面表面积，表面积愈大漏磁愈多。

在计算各种磁路时，气隙磁导计算的准确性对磁路计算的结果有很大的影响。较大的误差常常是由磁导计算的误差所引起的，因此如何正确地进行磁导计算是磁路设计中一个很重要的问题。由于磁极的形状有差异，磁极下磁通的不均匀分布和存在边缘漏磁通的缘故，往往使磁导的计算不易得到准确的结果。

我们知道磁导基本上取决于面积。在计算磁导中，存在着二种不同的情况：第一，这是一种最简单的磁路设计问题，在已有的形状和尺寸条件下，计算工作气隙的磁通。由于尺寸已定，就可以计算磁导了。这种问题还是比较容易的；第二种情况，在一定气隙范围内建立一定的磁通，求得磁体的形状和尺寸。我们面临这样的问题，磁体外形尺寸未定而无法求得磁导。问题的实质是免不了试验和修正。一个设计定下来了，于是以计算表明所确定的设计离要求相差到什么程度。通常经一、二次修正就可以获得所要求的气隙磁通。

下面介绍几种磁导的计算方法：解析法、查曲线法、经

验公式法、分割磁场法、磁通法等，并一一加以介绍。至于用自由磁极法推导的棒状磁极的磁导将放在第四节叙述。

应该说明的是这里不论对直流或交流磁路，都采用同一方法来进行磁导计算，但是实际上交流磁路的气隙磁导与直流磁路的气隙磁导是有差别的。由于涡流的缘故，使交流磁极表面上的磁通分布情况改变，于是气隙磁导就改变了，但到目前为止还没有一个可以准确估计这种影响的方法。

在阐述各种方法之前，先把几个主要符号及其单位介绍一下，

S_0——磁极面积 (cm^2)；

L_0——气隙宽（长）度 (cm)；

G——磁导(H)；

μ_0——真空磁导率，

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$(H/m)⊖

B——磁感应强度 (10^{-4}T)；

H——磁场强度$\left(\frac{10^3}{4\pi}\text{A/m}\right)$。

一、解析法确定磁导

这一方法是根据磁场的理论用数学方法推导出来的磁导公式，在列出数学公式时，有两个假定：第一，磁极面磁感应的分布是均匀的；第二，无边缘磁通。所谓“边缘磁通”是孳生在磁极的边缘上分布不均匀且向外凸出的那些磁通。如气隙很小，则上述两个假定成立，用解析法可以得到较准确的结果。下面将一部分不同形状的磁导列出其解析公式，供读者参考。

1. 两个相对的平行矩形面之间的磁导求法，如图 2-18

⊖ μ_0在CGS制中为 1 (纯数)。

所示．假定比值$\frac{L_g}{a}$和$\frac{L_g}{b}$<0.1则磁导可按下式计算：

$$G=\mu_0\frac{ab}{L_g} \tag{2-29}$$

假设比值$\frac{L_g}{b}$>0.1，则磁导按另一式计算：

$$G=\mu_0\frac{\left(a+K\frac{L_g}{\pi}\right)\left(b+K\frac{L_g}{\pi}\right)}{L_g} \tag{2-30}$$

上式考虑到平面边缘磁力线的弯曲以及棱角间的磁导，式中$K=f\left(\frac{C}{L_g}\right)$，根据比值的大小，自0.37变更至1.0。如果比值是大的（厚边），则$K=0.307$；如果比值是小的(薄边)，则$K=1$。

当$a=b$时，为正方形，如图2-19所示，则磁导为

$$G=\mu_0\frac{\left(a+K\frac{L_g}{\pi}\right)^2}{L_g} \tag{2-31}$$

如果是两个长为a，宽为b，且彼此相对的矩形平面，

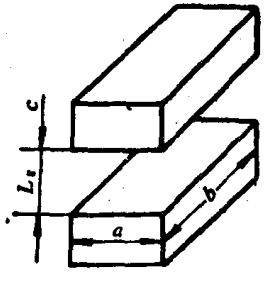


图2-18 两平行矩形面之间的磁导计算示意图

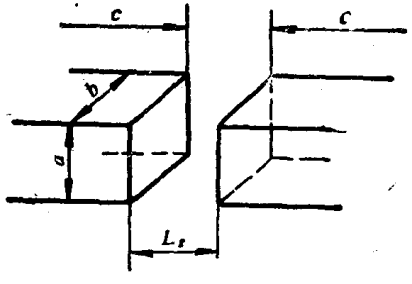


图2-19 两平行正方形面之间的磁导计算示意图

则磁导为

当C与a及b比很小时，即短而粗，

$$G=\mu_0\frac{\left(a+\frac{L_e}{\pi}\right)\left(b+\frac{L_e}{\pi}\right)}{L_e} \tag{2-32}$$

当细而长时，即C与a及b比很大

$$G=\mu_0\frac{\left(a+\frac{0.6L_e}{\pi}\right)\left(b+\frac{0.6L_e}{\pi}\right)}{L_e} \tag{2-33}$$

当$a\gg L_e$，$b\gg L_e$时

$$G=\mu_0\frac{ab}{L_e} \tag{2-34}$$

式（2-34）同式（2-29）。

2．互相倾斜成角度的两个平面之间的磁导求法，如图2-20所示。在这种情况下，假设磁力线是以O点为中心的圆弧，此时的比磁导（即垂直于图平面的方向长度1cm上的磁导）为

$$g=\mu_0\frac{1}{\theta}\ln\frac{r_2}{r_1} \tag{2-35}$$

式中　θ——为角度。

而全磁导等于：

$$G=gb \tag{2-36}$$

式中　b——垂直于图平面方向的平面尺寸。

3．两不平行平面的磁导求法，如图2-21所示，其磁导公式为

$$G=\mu_0\int\frac{dS}{L}$$

$$=\mu_0\int_{r_1}^{r_2}\frac{b\,dx}{\theta x}$$

$$=\mu_0\frac{b}{\theta}\ln\frac{r_2}{r_1} \qquad (2\text{-}37)$$

式中　θ——角度。

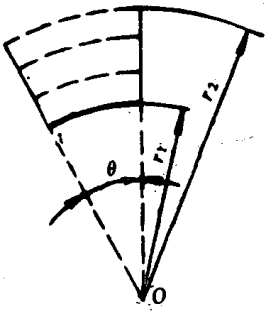


图2-20　两呈θ角平面之间的磁导计算示意图

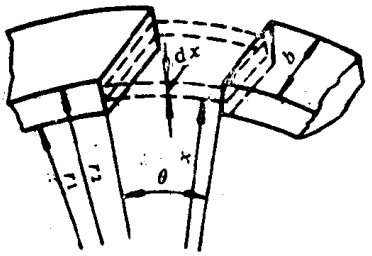


图2-21　两不平行平面间的磁导计算示意图

4．平行的圆形平面之间的磁导求法，如图2-22所示。

若$L_g<0.4r$，则磁导为

$$G=\frac{\mu_0\pi r^2}{L_g} \qquad (2\text{-}38)$$

式中　r——圆盘形平面的半径。

若$L_g>0.4r$，则必须考虑到边缘磁通，这时可把圆面化成等效的矩形面，而用前述公式来计算。

5．两同轴互相对向的圆柱体侧面之间的磁导求法，如图2-23所示。

当$2r/L_g>2$时

$$G=\frac{2\mu_0 xr}{0.22L_g+0.4x} \qquad (2\text{-}39)$$

当$2r/L_g<2$时

$$G=2\mu_0 r\ln(1+2x/L_g) \qquad (2\text{-}40)$$

有的文献给出一般情况下的计算式为

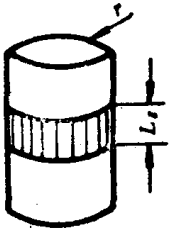


图2-22 平行圆平面之间的磁导计算示意图

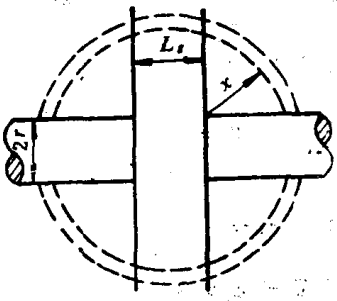


图2-23 两同轴圆柱体侧面之间的磁导计算示意图

$$G=\frac{2\mu_0 rx}{1+L_g} \tag{2-41}$$

其较准确的计算式为

$$G=\mu_0\left[\ln\left(1+2\frac{x}{L_g}\right)+\frac{4x}{\pi}\right] \tag{2-42}$$

上式也可以用确定端面互相对向的两个直角棱柱的侧面磁导。在这种情况下棱柱代之以等值圆柱体，以使其周边相等。等值圆柱体之半径可以按 $r=\frac{a+b}{\pi}$ 计算，这里的 a 和 b 为棱柱横截面的两边。

6. 两个平行圆柱体侧面和直棱柱侧面之间的磁导的求法，如图2-24所示。圆柱体的比磁导等于

$$g=\mu_0\frac{2\pi}{\ln\left[u+\sqrt{u^2+1}\right]} \tag{2-43}$$

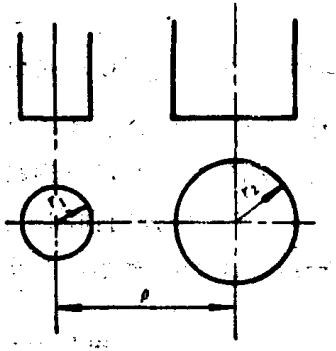


图2-24 两平行圆柱体侧面之间的磁导计算示意图

式中
$$u=\frac{\rho^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2} \tag{2-44}$$

若$r_1=r_2=r$，则

$$g=\mu_0\frac{\pi}{\ln(n+\sqrt{n^2-1})} \tag{2-45}$$

式中 $n=\frac{\rho}{2r}$

假若$n\gg 5$，则

$$g=\mu_0\frac{\pi}{\ln 2n} \tag{2-46}$$

侧面的全磁导等于

$$G=gL$$

式中 L——圆柱体的长度。

这个式子可用于确定两个直角形截面或正方形截面的棱之间的磁导。这种情况下棱柱代替以与棱柱同一周边的等值圆柱体。

如边长为a的正方形棱柱，它的等效半径为$r=\frac{2a}{\pi}$；

边长为a、b的矩形棱柱，它的等效半径为$r=\frac{a+b}{\pi}$。

均可把它们看成等值圆柱体。

棱柱截面与正方形截面区别愈大，本方法的准确度愈小。

7．圆柱体侧面和平行它的轴的无限平面之间的磁导求法，如图2-25所示。对于这种情况下比磁导等于：

$$g=\mu_0\frac{2\pi}{\ln(2n+\sqrt{4n^2-1})} \tag{2-47}$$

式中 $n=\frac{\rho}{r}$。

若 $n \geqslant b$

$$g = \mu_0 \frac{2\pi}{\ln 2n} \tag{2-48}$$

全磁导等于

$$G = gL$$

式中 L——圆柱体的长度。

平行于无限平面，两边各为 a 和 b 的矩形柱体，其磁导为

$$G = \mu_0 \frac{\left(a + \frac{0.614\rho}{\pi}\right)\left(b + \frac{0.614\rho}{\pi}\right)}{\rho} \tag{2-49}$$

式中 ρ——矩形与无限平面之间的距离。

如平行于无限平面的正方形，其间的磁导为

$$G = \mu_0 \frac{\left(a + \frac{0.614\rho}{\pi}\right)^2}{\rho} \tag{2-50}$$

式中 a——正方形的边长。

8. 一个置于另一个内的两个平行圆柱体侧面之间的空间磁导的求法，如图2-26所示。

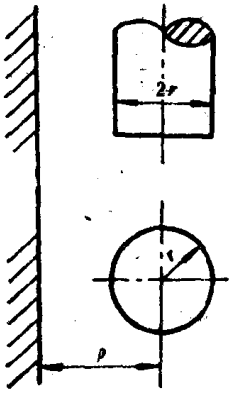


图2-25 圆柱体侧面与平行其轴的无限平面的磁导计算示意图

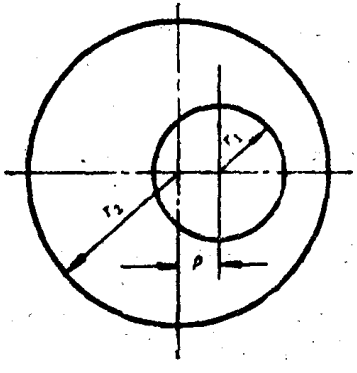


图2-26 圆柱体与圆柱内腔的平行侧面之间的磁导计算示意图

在这种情况下的比磁导为

$$g=\mu_0\frac{2\pi}{\ln\left(u+\sqrt{u^2-1}\right)} \tag{2-51}$$

式中 $$u=\frac{r_1^2+r_2^2-\rho^2}{2r_1r_2} \tag{2-52}$$

全磁导为

$$G=gL$$

式中 L——圆柱体的轴向长度。

若两圆柱体同轴，即$\rho=0$，则比磁导等于：

$$g=\frac{G}{L}=\mu_0\frac{2\pi}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \tag{2-53}$$

9．两个同轴圆柱体之间的空隙磁导求法，如图2-27所示。

如果欲求两个同轴圆柱体和包围角θ之间的空隙磁导，则串联的两个空隙全磁导为

$$G=\mu_0\frac{L\theta}{2\ln\frac{r_2}{r_1}} \tag{2-54}$$

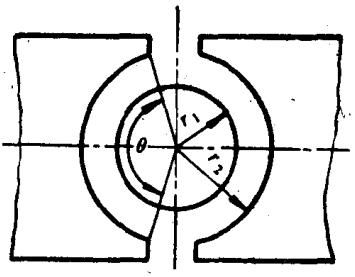


图2-27 两同轴圆柱体之间的磁导计算示意图

式中 L——圆柱体轴向长度。

这个公式可用于计算空隙的有效磁导，不计算磁力线在圆柱体边上的弯曲。

如果必须计算磁力线的弯曲，则取$L'=L+K\frac{r_2-r_1}{\pi}$

代替 L；而取 $\theta' = \theta + \frac{K}{\pi}\frac{r_2 - r_1}{r_2}$ 代替 θ 角，这里 $K = 0.307 \sim 1$。

10. 两个截面圆锥体之间的空隙磁导求法，如图2-28所示。对于这种情况，全磁导等于

$$G = \mu_0 \frac{2\pi r_c}{x\cos\alpha}\left(\frac{m}{\sin\alpha} - x\sin\alpha\right) \qquad (2\text{-}55)$$

式中 $2r_c$——$m-x$ 段上圆锥体截面部分的平均直径。

11. 处于同一平面中，宽为 b 的两长方形极面，每一厘米长度的磁导的求法，如图2-29所示。

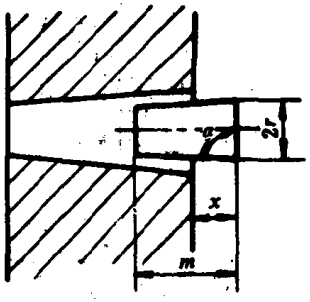


图2-28 两圆锥柱表面之间的磁导计算示意图

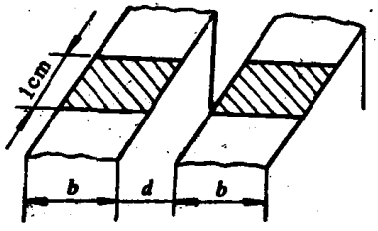


图2-29 同一平面内两长方形极面的磁导计算示意图

每一厘米长度的比磁导为

$$g = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln(2K^2 - 1 + 2K\sqrt{K^2 - 1}) \qquad (2\text{-}56)$$

式中 $K = \frac{2b + d}{d}$。

12. 两个同心圆弧体两端面的磁导求法，如图2-30所示，其磁导为

$$G = \mu_0 \frac{2(r_2 - r_1)}{\pi} \operatorname{lntg}\left(\frac{\beta}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \qquad (2\text{-}57)$$

式中 r_1，r_2——圆弧的半径；

β——圆弧的夹角。

13．两个相垂直平面间的磁导求法，如图2-31所示。其磁导为

$$G=\mu_0\frac{ab}{L} \tag{2-58}$$

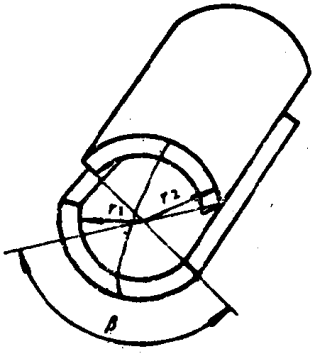


图2-30 两个同心圆弧体两端面的磁导计算示意图

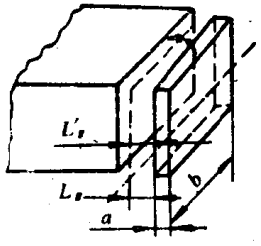


图2-31 两个相垂直平面间的磁导计算示意图

其中当 $L=\dfrac{L_g+\dfrac{a}{2}}{2}\pi=\dfrac{(2L_g+a)\pi}{4}$时

$$G=\mu_0\frac{4ab}{(2L_g+a)\pi} \tag{2-59}$$

当 $L=\dfrac{L'_g\pi}{2}$ $L'_g=\dfrac{2}{2L_g+a}$时

$$G=\mu_0\frac{2ab}{L'_g\pi} \tag{2-60}$$

14．在中性面两边的同一平面的磁导求法，如图2-32所示。其磁导为

$$G=\mu_0\frac{b}{\pi} \tag{2-61}$$

15. 矩形铁心和衔铁磁导的求法，如图2-33所示。

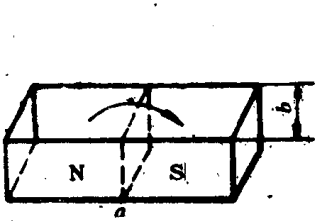


图2-32 在中性面两边的同一平面的磁导计算示意图

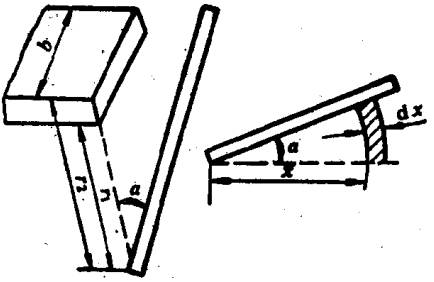


图2-33 矩形铁心与衔铁的磁导计算示意图

设磁力线为圆弧，在极面上取一极小宽度dx，其距衔铁旋转轴的距离为x，则在dx上的磁导为

$$dx=\frac{\mu_0 b dx}{xd} \tag{2-62}$$

于是有

$$G_r=\frac{\mu_0 b}{a}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 b}{a}\ln\frac{r_2}{r_1}(\mathrm{H}) \tag{2-63}$$

在上述公式中同样可以考虑修正系数，我们采用的修正系数为$2k$来考虑计算矩形铁心与衔铁间的边缘磁导，即

$$dG'=\frac{\mu_0(b+2kdx)dx}{ax} \tag{2-64}$$

所以

$$G'=\int\frac{\mu_0(b+2kax)}{ax}dx$$

$$=\frac{\mu_0}{a}\left\{\int\frac{b}{a}dx+\int 2kadx\right\}$$

$$=\frac{\mu_0}{a}(b\ln x+2kax)$$

取积分的极限值为

$$G=\frac{\mu_0}{a}\left\{b\ln\frac{r_2+kar_2}{r_1-kar_1}+2ka[(r_2+kar_2)-(r_1-kar_1)]\right\} \tag{2-65}$$

因为修正系数属于铁心的两侧，所以积分的上下极限取 (r_2+kar_2) 和 (r_1-kar_1)，而不取 (r_2+2kar_2) 和 (r_1-2kar_1)。

16．圆形铁心和衔铁之间磁导的求法，如图2-34所示，dx一段对衔铁的磁导为

$$dG=\frac{\mu_0 r dx}{ax}$$

但是

$$y=2\sqrt{r^2-(R_0-x)^2}$$

$$R_0=\frac{1}{2}(R_2-R_1)$$

所以

$$G=\int_{R_1}^{R_2}\mu_0\frac{\sqrt{r^2-(R_0-x)^2}}{ax}dx$$

$$=\frac{2\pi R_0\mu_0}{a}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right) \tag{2-66}$$

如果考虑到边缘磁通，可把圆形磁极化成等面积的矩形磁极，再用矩形磁极的方法来求。

17．山形磁路磁导的求法，如图2-35所示，中柱与两平行侧柱间的比磁导为

$$g=\left[\frac{4}{\pi}\ln\left(1-\frac{\pi d}{2c}\right)+\frac{2b}{c}\right]\mu_0 \tag{2-67}$$

式中 d ——铁心中柱宽度；

b ——铁心厚度；

c ——中柱与侧柱间的距离。

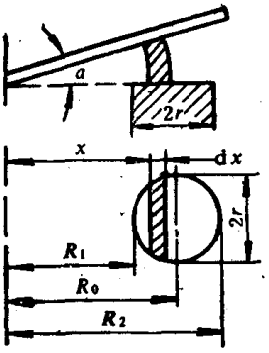


图2-34　圆形铁心和衔铁之间的磁导计算示意图

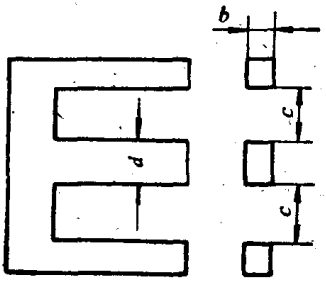


图2-35　山形磁路的磁导计算示意图

二、查曲线法

1．在同一个平面内的两个平行平面之间的磁导求法，如图2-36所示。在这种情况下，必须区分“厚”和“薄”边。图2-37的曲线关系是指对于“厚”和“薄”边，在b方向1cm长度上的比磁导g，按参数值m而定。$\frac{c}{L}>0.1$为“厚”边，$\frac{c}{L}<0.1$为“薄”边。

$$m=\frac{2a+L}{L} \qquad (2\text{-}68)$$

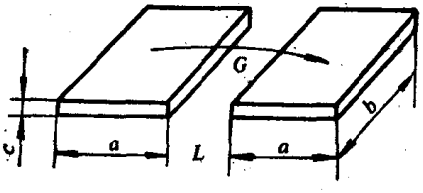


图2-36　同一平面内两个平行平面之间的磁导计算示意图

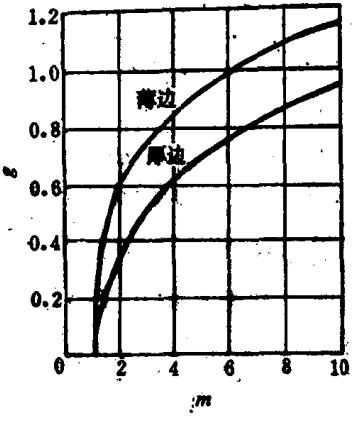


图2-37　m与g的关系曲线

全磁导 $$G=gb$$

对于厚边，比磁导 g 可按下式确定

$$g=\mu_0\frac{1}{\pi}\ln\left[m+\sqrt{m^2-1}\right] \qquad (2\text{-}69)$$

2. 背面相对的两个相同矩形平面之间的磁导求法，如图2-38所示。这里 $m=\dfrac{2c+L}{L}$，$n=\dfrac{\text{平面宽度}}{L/2}$，在这种情况下比磁导与两个参数 m 和 n 的关系曲线，如图 2-39所示，g_1、g_2是按 m 和 n 值的曲线确定的。

对于平面 I （图2-40 a）

$$n=\frac{a}{L} \qquad (2\text{-}70)$$

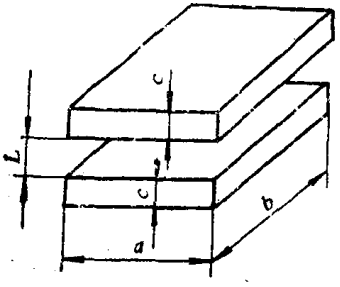


图2-38 背面相对的两个相同矩形平面之间的磁导计算示意图

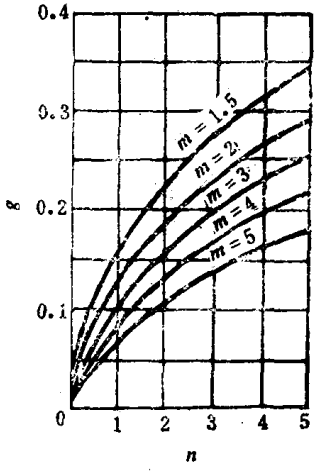


图2-39 不同m值下的n与g的关系曲线

全磁导 $$G_{\text{I}}=2g_1b \qquad (2\text{-}71)$$

对于平面 II （图2-40 b）

$$n=\frac{b}{L/2}=\frac{2b}{L} \qquad (2\text{-}72)$$

全磁导 $$G_{\text{II}}=g_{\text{II}}b \qquad (2\text{-}73)$$

如果在平面 II 内磁力线象在平面 I 内一样，同样消耗在

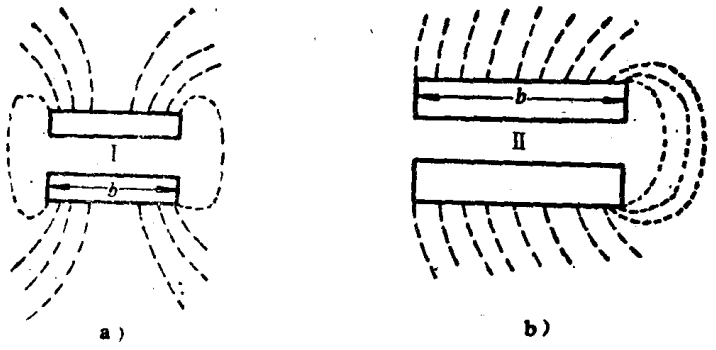


图2-40　两种背面相对情况的磁导计算示意图

两面，则

$$n=\frac{b}{L}\quad 和\quad G_{\text{II}}=2g_{\text{I}}$$

三、经验公式法

一般说来，在一定条件下，经验公式的准确度是比较高的，下面是几个例子。

1．二个圆锥体之间的空隙磁导的求法，如图2-41所示。

$$G=\frac{\mu_0\pi r}{x\cos\alpha}\left[\frac{r}{\cos\alpha}-\frac{x^2}{2r}\sin^2\alpha\cos\alpha\right]\qquad(2\text{-}74)$$

锥形端面磁极间磁导的求法，如图2-41所示，其计算公式为

$$G=2r\mu_0\left(\frac{\pi 2r}{4x\sin^2\theta}-\frac{0.157}{\sin^2\theta}+0.75\right)\qquad(2\text{-}75)$$

2．两个球体之间，球体与无限平面之间的磁导的求法，如图2-42、图2-43所示。其磁导分别为

$$G=\frac{2\pi}{\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho}}\mu_0\quad(\text{如果 }\rho\geqslant 6r)$$

$$G=\frac{4\pi}{\frac{1}{r}-\frac{1}{\rho}}\mu_0 \qquad (2\text{-}76)$$

3．截锥与圆筒之间的磁导求法，如图 2-44 所示，其计算公式为

$$G=\mu_0\pi\left[\frac{2(r+L_\delta)}{\alpha}\ln\frac{\alpha m+L_\delta}{\alpha n+L_\delta}+m-n\right] \qquad (2\text{-}77)$$

此处未计算边际效应。α 的单位是弧度。

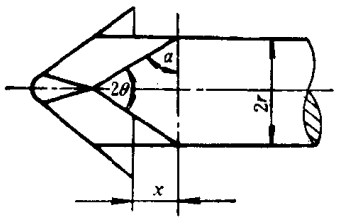


图2-41　二个圆锥面之间的磁导计算示意图

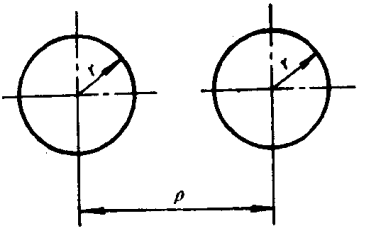


图2-42　两球体之间的磁导计算示意图

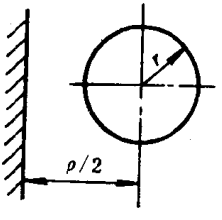


图2-43　球体与无限平面之间的磁导

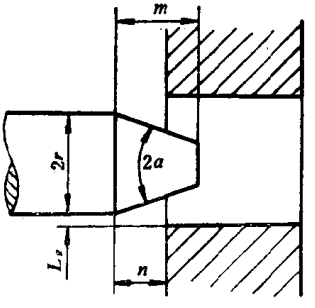


图2-44　截锥与圆筒之间的磁导计算示意图

4．端面互相对向的两圆柱体之间的磁导的求法，如图 2-45所示，有以下两种情况，即

（1）端面之间的磁导为

$$G=\mu_0 d\left(\frac{\pi d}{4L}+\frac{1.51d+0.48L}{2.4d+L}\right) \tag{2-78}$$

当$\frac{L}{d}<0.2$时

$$G=\mu_0\frac{\pi d^2}{4L} \tag{2-79}$$

（2）从端面到x间的侧表面之间的磁导为

$$G=\mu_0\frac{xd}{0.22L+0.4x} \tag{2-80}$$

5．端面互相对向的两个直角棱柱体之间的磁导的求法，如图2-46所示，有以下两种情况，即

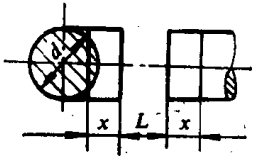


图2-45　端面相对的两圆柱体之间的磁导计算示意图

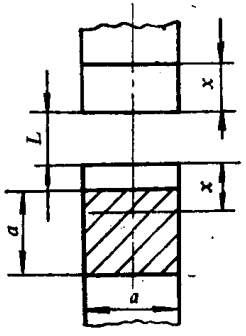


图2-46　端面相对的两直角棱柱体之间的磁导计算示意图

（1）端面之间的磁导为

$$G=\mu_0 a\left[\frac{\pi a}{4L}+\frac{0.36}{2.4+\frac{L}{a}}+\frac{0.14}{\ln\left(1.05+\frac{L}{a}\right)}+0.48\right] \tag{2-81}$$

当$\frac{L}{a}<0.2$时

$$G=\mu_0\frac{\pi a^2}{4L} \tag{2-82}$$

（2）距端面为 x 的侧表面磁导为

$$G=\mu_0\frac{xa}{0.17L+0.4x} \tag{2-83}$$

6．平顶、平底圆锥体端面之间的磁导的求法，如图2-47所示。

$$G=\mu_0 d\left\{\frac{\pi d}{4L\sin^2 x}-\frac{0.157}{\sin^2\alpha}-\frac{1.97}{\sin\alpha}(1-\eta)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{0.6-\eta}{\ln\left(1+\frac{L}{d}\sin 2\alpha\right)}+\frac{1+\eta}{\ln\left(1+5\frac{L}{d}\sin\alpha\right)}\right]+0.75\right\} \tag{2-84}$$

式中 $\eta=\dfrac{h}{H}$

若 $\dfrac{L}{d}<\dfrac{\eta}{\sin 2\alpha}$ 则 $\eta=\eta+0.29\,\mathrm{tg}(1+\eta)$ (2-85)

$\dfrac{L}{\alpha}\geqslant\dfrac{\eta}{\sin 2\alpha}$ 则 $\eta=\dfrac{L}{d}\sin 2\alpha$ (2-86)

$\dfrac{L}{\alpha}>\dfrac{1}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}$ 则 $\eta=1.0$

7．衔铁与极之间的磁导的求法，如图2-48所示，其计算公式为

$$G=K_0K_LK_\alpha G_0 \tag{2-87}$$

式中

$$G_0=\mu_0\frac{\pi r}{\alpha L'}\frac{2}{1+\sqrt{1-\frac{1}{L'^2}}} \tag{2-88}$$

$$K_0=\frac{1+(-3.55+7.12L'-0.72L'^2)\alpha}{1+4.55\alpha}$$

$$K_L=\frac{1+(0.140+0.313L')l'\alpha}{1+(0.03l'+0.26L')l'\alpha}$$

$$K_a=\frac{1+(10.6+1.25a')a'\alpha}{1+8.75\alpha}$$

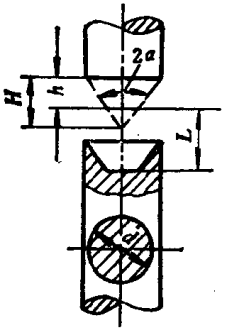


图2-47 平顶平底圆锥体端面之间的磁导计算示意图

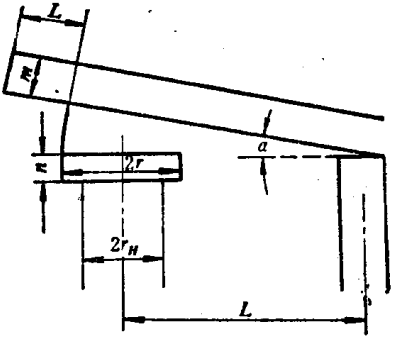


图2-48 衔铁与极之间的磁导计算示意图

$$L'=\frac{L}{r}\qquad a'=\frac{a}{2r}-1\qquad l'=\frac{\Delta L}{r}$$

其条件为 $2\leqslant L'\leqslant 5$ $0\leqslant l\leqslant 3$ $0\leqslant a'\leqslant 1$

$$0.12\leqslant\frac{h}{r}\leqslant 0.35\qquad 0.3\leqslant\frac{m}{r}\leqslant 0.6$$

$$0.5\leqslant\frac{r_H}{r}\leqslant 0.8\qquad 0\leqslant\alpha\leqslant 0.3$$

式中 α——角度；

a——衔铁宽度。

四、分割磁场法

所谓分割磁场法就是把磁极间气隙中的整个磁场分割成许多具有最简单几何形状的磁通管，如圆柱体，半球体等。每一磁通管的磁导决定于截面的平均值对力线长度平均值

之比。

截面的平均值为

$$S_{cp}=\frac{V}{L_{cp}} \tag{2-89}$$

式中 L_{cp}——磁力线长度的平均值；

V——磁通管的体积。

而一个磁通管的磁导为

$$G=\mu_0\frac{S_{cp}}{L_{cp}} \tag{2-90}$$

全部磁导即为各磁通管磁导之总和。

图2-49表示的即为这种分割法，图中所示为一矩形磁极A与一无限大平面B所形成的磁场。

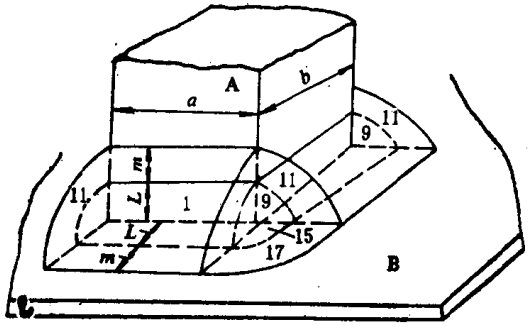


图2-49 矩形柱与无限大平面的分割磁场法

整个磁场按图中所示的符号分成下列几种磁通管：

1为平行直角六面体，其三边的尺寸分别为a、b和L，而L即为气隙的大小；

9为四分之一个圆柱体，其半径为L；

11为四分之一个空心圆柱体，其内径为L，而外径为$L+m$，m为某一任意值，它表达出边缘磁通的特征，通常它

是由试验求得的，其数值为（1～2）L；

15为八分之一个球体，半径为L；

17为八分之一个球瓣，内径为L，外径为$m+L$；

在分割磁场时必须按照磁通的路径来进行分割，例如17为沿棱角流出的磁通，而15是沿角的尖端流出的磁通，不能将它们并作一个八分之一球体来处理。

下面让我们来列举出各种最简单几何形状的磁通管的计算公式。

1．半个圆柱体的磁导求法，图2-50所示的半径为d的半个圆柱体。磁力线长度的平均值常用作图法求得。在图上取三根磁力线L_1、L_2、L_3。其中L_2的末端点的半径夹角为90°。则有

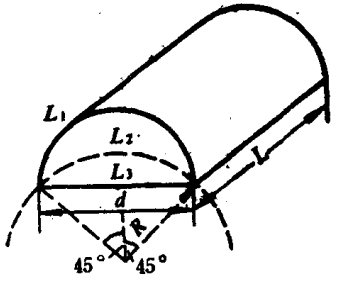


图2-50 半圆柱体的磁导计算示意图

$$L_1=\pi\frac{d}{2}=1.57\,d$$

$$L_2=\frac{1}{2}\pi R=\frac{1}{2}\pi\frac{d/2}{\sin 45^\circ}=\frac{1}{2}\pi\frac{d}{\sqrt{2}}=1.11\,d$$

$$L_3=d$$

$$L_{cp}=\frac{1}{3}(L_1+L_2+L_3)\approx 1.22\,d$$

于是

$$S_{cp}=\frac{V}{L_{cp}}=\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{d}{2}\right)^2 L}{1.22\,d}=0.322dL \qquad (2\text{-}91)$$

而

$$G=\mu_0\frac{S_{cp}}{L_{cp}}=\mu_0\frac{0.322dL}{1.22\,d}=0.26\mu_0 L \qquad (2\text{-}92)$$

2．四分之一个圆柱体磁导的求法，如图2-51所示。

按照对称原理，它的磁导为半个圆柱体的两倍，即

$$G=0.52\mu_0 L \tag{2-93}$$

这就是图2-49中磁通管 9 的磁导。

3．半个空心圆柱磁导的求法，如图2-52所示，其计算公式为

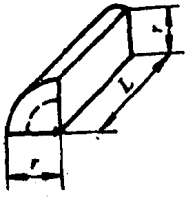


图2-51 四分之一圆柱体的磁导计算示意图

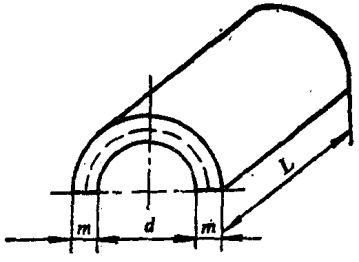


图2-52 半空心圆柱的磁导计算示意图

$$L_{cp}=\frac{2\pi\left(\frac{1}{2}d+m\right)}{2}+\frac{2\pi\left(\frac{1}{2}d\right)}{2}$$

$$=\pi\frac{d+m}{2} \tag{2-94}$$

$$S_{cp}=mL \tag{2-95}$$

所以

$$G=\mu_0\frac{S_{cp}}{L_{cp}}=\mu_0\frac{2L}{\pi\left(\frac{d}{m}+1\right)} \tag{2-96}$$

当 $d<3m$ 时

$$G=\mu_0\frac{L}{\pi}\ln\left(1+\frac{2m}{d}\right) \tag{2-97}$$

上式是由 $G_0=\mu_0\frac{b}{\theta}\ln\frac{R_2}{R_1}$ 转化而来，此处 $b=L$、$\theta=$

π、$R_2=\frac{d}{2}+m$、$R_1=\frac{d}{2}$，代入后得

$$G=\mu_0\frac{L}{\pi}\ln\frac{d/2+m}{d/2}=\mu_0\frac{L}{\pi}\ln\left(1+\frac{2m}{d}\right) \qquad (2\text{-}98)$$

4．四分之一个空心柱体磁导的求法，如图 2-53 所示。

按照对称的原理，这个磁通管的磁导应为图2-52磁通管的两倍，

即
$$G=2\mu_0\frac{2L}{\pi\left(\frac{d}{m}+1\right)} \qquad (2\text{-}99)$$

因 $d=2r$

所以有
$$G=2\mu_0\frac{2L}{\pi\left(\frac{2r}{m}+1\right)}=\mu_0\frac{2L}{\pi\left(\frac{r}{m}+0.5\right)} \qquad (2\text{-}100)$$

当 $r<3m$时

$$G=\mu_0\frac{2L}{\pi}\ln\left(1+\frac{m}{r}\right) \qquad (2\text{-}101)$$

图2-49中，11所表示的磁通管就是这一种。

5．四分之一个球体的磁导求法，如图2-54所示。磁力线的平均长度L_{cp}是用作图法求得

$$L_{cp}=1.3\,d \qquad (2\text{-}102)$$

此外，体积$V=\frac{\pi}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3$ (2-103)

因此
$$S_{cp}=\frac{\frac{\pi}{3}\left(\frac{d}{2}\right)^3}{1.3\,d}=0.1d^2 \qquad (2\text{-}104)$$

$$G=\mu_0 0.154d \qquad (2\text{-}105)$$

6．八分之一球体的磁导求法，如图2-55所示，它的磁导应是图2-54所示图形的二倍，即

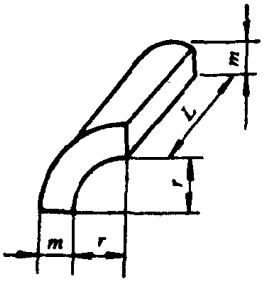


图2-53 四分之一空心柱体的磁导计算示意图

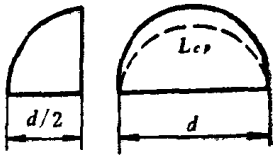


图2-54 四分之一球体的磁导计算示意图

$$G=2\mu_0\times0.077d \tag{2-106}$$

已知球体的半径为 r，而 $r=\frac{d}{2}$，则有

$$G=2\mu_0\times0.077\times2r=0.308\mu_0 r \tag{2-107}$$

这个磁通管即是图2-49中15所表示的磁通管。

7．四分之一个球瓣的磁导的求法，如图2-56所示，其磁导为

$$G=\mu_0\frac{m}{4} \tag{2-108}$$

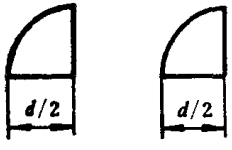


图2-55 八分之一球体的磁导计算示意图

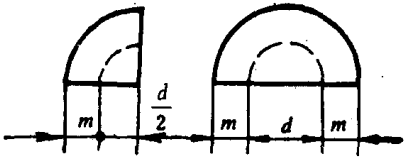


图2-56 四分之一球瓣的磁导计算示意图

8．八分之一球瓣的磁导的求法，它是四分之一球瓣的二倍，即

$$G=\mu_0\frac{m}{2} \tag{2-109}$$

这就是图2-49中17指出的磁通管。

9．环形磁通管的磁导求法，如图2-57所示，磁通管平均长度

$$l=2\pi\left(r+\frac{L}{4}\right)$$

磁导为

$$G=\mu_0\times 0.26\,l$$

$$=\mu_0\times 1.63\left(r+\frac{L}{4}\right) \qquad (2\text{-}110)$$

10．半球壳旋转环磁通管的磁导，如图2-58所示平均磁

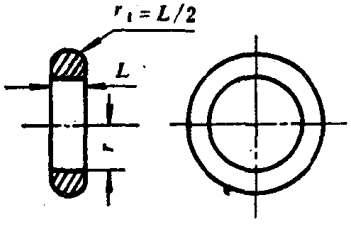


图2-57　环形磁通管的磁导计算示意图

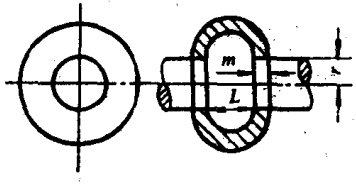


图2-58　半球壳旋转环磁通管的计算示意图

力线长度 $l=2\pi\left(r+\frac{L}{2}\right)$。

磁导为

$$G=\mu_0\frac{2l}{\pi\left(\frac{L}{m}+1\right)}$$

$$=\mu_0\frac{4\left(r+\frac{L}{2}\right)}{\frac{L}{m}+1} \qquad (2\text{-}111)$$

当 $L<3m$ 时

$$G=\mu_0(2r+L)\ln\left(1+\frac{2m}{L}\right) \tag{2-112}$$

五、磁通作图法

在磁体的实际计算中，由于解析法，分割磁场法等公式推导中的假设的数学对称的理想条件不存在，无法求得气隙磁导时，另一种计算磁导的方法不一定比磁导公式计算更精确，但是它将求得一个满意的近似值，从而可作为对上述方法的补充和校核方法，这个方法就是作磁场的图形，也就是作出磁力线和等位线的图形，我们称它为磁通作图法。

此法应用于磁场或部分磁场是最有效的，只要它在两个方向上有变化，而在第三个方向上基本保持不变。作图的程序较简单，在磁路图上作出几条等位线，然后连接极性相反的表面磁力线，满足下列条件：

（1）所有磁力线和等位线在相交的每个交点处都必须互相垂直。例如，永磁体或铁心表面是磁等位面，磁力线与表面处任何点的切线相垂直。

（2）两相邻磁力线和两相邻等位线所限定的每个图形必须是一个曲线矩形，即图形四个角处等位线和磁力线都垂直。

当整个图形作好以后，任何两相邻等位线间的曲线矩形数，用 n 表示，任何两相邻磁力线间的曲线矩形数用 m 表示。垂直于图形平面的磁场长度用 L 表示，那末磁导 G 有

$$G=\mu_0 L\frac{m}{n} \tag{2-113}$$

尺寸单位习惯用cm，G 的单位是 H(Wb/A)。

举例说明，图2-59所示的为C型磁体，对于这种磁体其

极面间部分磁场的磁导，用磁通作图法，首先作出基准等位线A，它是磁体中性面与磁通图形平面的交线，然后在图中作出若干条等位线，如B、B'和C，C'线等。在一个极面的内棱边开始，把磁力线一条条加到图形上去。这样做免不了试验和错误，或者画得不好，但是只要不忘记上述两个条件，磁通图会逐步趋于正确。然后利用上式求得磁导。一般情况下，A等位线选中性面，B、B'线为平分磁位差线，C，C'相当于四分之一磁位差的等位线。对形状复杂的情况，还可以继续作图，如引出八分之一磁位差的等位线，这样作得更准确些，因为磁场由一些较小尺寸的单元磁通管组成。在磁力线的分布极不均匀的那些地方，特别是凹进或凸出的那些地方附近，这样准确地作图是非常必要的。

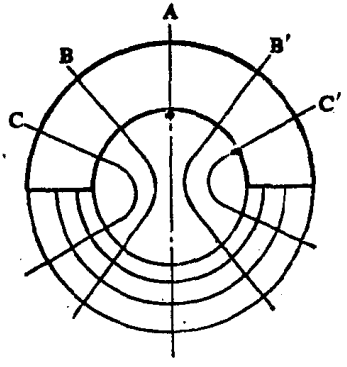


图2-59　C形磁体的两极间磁导计算示意图

我们以图2-60为例来说明作图中的其他规则和方法：

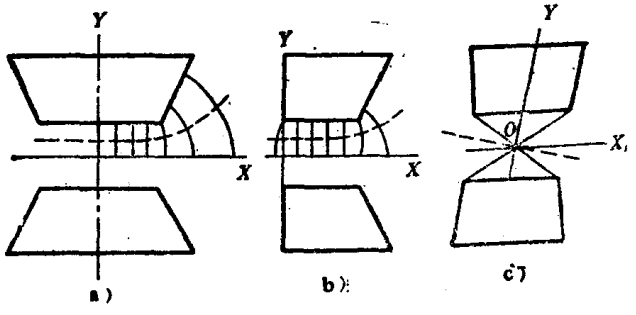


图2-60　磁极或铁心表面的形状和位置

a）X、Y对称　b）X轴对称　c）X、Y都不对称

1．正确确定第一条磁力线的方向和平均等位线的方向。

图2-60 a 的几何形状对称于 x 轴 y 轴。我们选第一条磁力线与 y 轴重合，第一条平均等位线与 x 轴重合。此时，只要给出气隙磁场图的四分之一部分就可说清问题。如果磁体表面不对称，而磁极的位置是对称的，见图 2-60 b，此时，第一条平均等位线与 x 轴相重合。在这种情况下，只需绘制二分之一气隙的磁场图。

如果铁心表面的形状不对称，其两者的形状相同，但反向安排，见图2-60 c，则先找出其对称中心 O，所作的第一条磁力线为铁心表面中心点的连线，必然会通过 O 点，所作的第一条等位线通过 O 点，与第一条磁力线垂直正交于 O 点。

2．外角和内角的磁场图的特点见图2-61 和 2-62。作如下说明

1）角顶的磁力线与角等分线重合；

2）设角等分线与角平面的夹角为 θ，则单元磁力线与等位线的交点都在 θ 角的等分线上；

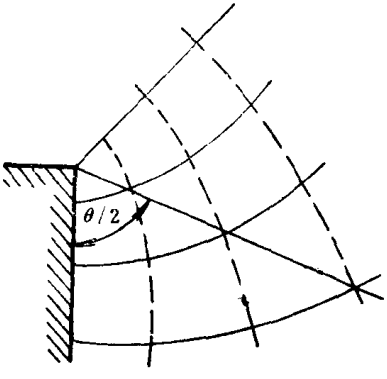


图2-61　外角的磁场图

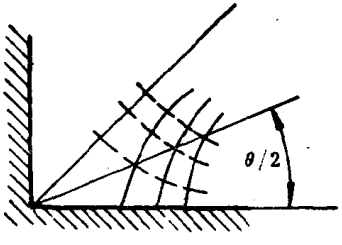


图2-62　内角的磁场图

3）靠近内角的磁力线密集，而靠近外角的磁力线稀疏。

如果绘制一张定量的磁通图，工业上通常的方法是用静电系统来模拟，静磁和静电系统两者的基本场论和关系式都相同，用静电场图来代表静磁场。至于静电场图的绘制方法请参阅其他有关书刊。

第四节　柱形磁体及磁导

磁路的磁通 Φ，磁动势 F_m 和磁导 G 的关系式为

$$\Phi = F_m G \tag{2-28}$$

由于 $\Phi = BA_m$，$F_m = HL_m$，式中 A_m 为磁体的面积，L_m 为磁体的长度，我们可以得到：

$$BA_m = HL_m G \tag{2-114}$$

或

$$B/H = (L_m/A_m)G \tag{2-115}$$

令 $P = \dfrac{B}{H}$ 为磁导系数，它由磁体的尺寸、形状和磁导 G 而确定。对于简单的棒状磁体由于没有极靴或限定的气隙，G 是从磁体的一端到另一端的磁导，换言之，对开路的柱形磁体，它在退磁曲线上的工作点仅决定于几何形状和从一端到另一端产生的磁导。

根据式（2-115）确定的 $P(B/H)$ 值是棒状磁体中性面的 B/H 值，当我们由中性面向磁极末端移动时，由于磁通从侧面散发，故 B/H 值下降。从铁磁学我们知道：如果磁体外形是一个椭球体，则它的磁通密度 B 以及它产生的磁势在整个磁体上是均匀的。总磁导 G 为每厘米的磁导乘以磁体的侧面的长度。每厘米磁导是连续缓慢变化的，在接近中性面处最大，接近磁极端为最小。

一、单独磁体的磁导

对于一个单独在空间工作的永磁体，由于它没有明确的空气隙，也没有其他部件与之配合。为了计算这类单独磁体的工作点，可以应用等效磁荷球的原理。所谓等效磁荷球，指的是把某一形状的单独磁体看成是带正磁荷和负磁荷的两个球，这两个球的表面积与单独磁体的表面积相等时，球的磁导就是单独磁体的磁导。求出单独磁体的磁导后，就不难求出单独磁体的磁导系数。

求等效磁荷球的磁导。设有一半径为 r 带正磁荷的球，向空间辐射磁力线的形式与带电体辐射电力线的形式相同。这样的磁荷球在半径为 x、厚度为 dx 的球壳空间内的磁阻 d_{R_+} 的求法，见图2-63。其磁阻为

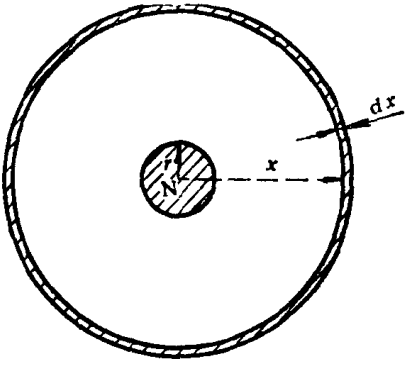


图2-63　磁荷球的磁导计算示意图

$$d_{R_+}=\frac{\text{磁路长度}}{\text{磁路面积}}=\frac{dx}{4\pi x^2} \tag{2-116}$$

若空间范围是从 r 至 nr，则正磁荷在此空间的总磁阻 R_+ 为

$$R_+=\int_r^{nr} dR_+=\int_r^{nr}\frac{dx}{4\pi x^2}=\frac{1}{4\pi x}\Big|_r^{nr}=\frac{1}{4\pi r}-\frac{1}{4\pi nr}$$

$$=\frac{1}{4\pi r}\left(1-\frac{1}{n}\right) \tag{2-117}$$

当 n 的数值很大时，即磁荷球向比其他半径大得多的空气辐射磁力线时，式(2-117) 中在 $\frac{1}{n}\to 0$，所以有

$$R_+=\frac{1}{4\pi r} \tag{2-118}$$

同理，由于磁力线由nr空间进入负磁荷球，则负磁荷球在此空间的总磁阻R_-为

$$R_-=\frac{1}{4\pi r} \tag{2-119}$$

正负磁荷球的总磁阻R就是磁力线从正磁荷球出发至负磁荷球的总磁阻

$$R=R_-+R_+=\frac{1}{4\pi r}+\frac{1}{4\pi r}=\frac{1}{2\pi r} \tag{2-120}$$

于是，一对正负磁荷球的总磁导为

$$G=1/R=2\pi r \tag{2-121}$$

因为一个磁荷球体表面积$S=4\pi r^2$，所以有

$$r=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$$

将其代入式（2-121），得

$$G=2\pi r=\sqrt{\pi S} \tag{2-122}$$

把单独磁体看成正、负两个磁荷球构成的，显然单独磁体的表面积就相当于正、负两个磁荷球的表面积之和（$2S$）。这样单独磁体的总磁导G的表达式就是式（2-122），即

$$G_m=\sqrt{\pi S} \tag{2-123}$$

将式（2-123）代入式（2-115），得

$$\frac{B}{H}=\frac{L_m}{A_m}\sqrt{\pi S}=\frac{L_m}{A_m}1.77\sqrt{S} \tag{2-124}$$

这就是单独磁体的工作负载线斜率，也叫做**磁导系数** P。式中S是磁荷表面积，也就是一个磁极的表面积，若磁体能化成由单独磁体构成时，式（2-124）就有很普遍的意义。

在许多应用领域里，磁体侧端的几何形状决定了它的磁导，从而决定了它在一个特定的退磁曲线上的工作点。许多形状，如棒状、条状、环状的磁体都用来在空间建立磁场能，且不与限定的气隙或附加磁路元件相接。我们认为它是处于开路状态，许多磁体在装入器件的磁路之前就处于开路状态，称为开路或气隙的退磁老化（例如发电机磁路中）。此时，工作点的回复曲线的起点由开路磁导所决定，从而确定了回复磁导率，也就决定了工作状态。

矫顽力较低的永磁体在应用时，磁体的长度与截面之比大些。高矫顽力永磁体在应用时，磁体的长度与截面之比小些。实践给出前一种情况的有效磁极的距离为磁极距离全长的0.7。以有效磁距作为磁极的有效长度，并代入式(2-124)则有

$$A_mB=0.7L_mHG=0.7L_mH\times 1.77\sqrt{S} \tag{2-125}$$

或

$$B/H=0.7L_m/A_m\times 1.77\sqrt{S} \tag{2-126}$$

式中 S——磁极表面积。

后一种情况，即对矫顽力较高的材料而言，磁极极距不变

$$A_mB=0.7L_mH\times 1.77\sqrt{S} \tag{2-127}$$

$$B/H=0.7L_m/A_m\times 1.77\sqrt{S} \tag{2-128}$$

密度B以及它产生的磁势在整个磁体上是均匀的。一般而言，在磁体中性面处磁导最大，接近末端为最小。

二、几种形状磁体的磁导系数

J.Paker把磁极表面化成相当简单的形式，然后应用$P=\sqrt{\pi}S$时，发现在矫顽力较低的永磁体上，磁极的有效极距为全长的0.7。则有

$$B/H=0.7\frac{L_m}{A_m}\sqrt{\pi S} \tag{2-129}$$

当长度与面积之比在10∶1以上，磁体并不是一个球形，上式的误差较大，如今磁体的长度与面积之比很少有超过5的。磁体极性端辐射的磁通超过从侧面辐射的磁通。因此对 L/A 较低的情况，有效磁极的极距就是磁体的全长，如图2-64所示。

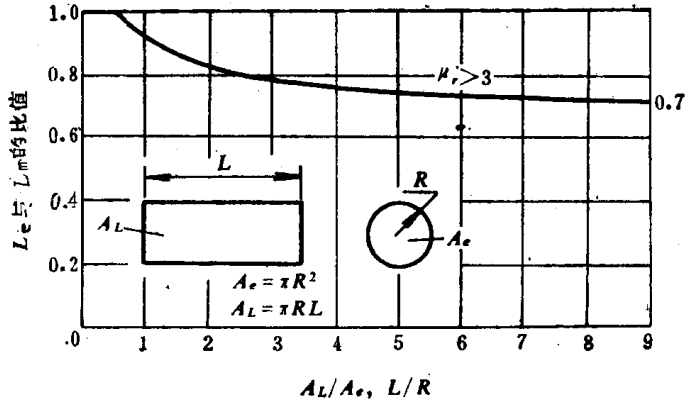


图2-64　磁体有效磁极的极距示意图

图中给出磁体侧面面积 A_L 对磁体端面面积 A_e 之比与有效磁极极距 L_e 对磁体长度 L_m 之比的试验关系。

对AlNiCo5 $\mu_r>3$，铁氧体 $\mu_r\approx 1$，磁极的有效极距并不一致，前者趋于 $0.7L_m$，后者 $L_e=L_m$，低 μ_r 的永磁材料一般 H_c 均很高。

把柱形磁体的思路扩大到圆筒体、矩形体、多极以及径向磁化柱状等等磁体，这些常用的几何形状与 $P(B/H)$ 的关系由图2-65、2-66、2-67、2-68、2-69给出。这几个特定形状推出的自由磁极公式在图中注明，我们可以找出类似上述图形的磁体的比磁导 P。

在这里我们推导一下径向磁化圆柱体的磁导系数公式

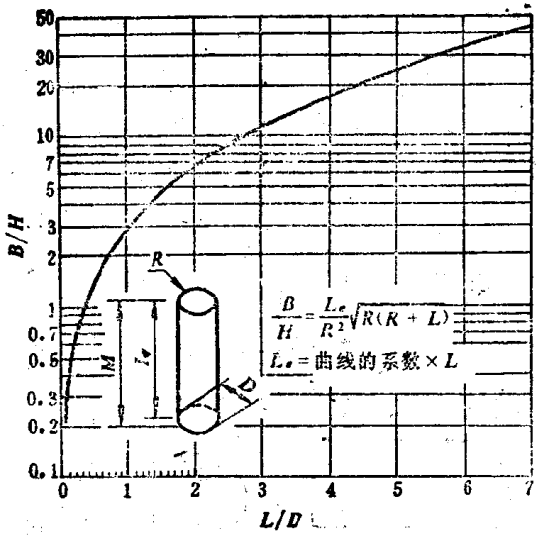


图2-65　圆柱体轴向磁化的尺寸比与磁导系数的关系

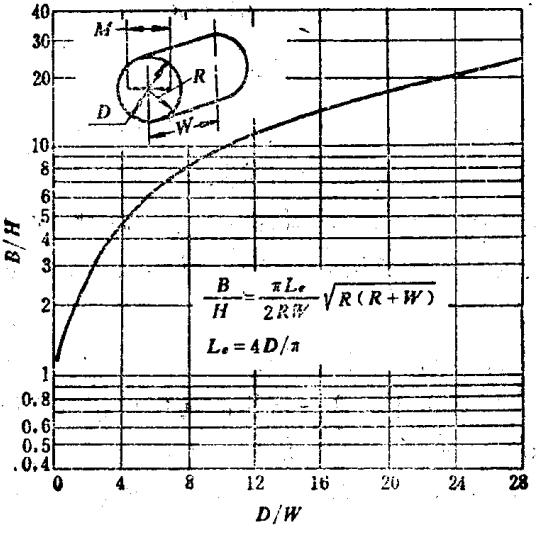


图2-66　圆柱体径向磁化的尺寸比与磁导系数的关系

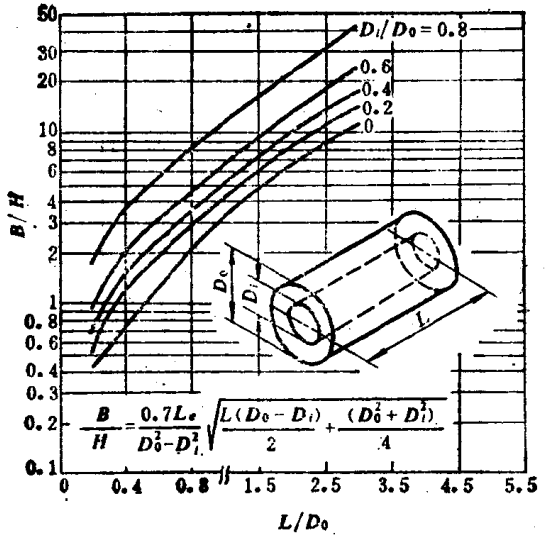


图2-67　圆筒形磁体轴向的尺寸比与磁导系数的关系

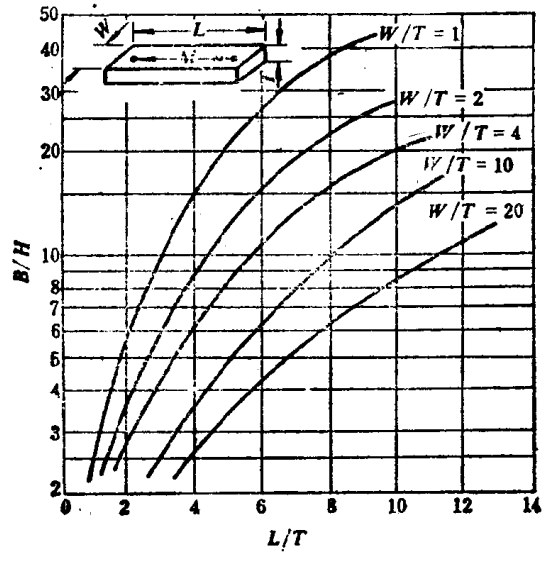


图2-68　矩形柱磁体的尺寸比与磁导系数的关系

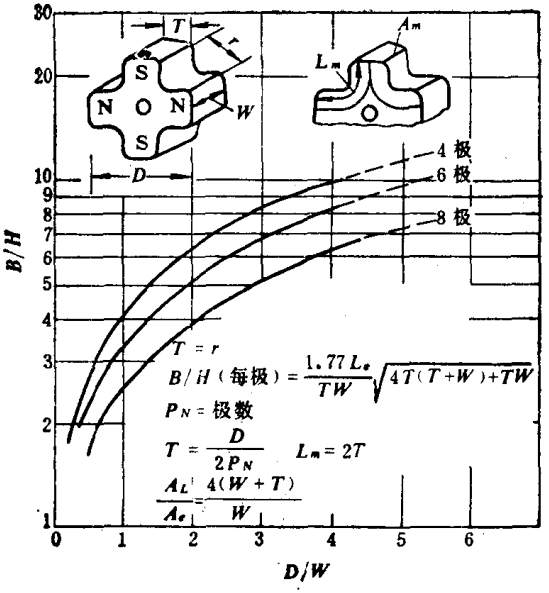


图2-69 多极转子的尺寸比与磁导系数的关系

(见图2-66)。磁极表面积为圆柱外圆表面积的一半 πRW，磁通散发表面积为

$\pi RW+\pi R^2$ (以上均为单极条件)，则有

$$B/H=\frac{L_e}{A_m}\sqrt{\pi S}$$

$$=\frac{L_e}{\pi RW}\sqrt{\pi(\pi RW+\pi R^2)}$$

$$=\frac{L_e}{RW}\sqrt{R(R+W)} \qquad (2\text{-}130)$$

自由磁极公式可以对各种变化的磁通辐射问题给出计算方法，其计算公式是相当精确的。一般情况下可把磁体进行分段，然后做出磁体在任何点处的磁通密度和磁势图。

例：一根用铝镍钴Ⅴ制成的磁棒，如图2-70所示，长为4.75cm，磁棒正方形截面积为0.7cm²，求磁棒端部的磁通密度。

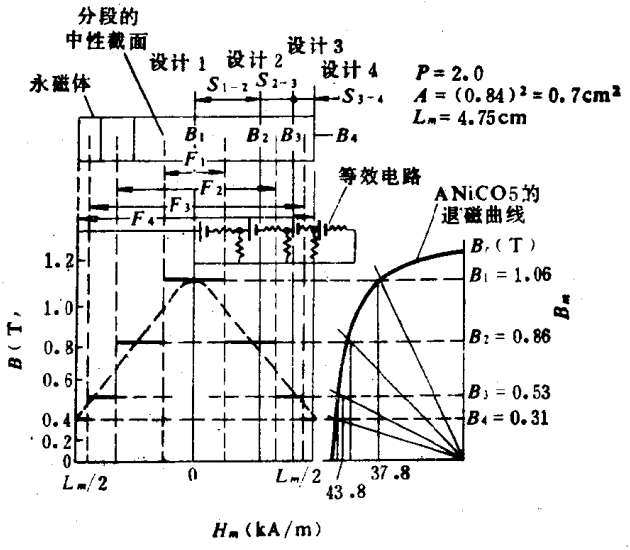


图2-70　正方形铝镍钴Ⅴ磁棒的磁通密度求法

对照矩形体的磁导系数图，$W/T=1$、$L/T=5.6$，可查得$P(B/H)$为20.2，然后在退磁曲线上斜率为20.2的直线，其直线与退磁曲线的交点对应的$B_m=1.06$T，$H_m=37.8$ kA/m。这就是磁棒中心处的磁性工作点。以磁棒的中心截面为基准，以3∶2∶1之比向两端进行分段。实际的计算值以图和表形式给出。图中虚线表示磁体各段中心点和对应的B_m值。实测棒中央及端部的B_m值为1.07T和0.35T，实测值与计算值还是十分接近的，至于端部的测量是在距端面0.76 m.m处得到的。将计算值用粗虚线连起来，构成一回线，它

说明磁棒各处的磁通分布趋势。

这种方法可以扩大应用，甚至能用到非柱体的情况。让我们考虑矩形柱逐渐弯曲成U形或C形的例子。由于磁导与磁体的几何形状有关，所以仍按柱形磁体的方法推算已经不合适了。此时，必须考虑到磁极接近后并具有一定气隙的条件，由于磁极的接近，必须考虑到气隙磁导的影响。

图2-71给出的几何形状可以作为分析的例子，我们要找出T、W和x之间的关系，两极接近到什么程度会影响到磁导系数F。图2-71 b表示磁导系数随磁体形状变化的情况，当$2(W+T)/x>2.5$时，用平行柱体的公式求得的磁导系数大于自由磁极公式计算出来的数值。换言之，从两曲线交点开始，平行柱体具有更高的磁导系数值，在交点以下，自由磁极公式的数值稍高一些。这样对于U形或C形磁体我们就有了一个使用自由磁极公式的差异的规律性。

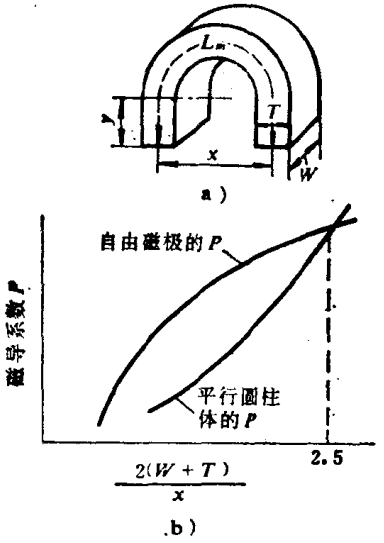


图2-71 自由磁极公式用于U形磁体的适应比较

图2-72表示U形磁体，磁导系数$P(B/H)$随几何尺寸的变化情况。由曲线可以看出磁体长度L_m与宽度T比值愈大，B/H愈高，磁体宽T与厚度W相同时，磁导系数趋势愈高，W/T愈大，磁导系数愈低。图上的曲线形状类似于柱状磁体的磁导系数曲线。

在组成磁路器件时，往往在柱形、U形、C形磁体上接

上软磁材料极靴以后使用见图2-73a、b、c，此时磁导系数P是如何变化呢？我们将柱形、U形、C形磁体分别从磁中性面向磁极端面以3：2：1的长度比分成三段，在图2-73中分别以1、2、3符号表示（a、b、c图）。由c图可以看出：各种磁体从磁中性面到端面的长度上至少有一半以上的P值是不变的；在磁极附近，磁导系数P明显地改变着；当C形磁体磁极端面接上软磁极靴后，有降低磁极附近的P值的效果，软磁的高导磁率特性，使磁通集中在磁极附近，这样能提高极间的磁通密度和改变着磁通的分布状况。

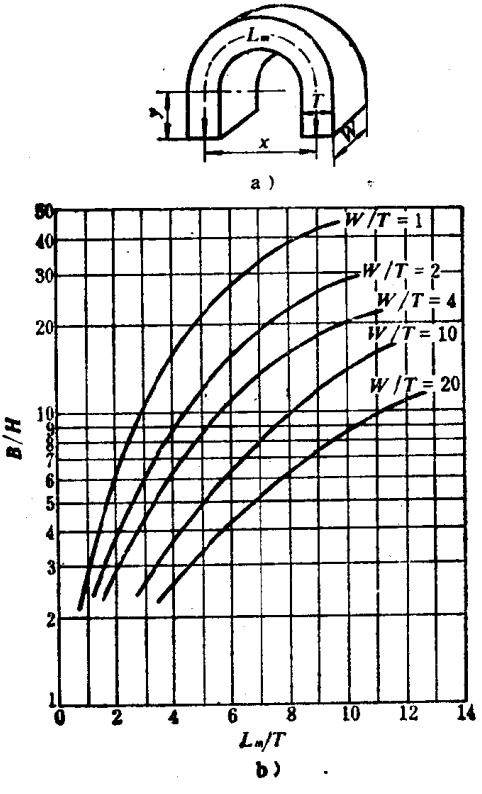


图2-72　U形磁体的磁导系数

我们进一步观察C形磁体的总磁导和侧面的磁导。

如图2-74所示，假定磁体从中性面到极面的一半的磁导几乎不变，可以用自由磁极公式（2-122）计算。在A点可用平行圆柱体的磁导系数公式来检查自由磁极公式在第二段

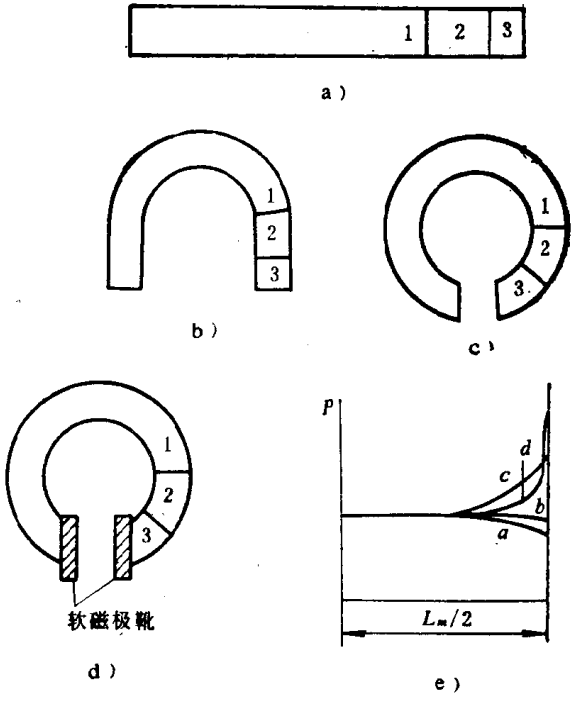


图2-73　磁导系数与几何形状的关系

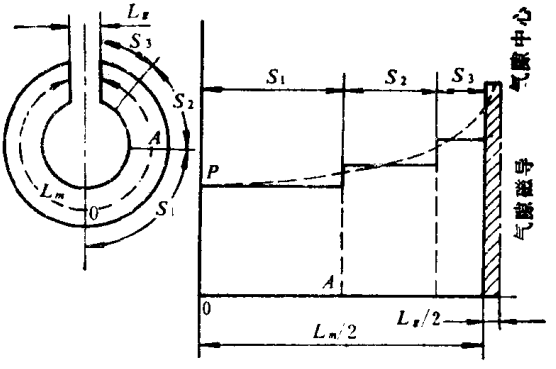


图2-74　整个磁路的分段近似图解

是否正确。磁极端部的散漏磁导公式见图2-75。图中纵坐标表示中性面的有效杂散磁导系数。各种气隙几何尺寸的磁导系数如图中曲线所示，气隙的漏磁导随着离开气隙的距离 x 的增加而迅速地减小。当减小到 P 值时，用自由磁极公式或平行圆柱体的磁导公式给出的数值几乎一样。磁极端面处的漏磁导，由图2-75给出数值可以达到一定的精度。

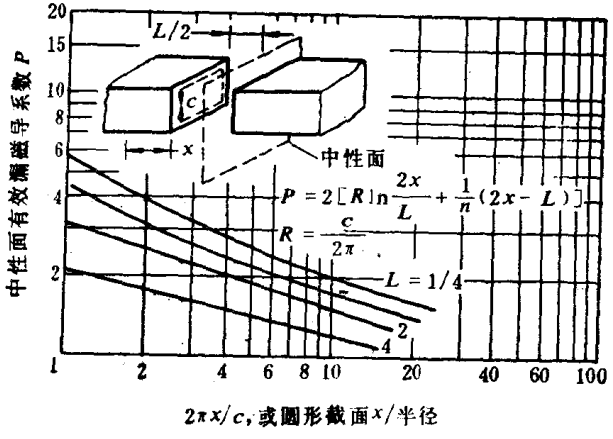


图2-75　气隙附近磁通的磁导系数与形状尺寸的关系

图2-76、2-77是磁极面不在一平行平面或在一平面的情况，图中的纵坐标均指中性面的磁导系数，它等于两极间磁导的二倍。图2-76是柱体变化成一边稍低的U形，磁导系数计算公式类似于自由磁极的磁导公式。图2-76的磁导系数 P 与 $\sqrt{c/L_m}$ 成线性关系。图2-77中磁极面中心距为 L_s，磁极面的有效周长 c 愈大，L_s 愈小，中性面处的磁导系数愈高。磁极面大，而磁极的距离适当地小，就能在中性面处获得相当高的磁导，磁通密度亦就高些。

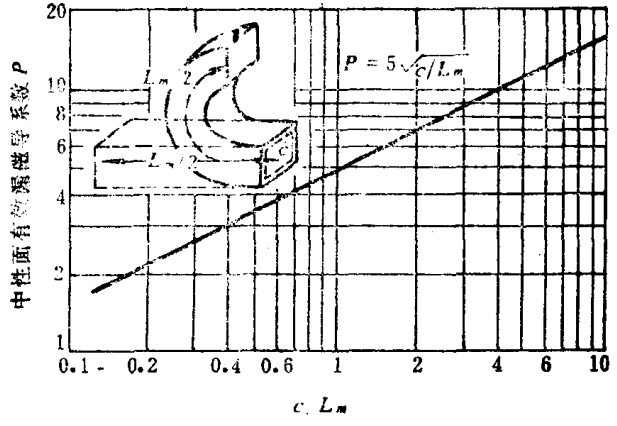


图2-76　柱体漏磁通的磁导系数与磁体尺寸的关系

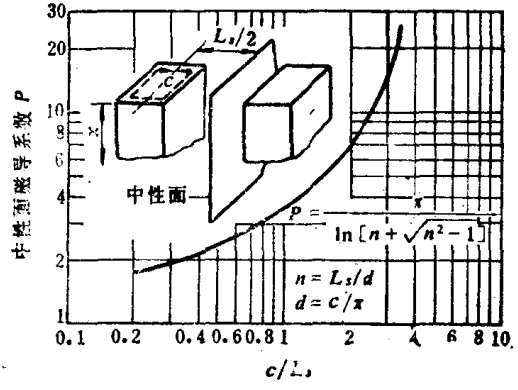


图2-77　两平行磁体漏磁通的磁导系数与磁体尺寸的关系

第五节　气隙磁通的分布

工作磁通的建立与气隙磁导有关，而磁通的分布往往与磁极端面形状和尺寸有关，进一步精确估计气隙磁导和气隙磁通分布，也是设计者十分关心的问题。

最简单的气隙磁导的形状如图 2-78 所示，$P_g=\frac{A_g}{L_g}$，即为单位气隙长度的气隙面积。该式指的是理论条件下无漏磁通情况，而且要求磁力线是平行时才能成立，实际上没有漏磁通的情况几乎碰不到。即使 T 或 W 比工作气隙 L_g 大五倍，有效气隙磁导比无漏磁导的情况大5%。漏磁通的存在，意味气隙有效面积增大，随之就产生磁通的分布大幅度地变化。现对图2-78 a 的情况作一简单的分析，以使得有用的数据尽可能精确些。可以假定气隙磁通在 $(T-L_g)(W-L_g)$ 的面积内是均匀的，这样我们对磁导计算公式进行修正。若气隙磁导值很小，求有效磁导是较困难的事，这是因为漏磁通增加了气隙的有效面积以及气隙磁通密度变化较大之故。

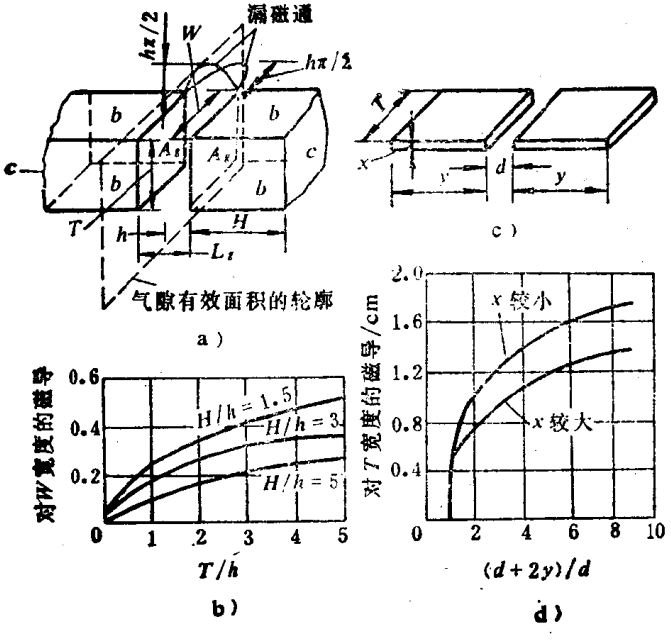


图2-78　简单二极的气隙磁导与尺寸的关系

图2-78 a 给出柱状极靴产生气隙磁通的情况，由于散磁通的出现，气隙的有效面积增加了，可写成

$$A_g' = \left(W + \frac{h}{\pi}\right)\left(T + \frac{h}{\pi}\right)$$

有效磁导写成

$$P = \frac{\left(W + \frac{h}{\pi}\right)\left(T + \frac{h}{\pi}\right)}{L_g} \qquad (2\text{-}131)$$

式中 $h = \frac{1}{2}L_g$。

在 $A_g = WT$，$\frac{A_g}{L_g} \geqslant 2$ 时，式(2-131)成立。$\frac{A_g}{L_g} < 2$ 时，有效磁导需要进行测量，式（2-131）须修正。当 H 比 W 或 T 大很多，修正量写成 $0.6h/\pi$，式（2-131）即为

$$P = \frac{\left(W + 0.6\frac{h}{\pi}\right)\left(T + 0.6\frac{h}{\pi}\right)}{L_g} \qquad (2\text{-}132)$$

该式与两个相对的平行平面之间的磁导公式相仿，只是没有注明空气相对磁导率的系数。

图2-78 b 表示 $H/h = 1.5$、3、5 时，T/h 对于气隙宽度 W 的磁导系数。

同一平面上两个平行平面，如图2-78 c 所示，气隙宽度为 T，其气隙系数如图2-78 d 所示。

图2-79表示一对磁极间磁通分布情况，图中以磁通等值曲线给出在轴向和径向上磁通密度变化的趋势。在轴向上磁通密度由最高到较高直至中心处，然后由较高到最高。径向上磁通最高出现在中心轴处附近，从中心轴到四周的磁通密度逐渐减小。整个磁通分布图形是轴对称的。

图2-80和图2-81表明有效磁导与气隙几何尺寸的关系在应用这些基本几何尺寸的有效磁导时，对低磁导气隙时必须考虑由于极靴背面永磁的存在，从背面辐射磁通是不存在的。

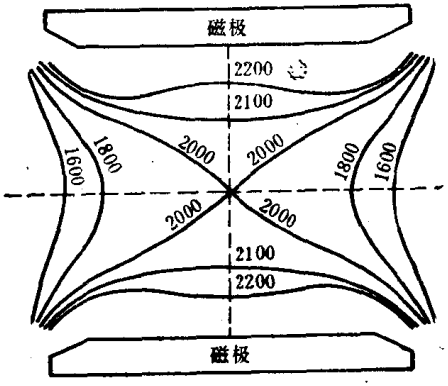


图2-79　磁极间的磁场分布

为了获得气隙中心磁通密度（B_g）与极面的磁通密度（B_p）相关的有用数据，经常要用到的是 B_p/B_g。其中 B_p、B_g 的表达式为

$$B_p=\phi_g/A_g=F_gP_g/A_g \qquad (2-133)$$

式中　F_g——气隙磁通势。

$$B_g=H_g=(F_g/L_g)F_1 \qquad (2-134)$$

式中　F_1——气隙距离和直径的函数。

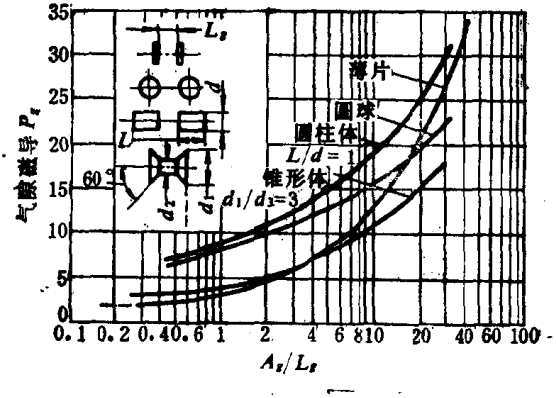


图2-80　圆截面气隙的有效气隙磁导

各种尺寸的圆板、球、圆柱、圆锥形和矩形截面的B_p/B_0之比与几何尺寸的关系见图2-82、2-83。

图2-84、2-85、2-86、2-87、2-88所示的曲线表示气隙磁场在各种极面形状下的变化，从而可知气隙磁场的分布。磁场强度（H）是以气隙平均磁场强度（H_0）的分数表示，其中H_0是单位气隙长度的气隙磁势。

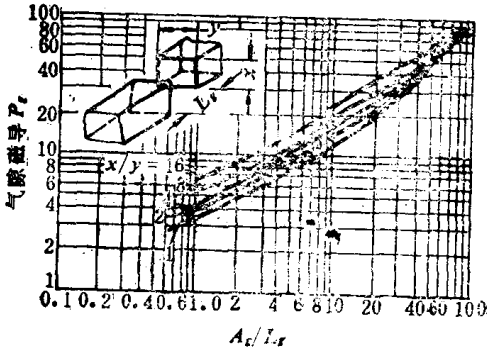


图2-81 矩形气隙的有效气隙磁导

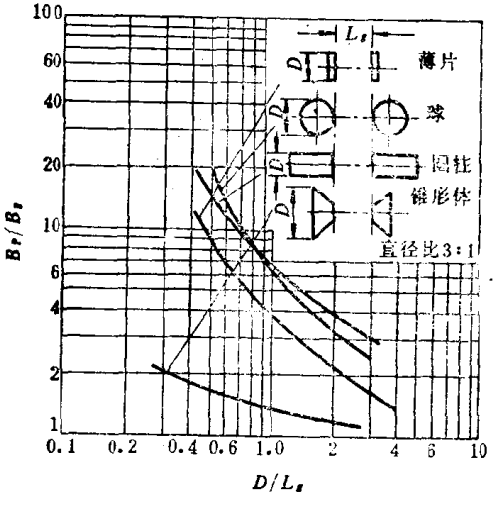


图2-82 圆截面气隙磁感应强度与尺寸的关系曲线

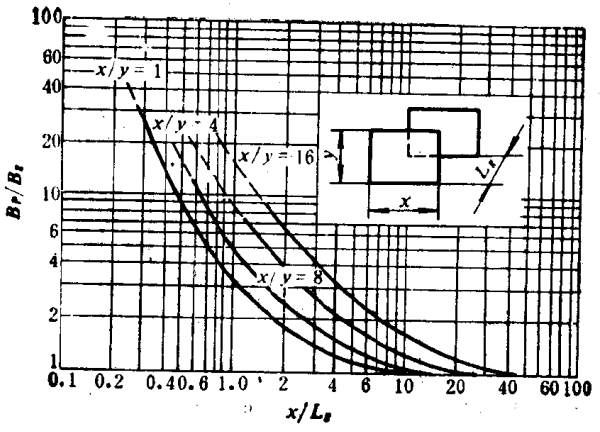


图2-83 矩形截面气隙磁感应强度与尺寸的关系曲线

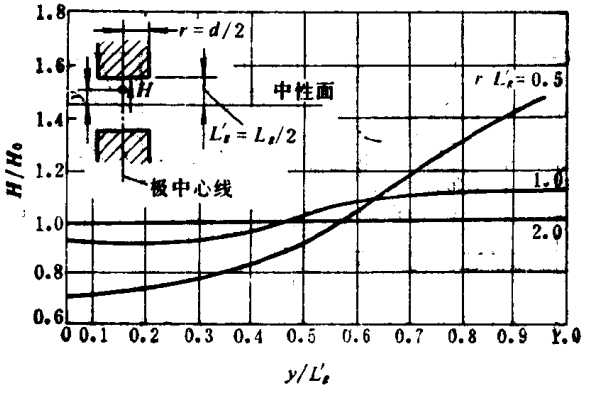


图2-84 磁极轴上气隙磁场的变化

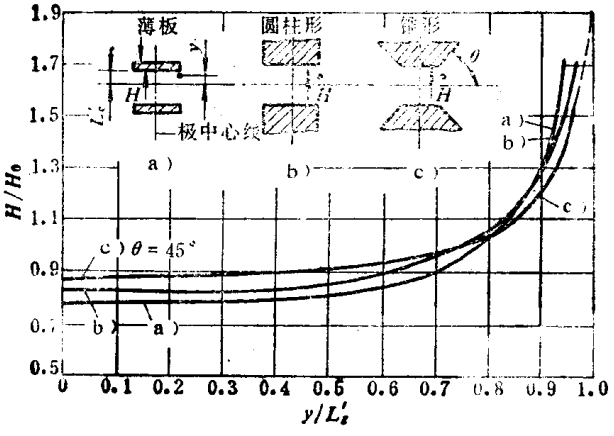


图2-85　半无限磁极的气隙边缘上磁场的变化

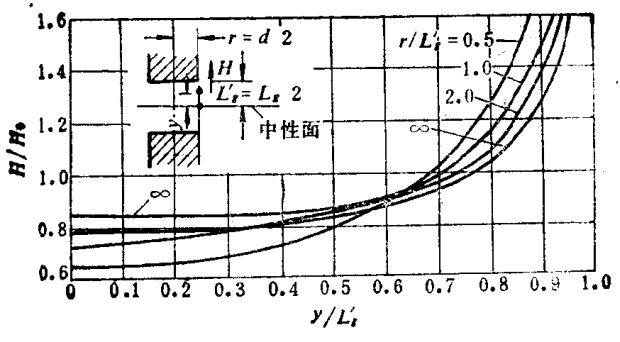


图2-86　两圆柱形磁极间的边缘气隙的磁场变化

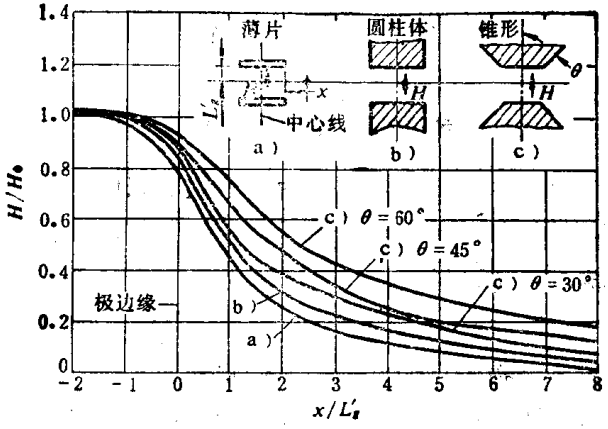


图2-87 两半无限磁极间气隙中心处径向磁场的变化

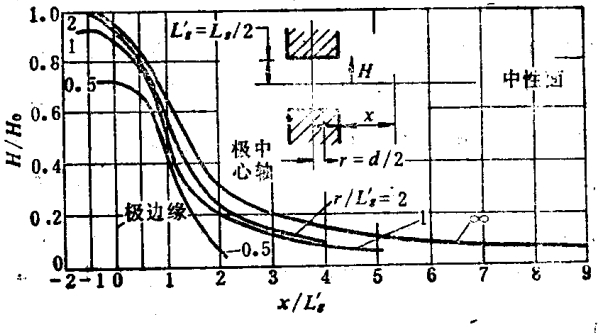


图2-88 圆柱形磁极间气隙中心处的径向磁场的变化

第三章　磁性材料

第一节　磁性材料分类

磁性材料一般是指铁磁性物质和亚铁磁性物质。磁性材料有金属磁性材料和非金属磁性材料两大类，它们又各有单晶、多晶、薄膜等形式。

金属磁性材料是指铁、钴、镍及其合金，某些稀土元素的合金和化合物。它们大都具有铁磁性。

金属磁性材料具有很多优异的特性：首先是它的饱和磁感应强度B_s很高。例如，纯铁的B_s达2.15T(21500Gs)，硅钢的B_s在2T(20000Gs)，左右。铁钴合金的B_s可达2.45T(24500Gs)。因此，当它磁化后在材料单位体积内可存储的磁能也就高，这对于提高同体积器件的使用功率具有重大意义。

金属磁性材料的居里温度也是高的。例如，纯铁的居里温度为770℃，铝镍钴永磁合金的居里温度可达850℃左右；这样不仅可以扩大材料的使用温度范围，而且也具有较高的温度稳定性。金属磁性材料的第二类磁性能也是好的。例如，坡莫合金的起始磁导率可达十多万，最大磁导率可达一百多万，因此用作磁心时可产生很高的磁通量。又如铝镍钴永磁合金的剩磁可达1.25T(12500Gs)，最大磁能积可达104 kJ/m³(13MGsOe)。

稀土钴永磁的最大磁能积可达376kJ/m³ (47MGsOe)以上。此外，金属磁性材料还有延展性好，吸湿性小等优点。

金属磁性材料的主要缺点是电阻率低，一般在10^{-4}～$10^{-6}\Omega\cdot cm$范围内，因此在交变磁场下使用时，材料内的涡流损耗严重，频率越高，损耗就越大。金属磁性材料的化学稳定性较差，重量也大。

非金属磁性材料通常是指铁氧体，铁氧体是指以氧化铁和其他铁族或稀土族氧化物为主要成分的复合氧化物。它们大都具有亚铁磁性。

铁氧体的最大优点是电阻率远比金属磁性材料高，约为$1\sim10^{12}\Omega\cdot cm$。因此，铁氧体在交变磁场中涡流损耗和趋肤效应都比较小。另外，铁氧体在高频时有较高的磁导率，这是金属磁性材料所不能比拟的。此外，铁氧体抗锈、防腐、老化等性能及化学稳定性好，价格便宜，重量轻。

铁氧体由于是属于亚铁磁性的，所以它的饱和磁感应强度低，温度稳定性差，它的极限使用温度也低。在机械性能上，它既硬又脆、延展性极差。此外，铁氧体的吸湿性大，一经吸潮，性能就会大大下降。

按材料在磁路中的应用。磁性材料又可粗略地分为软磁材料和永磁材料两大类。

软磁材料，就是比较容易改变磁化状态的磁性材料。软磁材料一般用来使磁能集中于较小的空间，从而提高能量传输或转换的能力。例如，在闭合磁路中的变压器磁心，在开磁路中的电磁铁铁心等就是起这样的作用。

永磁材料是比较难改变磁化状态的磁性材料。永磁材料一般用来储存磁能，使在特定的工作空间产生一个持久的作用磁场，例如，电机和仪表中的永久磁铁都起着这种作用。

当然磁性材料还可以有其他的分类法，例如按其磁特性和应用，又可分为：软磁、永磁、磁记录、矩磁、旋磁、压

磁和磁光等材料。在这一章里，我们打算按永磁和软磁两大类来分别讨论材料的应用、特性参数、材料系列以及使用中应注意的一些事项。而磁性材料的其他问题，诸如制造、影响性能的因素等等，请参阅有关专著。

第二节　永磁材料的应用及其特性参数

一、永磁材料的应用

永磁材料又称硬磁材料或恒磁材料。这类材料的最主要特点是：把它制成磁体，经外磁场磁化，在去掉磁化场后仍能对外保持磁场，即使在较大的反磁场下也仍保留较强的磁感应。从磁滞回线上看，这类材料的磁滞回线很“胖”，即材料的矫顽力很高，磁能积很大。因此，永磁材料常常被用作磁场能源。例如，常被用来提供仪器设备中某些部分所需要的磁场。

永磁材料在建立磁场这一点上，它和线圈一样。但它的最大优点是一旦建立磁场就无能量损耗，且稳定、体积也小。

永磁材料的应用是十分广泛的，无论是在工业、农业、国防、科学技术还是在日常生活中都已得到广泛的应用。而且随着国民经济和科学技术的发展，永磁材料的应用面还在不断地扩大。下面我们简单地介绍一些永磁材料的应用及其功能。

（一）把电能转变为机械能

其作用原理，是将通电导体置于磁场中，导体上就会产生机械力，根据左手定则，力的方向与磁场及电流方向垂直。典型的应用例子是扬声器、检流计、电流、电压表、曝光表、电动机、磁控管、阴极射线管等等。

（二）把机械能转变为电能

其原理是与电路交链的磁通量发生变化，或导体在磁场中移动时，导体中将产生电动势。其中最明显的例子是自行车发电灯。与此相似的原理应用于点火机（磁电式）、扩音器、拾音器、电话用送话器及各种点火装置等。

（三）把一种机械能转变为其他机械能

这是应用永磁体吸引或排斥其他强磁性材料的原理。最普通的用途是利用永磁体去吸附强磁性材料。例如，磁选机、磁性过滤器、吸引磁铁等。

此外，应用永磁体和强磁性材料或磁场在空间隔开而能互相吸引的作用原理，使恒温器、瞬动开关、电池钟等的弹簧进行工作。

（四）利用其他各种物理现象

大家所熟知的指南针就是应用永磁体的指北性。阻尼永磁体与导体相对位移的涡流作用，用于家庭的电度表转盘的制动和速度计的转子。也可以利用磁滞现象来制造磁滞式电动机等。

永磁材料的主要功能、应用原理及实例见表3-1。

表3-1 永磁材料的功能、原理及实例

功能	原理	实例
电能转变为机械能	电流与正交磁通之间的力	扬声器、振动式发电机、动圈式仪表、电动机、电磁泵、磁控管、TV管、分光镜、电子显微镜
机械能转变为电能	与磁通相交的导体上感生电压	发电机、永磁发电机、转速表、动圈式及铝带式话筒
机械能的转换（吸引、有向性吸附、排斥）	力矩与磁场之间的转矩	罗盘、高斯计、内磁式仪表、电车控制、驱动装置、搅拌机

（续）

功　能	原　理	实　例
机械能的转换（吸引、有向性吸附、排斥）	力矩与磁场之间的力	仪表架、叉齿
	永磁体与铁之间的吸引力	电磁吸盘、夹具、输送机、继电器、瞬动开关、玩具、电话听筒、活塞泵
	永磁体与铁粉之间的吸引力	分选机、过滤器
应用其他物理现象	防止磁场中导电盘移动的力	电度表、速度表、功率表、涡流驱动装置
	永磁体在局部或脉动磁化下工作	磁滞电动机、磁滞驱动、磁力记录、计算机、存贮装置

二、永磁材料的特性参数

尽管永磁材料的应用是多种多样的，但归纳起来永磁体的工作状态不外乎是静态的（固定气隙或气隙中的磁通是不变的）和动态的（变化气隙或气隙中的磁通是变化的）两种。下面我们就来谈谈在这两种条件下工作对永磁材料性能的要求。

利用永磁材料在给定空间产生一定磁场强度时，对材料性能的要求。绝大部分永磁材料的使用是属于利用材料在给定的空间产生一定的磁场强度的情况，因此永磁体本身不是闭路的，而是开路的。这是因为呈闭合回路的永磁体没有可以利用磁能的工作气隙，所以对外有效的能量为零。于是，在实际应用中，为了获得有效磁能，永磁体总是开有一个工作气隙，人们所利用的正是永磁体在其气隙中产生的磁场强度。

在开路情况下，在材料两端存在自由磁极，由此将产生

一个退磁场H_d。这个退磁场的方向和材料内的磁感应强度的方向相反（$H_d=-NM$），这就好象对材料施加了一个反向磁场。因此，实际上表现出来的剩磁感应不是B_r，而是降低到第二象限退磁曲线上的某一点，例如，D点所对应的磁感应强度B_d，见图3-1。这个磁感应强度B_d通常被称为“表观剩余磁感应强度”或“视在磁感”。D点的位置由H_d决定，而退磁场H_d的大小随着材料的长度和横向尺寸的相对比例的变化而变化。这个点描述了在磁路中永磁材料的工作状态，故称“工作点”。于是关于工作点的选择便成为是否合理使用永磁材料的问题。永磁体的长度和横向尺寸比愈小，H_d就愈大，工作点就愈低。显然永磁体在气隙中产生的磁场强度还决定于材料第二象限的退磁曲线。这就是用退磁曲线表征永磁材料性能的原因。坐标原点与退磁曲线上工作点D的连线叫做“工作负载线”。在给定磁路结构的情况下，不同材料永磁体的工作点的轨迹必然处于该直线上。

那么永磁体在其气隙中产生的磁场强度大小取决于哪些因素呢？设永磁体的长度为L_m，见图3-2，永磁体的横截面

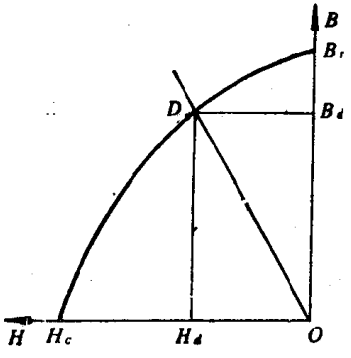


图3-1　永磁体的工作点

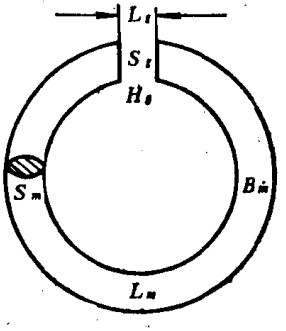


图3-2　开路磁路

积为S_m，磁感应强度为B_m，永磁体内部的磁场强度为H_m，工作气隙的长度为L_g，横截面积为S_g（在不考虑漏磁的情况下），气隙中的磁感应强度为B_g，磁场强度为H_g。应用安培环路定理则有

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{4\pi}{C}\Sigma I$$

考虑到磁体是用永磁材料做成的，所以$I=0$，于是有

$$H_m L_m + H_g L_g = 0$$

$$H_m L_m = -H_g L_g \tag{3-1}$$

根据磁通连续原理，又有（在不考虑漏磁情况下）

$$B_m S_m = B_g S_g \tag{3-2}$$

将式（3-1）与式（3-2）相乘得

$$H_m L_m B_m S_m = -H_g L_g B_g S_g$$

因为$L_m S_m = V_m$，$L_g S_g = V_g$

所以有

$$H_m B_m V_m = -H_g B_g V_g \tag{3-3}$$

由于空气的磁导率近似于1，所以空气隙的磁场强度H_g和磁感应强度B_g相等，即$H_g = B_g$，这样式（3-3）就变为

$$H_m B_m V_m = -H_g^2 V_g \tag{3-4}$$

注意式（3-1）、式（3-3）、和式（3-4）右边的负号是表示H_g和H_m方向相反。所以经整理即得

$$H_g = \sqrt{\frac{H_m B_m V_m}{V_g}} \tag{3-5}$$

式中 V_m——磁体的体积；

V_g——工作气隙的体积。

由式（3-5）可见，磁体在给定空间产生的磁场强度H_g，除了与磁体的体积和工作气隙的体积有关外，直接决定于磁体

内部的磁场强度和磁感应强度的乘积。

磁感应强度和磁场强度的乘积是磁的能量，所以通常称它为磁能积。

在永磁材料的退磁曲线上，不同点对应的B和H的乘积是不同的。在B_r点上，由于$H=0$（相当于没有工作气隙的情况），所以磁能积为零。在H_c点上，由于$B=0$，因此磁能积也为零。在这两种极端的情况下，永磁材料都不能对外工作。但除了这两个极端的点外，退磁曲线上的任何一点都或大或小地对应着一个磁能积值。并且其中有一个最大值，这个最大值称为最大磁能积，记为$(BH)_{max}$。磁能积随B而变化的曲线称为磁场能量曲线或简称为磁能曲线，见图3-3。当永磁体在最大磁能积对应的D点上工作时，永磁体在工作气隙产生的磁能最大，所以D点称为最佳工作点。永磁材料的最佳工作点和最大磁能积可以由退磁曲线用几何作图法求得，见图3-3。通过B_r和H_c点分别作B轴和H轴的垂直线，两线必然相交，设交点为P，连结O、P得OP连线。OP连线与退磁曲线相交于D点，则D点就是最佳工作点。由D点对应的磁场强度H_d和磁感应强度B_d的乘积就是永磁材料的最大磁能积。

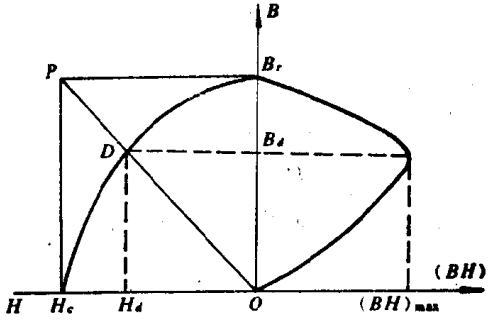


图3-3　作图法求最大磁能积

在实际应用中，大都要求永磁体在其工作气隙中产生的磁场强度越大越好。而工作气隙的最大磁场强度H_g取决于材

料的最大磁能积。因此，为了提高磁铁工作气隙的磁场强度，就要提高永磁材料的最大磁能积。另外对于一个确定的气隙（V_g）和气隙磁场（H_g）来说，材料的磁能积越大所使用的材料就可以越少。因此在永磁材料使用中，要求它的工作点尽量选择在$(BH)_{max}$处，所以$(BH)_{max}$就成为永磁材料的一个重要性能指标。实践证明，材料的最大磁能积的大小与材料的B_r、H_c以及退磁曲线的形状有关。

在两种材料中，假设它们的B_r相同而H_c不同，那么在相同工作负载线（θ角相同）下，H_c大的材料的表观剩磁感应B_{d2}要比H_c小的材料的剩磁感应B_{d1}来得大，见图3-4a。再由于它们所对应的H_{d2}比H_{d1}大，所以$(BH)_2$也要比$(BH)_1$大。如果设两种永磁材料的H_c相同而B_r不同，那么在相同工作负载线（同样的θ角）下，B_r大的材料工作点所对应的B_{d2}、H_{d2}都比B_r小的材料工作点所对应的B_{d1}、H_{d1}大，所以磁能积$(BH)_2$也比$(BH)_1$大，见图3-4b。即使两种材料的B_r，H_c都一样，但它们的退磁曲线形状不同，在相同的工作负载线（θ角相同）下，工作点所对应的B，H值也不一样，见图3-4c。由图可见，退磁曲线比较凸出的，工作点所对应的B、H值都大。因此，它所对应的磁能积也就大。通常永磁材料退磁曲线的凸出程度用凸出系数r来表示，即

$$r=\frac{(BH)_{max}}{B_rH_c}$$

可见，凸出系数r愈大，材料的退磁曲线的形状越接近矩形。

由上所述，可以看到永磁材料在工作气隙产生的磁场强度的大小与B_r、H_c、$(BH)_{max}$及r四个参数有关。所以通常以B_r，H_c，$(BH)_{max}$作为永磁材料的技术指标（r由$(BH)_{max}$、B_r、H_c求得）。

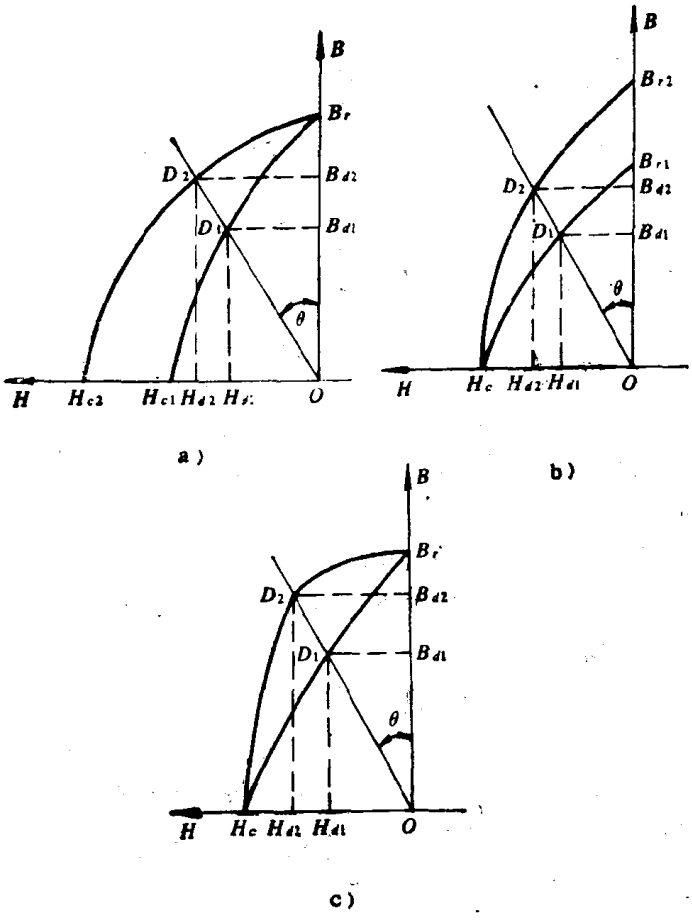


图3-4　最大磁能积与其他参数的关系

除此之外，永磁材料性能的稳定性也是十分重要的。如果材料的磁性随着温度、时间等的变化而有较大的变化，即使材料具有较高的磁性，也不能得到很好的应用。例如，不能应用于精密的仪器仪表中。永磁材料的稳定性大致可分为以下三个方面：

1. 温度系数

温度系数一般是指永磁材料的剩余磁感应强度B_r、矫顽力H_c等，在两个给定的温度之间，被测量的相对可逆变化量除以温度之差称为该量的平均温度系数（不包括被测量的不可逆变化），即

$$\alpha_{B_r}=\frac{\Delta B_r}{B_r\Delta t}$$

$$\alpha_{H_c}=\frac{\Delta {}_{M}H_c}{{}_{M}H_c\Delta t}。$$

材料参数的温度系数是由材料本身的性质决定的。材料的温度系数愈大，表明材料的性能随着温度升高或降低变化也大。例如，永磁铁氧体的B_r随温度的升高呈直线下降，由此也引起材料的最大磁能积$(BH)_{max}$下降。从应用的观点来看，要求材料的温度系数愈小愈好。

2. 组织老化

组织老化是指永磁材料随着时间、温度等的变化，其内部组织结构发生不可逆变化的过程。出现组织老化的原因是由于在材料制成后，材料内部存在有不稳定的组织结构。因此当材料在一定温度下经过一定的时间后，那些不稳定的组织就会转变为较稳定的组织。材料的组织老化会使材料的磁性下降。因此在实际应用中，往往在使用前把永磁材料放在比使用温度略高一些的温度下，保温一段时间，并且存放一段时间，让材料的磁性稍有下降（这也叫做人工老化），以减少在以后的使用过程中由于组织老化而引起的磁性下降。

3. 磁性老化

磁性老化通常是指由于撞击、振动、干扰磁场、时间、温度等的变化而引起的材料磁性的下降。例如，永磁材料受

到干扰磁场作用后，有一部分磁化矢量进行不可逆的转动，当干扰磁场取消后，这部分磁矩回不到原来的方向，于是材料的磁性下降了。又如，永磁材料受到冲击和振动时，材料内部除了由于反复的机械应变使磁畴排列紊乱外，还会促使组织老化，从而使材料的磁性下降。一般认为永磁材料的矫顽力愈大，材料受振动、干扰磁场等的影响愈小。

在动态条件下工作的永磁体对材料性能的要求。

在动态条件下工作的永磁体，如永磁吸盘、永磁选矿机、永磁电机等用的永磁体，它的工作负载线 OP 的斜率是变化的，它的工作状态（工作点）不是在退磁曲线上，而是在回复曲线 DF 段上往复变化的（见图3-5）。那么，什么是回复曲线呢？设有一磁体，如果夹在电磁铁两极头中间充磁，当磁化电流 $i_m \to 0$ 时，磁体的工作点在 B_r、O 点。当松开两个极头并将磁体取下时，由于退磁场的作用，磁体的工作点将处于 D 点（B_d，H_d），见图3-5，要是现在把磁体再夹入电磁铁的两个极头中间（注意，电磁铁不能再通电并产生磁场），则由于退磁场的减小，磁体的磁通将增大，磁体的工作状态将沿 DEF 到达 F 点（B_{rr}，O），而不是沿退磁曲线回到 B_r，O 点，此时磁铁的磁感应强度不是 B_r 而是 B_{rr}。要是把磁体从电磁铁两极间再取下，则磁体的工作状态将沿 FGD' 到达 D' 点（B_d，H_d），严格地说，D 点和 D' 点往往是不重合的，但是它们相差十分微小，以致于可以认为是重合

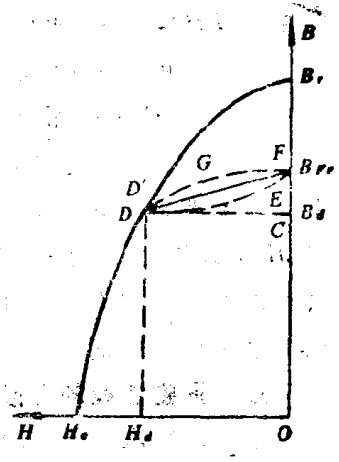


图3-5 动态磁路的工作点

的。这样循环重复上面的过程若干次后，则磁体的磁感应将沿着$DEFGD$的局部磁滞回线变化，此局部磁滞回线（或其一部分）就称为回复曲线。由于回复曲线所包围的面积很小，可近似地看作为零，所以一般用DF直线来近似地代替。回复曲线DF的斜率称为回复磁导率，并以μ_{rec}表示。

$$\mu_{rec}=\frac{FC}{DC}$$

实践证明，不同永磁材料的μ_{rec}值不同，即使是同一材料，但在退磁曲线上不同点（用回复点的磁感应值表示）的μ_{rec}值也不相同。

回复曲线上的每一点都分别对应于一个磁感应强度B_p和磁场强度H_p，它们的乘积(B_pH_p)叫做动态磁能积。可以证明，当P点等分回复曲线DF时，(B_pH_p)最大，称为最大动态磁能积，记作$(B_pH_p)_{max}$，并且有

$$(B_pH_p)_{max}=\frac{1}{4}[(BH)_{max}+\mu_{rec}H_d^2] \qquad (3-6)$$

式中 $(BH)_{max}$——永磁材料的最大磁能积；

μ_{rec}——回复磁导率；

H_d——最大磁能点对应的磁场强度（见第四章第六节）。

对于在动态条件下工作的永磁体，要求$(B_pH_p)_{max}$大，因为$(B_pH_p)_{max}$愈大，永磁体的工作能量就愈高。此外材料的其他性能除矫顽力H_c有更高的要求外，余下的和静态条件下工作的永磁体要求基本相同。

三、退磁曲线的近似计算

为了进行永磁磁路的设计与计算，需要永磁材料的退磁曲线。退磁曲线最好是由材料制造厂提供或用户自己对材料

直接进行测量，但许多材料只给B_r、H_c、$(BH)_{max}$指标。在这种情况下，设计人员就必须依靠所给定的材料技术数据，推算出相应的退磁曲线。由于永磁材料的种类繁多，性能不一，它们的退磁曲线差别很大，因此目前尚未有一个普遍适用的计算公式，而都只能进行近似地估算。

对于大多数各向同性的材料，其退磁曲线可以用如下经验方程式来表示，即

$$B=B_r\frac{H_c-H}{H_c-aH} \tag{3-7}$$

式中 B——退磁曲线上某一点的磁感应强度；

H——退磁曲线上相应于B点的磁场强度；

a——一个与永磁材料退磁曲线形状有关的系数。

在永磁材料最大磁能点时，系数a可以写成如下的形式

$$a=2\sqrt{\frac{B_rH_c}{B_dH_d}}-\frac{B_rH_c}{B_dH_d} \tag{3-8}$$

式中 H_c——永磁材料的矫顽力；

B_r——永磁材料的剩余磁感应强度。

而B_d、H_d分别为材料最大磁能点对应的磁感应强度和磁场强度。

根据永磁材料磁能积的定义，在退磁曲线上一点的磁能积可表示为

$$(BH)=BH$$

将式（3-7）代入上式，则有

$$(BH)=B_r\frac{H_c-H}{H_c-aH}H$$

磁能积(BH)最大的条件是

$$\frac{\mathrm{d}(BH)}{\mathrm{d}H}=\frac{aB_rH^2-2B_rH_cH+B_rH_c^2}{(H_c-aH^2)}=0$$

于是有

$$aB_rH^2-2B_rH_cH+B_rH_c^2=0$$

解此方程式可得

$$H=\frac{1\pm\sqrt{1-a}}{a}H_c \tag{3-9}$$

我们转化式（3-7），可得

$$H=\frac{H_c(B_r-B)}{B_r-aB} \tag{3-10}$$

注意式（3-7）和式（3-10）完全对称，即把B换成H，H换成B；B_r换成H_c，H_c换成B_r。

此时，永磁材料退磁曲线上一点的磁能积可表示为

$$(BH)=\frac{H_c(B_r-B)}{B_r-aB}B$$

用上面同样的方法也可求得磁能积(BH)最大的条件为

$$B=\frac{1\pm\sqrt{1-a}}{a}B_r \tag{3-11}$$

从式（3-10）和式（3-11）可得

$$\frac{H}{H_c}=\frac{1\pm\sqrt{1-a}}{a}=\frac{B}{B_r} \tag{3-12}$$

所以在最大磁能积时，有

$$\frac{H_d}{H_c}\approx\frac{B_d}{B_r} \tag{3-13}$$

近似的原因是式（3-7）是经验方程式。

我们变化式（3-7）可得

$$\frac{B}{B_r}=\frac{H_c-H}{H_c-aH}=\frac{1-\dfrac{H}{H_c}}{1-a\dfrac{H}{H_c}} \tag{3-14}$$

由式（3-14）可得

$$a=\frac{\frac{B}{B_r}+\frac{H}{H_c}-1}{\frac{H}{H_c}\ \frac{B}{B_r}} \tag{3-15}$$

对于退磁曲线上的最大磁能点，有$B=B_d$，$H=H_d$，于是式（3-15）可改写为

$$a=\frac{\frac{B_d}{B_r}+\frac{H_d}{H_c}-1}{\frac{H_d}{H_c}\ \frac{B_d}{B_r}} \tag{3-16}$$

前面已经证明，在最大磁能点时，$\frac{H_d}{H_c}=\frac{B_d}{B_r}$，所以有

$$a=\frac{2\frac{B_d}{B_r}-1}{\frac{H_dB_d}{H_cB_r}}$$

而$\frac{B_d}{B_1}$可写成

$$\sqrt{\frac{B_dH_d}{B_rH_c}}$$

所以有

$$a=2\sqrt{\frac{H_dB_d}{B_rH_c}\ \frac{H_cB_r}{H_dB_d}}-\frac{H_cB_r}{H_dB_d}$$

$$=2\sqrt{\frac{B_rH_c}{H_dB_d}}-\frac{B_rH_c}{B_dH_d}$$

这就证明了式（3-8）。由此可见，只要知道了永磁材料的参数B_r、H_c、B_d、H_d，则系数a即可求出。表3-2给出一些永

表3-2 一些永磁材料的a值

材料	a	材料	a
0.65% 碳钢	0.722	AlNiCo Ⅰ B	0.739
1% 碳钢	0.735	AlNiCo Ⅰ C	0.776
5% 钨钢	0.758	AlNiCo Ⅰ A	0.596
6% 钨钢	0.789	AlNiCo Ⅰ B	0.640
1% 铬钢	0.783	AlNiCo Ⅰ H	0.698
2% 铬钢	0.784	AlNiCo Ⅱ A	0.604
3.5% 铬钢	0.779	AlNiCo Ⅱ B	0.674
6% 铬钢	0.718	AlNiCo Ⅱ C	0.759
9% 钴钢	0.726	AlNiCo Ⅳ A	0.475
17% 钴钢	0.715	AlNiCo Ⅳ B	0.574
36% 钴钢	0.715	AlNiCo Ⅴ A	0.901
40% 钴钢	0.716	AlNiCo Ⅴ AB	0.939
AlNiCo Ⅰ A	0.645	AlNiCo Ⅴ ABDC	0.965
AlNiCo Ⅴ B	0.949	NiPermag	0.563
AlNiCo Ⅴ BDG	0.966	Sintered AlNiCo Ⅰ	0.610
AlNiCo Ⅴ C	0.968	Remallog Comal	0.801
AlNiCo Ⅴ F	0.905	Voctolite	0.514
AlNiCo Ⅵ A	0.602	Vicalloy Ⅰ	0.586
AlNiCo Ⅵ B	0.740	Vicalloy Ⅱ	0.950
AlNiCo Ⅶ	0.567	Permet,PF-1	0.686
AlNiCo Ⅷ	0.149	Permet,PF-2	0.674
Sintered AlNiCo Ⅳ	0.372	Bismanol	0.324
Sintered AlNiCo Ⅴ	0.917	77.8%Pt22.2%Fe合金	0.472
CuNiCo Ⅰ	0.530	76.7%Pt23.3%Co合金	0.269
CuNiCo Ⅱ	0.695	Ferrimag Ⅰ	0.258
CuNiFe Ⅰ	0.879	KS	0.561
CuNiFe Ⅱ	0.686		

磁材料的 a 值。

由于B_d、H_d是对应于最大磁能点的，所以$(B_dH_d)=(BH)_{max}$。系数 a 又可写为

$$a = 2\sqrt{\frac{B_r H_c}{(BH)_{max}}} - \frac{B_r H_c}{(BH)_{max}} \qquad (3\text{-}17)$$

可见，知道了永磁材料的B_r、H_c和$(BH)_{max}$值，利用式(3-7)即可求出退磁曲线。其做法是：先分别选取$H=H_1$、H_2、H_3、……（H要小于H_c），然后分别代入式（3-7）求出相应的B_1、B_2、B_3、……，最后把计算的结果一一对应地画在直角坐标上，并将所描出的各点连成曲线即为所求的退磁曲线。退磁曲线也可用作图法求得，其具体步骤如下：

先根据给定的永磁材料参数代入式（3-8）或式（3-17）算出系数a。接着在$B-H$坐标系的第二象限内取一点O_1，O_1点的坐标为$\left(-\frac{H_c}{a}, \frac{B_r}{a}\right)$。再于横坐标轴上取$A$点$(-H_c, 0)$，于纵坐标上取$B$点$(0, B_r)$。使$A$点的垂线和$B$点的水平线相交于$O_2$点。因为$O_2$点的坐标为$(-H_c, B_r)$，所以$OO_1$线通过$O_2$点，见图3-6。而后在$OA$线段内任意取一点$D_1$，连接$O_1D_1$，则$O_1D_1$线与$O_2A$线相交于$C_1$点，$C_1A$即为当磁场强度$H=OD_1$时的磁感应$B$。若过$C_1$点作水平线，过$D_1$点作垂直线，两线相交得退磁曲线上的$E_1$点。与此相似，在$OA$线段内取$D_2$、$D_3$、……点，同样可求得退磁曲线上的另一些点$E_2$、$E_3$、……。最后将所

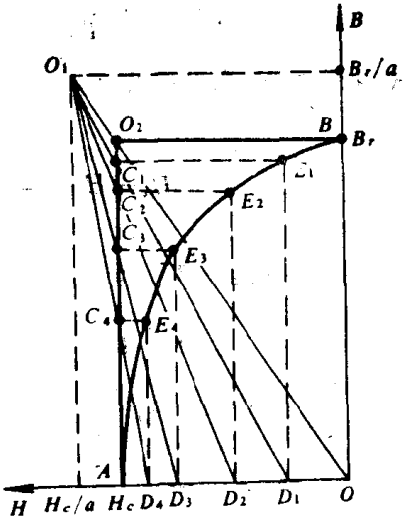


图3-6 作图法求退磁曲线

求的点E_1、E_2、E_3、……连结起来，即可得到永磁材料的退磁曲线。

对于各向同性的永磁材料，采用式（3-7）计算退磁曲线与实验所得退磁曲线还是比较吻合的。对于中等磁能积和中等矫顽力的各向异性材料，用式（3-7）计算相对误差增大。将此公式用于高矫顽力材料，特别是铁氧体时计算误差更大，甚至于达到不能采用的程度。式（3-7）没有达到足够近似程度的主要原因在于此式是直接求出曲线$B=f(H)$本身的解析式，而这种曲线在不同材料中形状差别甚大。不同材料中产生这些曲线形状的不同，是由于磁感应强度B不仅与用磁化强度M表征的磁性能有关，而且也与退磁场H_d有关。

对于高矫顽力和凸出系数大的各向异性永磁材料，若已知其B_r、H_c、B_d、H_d，则可按下式去计算其退磁曲线，即

$$B=B_rK\frac{{}_MH_c-H}{K{}_MH_c-H}-\mu_0H \tag{3-18}$$

式中 μ_0——真空磁导率。

$${}_MH_c=H\frac{1-\dfrac{d}{K}}{1-d} \tag{3-19}$$

$$K=\frac{(g+c)(d+f-c)-d}{g+f-1} \tag{3-20}$$

式中的系数c、d、g、f可按下列式子计算

$$c=\mu_0\frac{H_d}{B_r},\quad d=\mu_0\frac{H_c}{B_r},$$

$$g=\frac{B_d}{B_r},\quad f=\frac{H_d}{H_c} \tag{3-21}$$

式中 B_r——剩余磁感应强度；

${}_{M}H_c$——内禀矫顽力；

H_c——一般矫顽力，即${}_{B}H_c$。

下面我们以永磁材料$AlNiCo_5$为例，来看一看退磁曲线计算参数的确定。

已知永磁材料$AlNiCo_5$的磁特性参数：$B_r=1.23T$(12300Gs)，$B_d=0.95T(9500Gs)$，$H_c=43.768\ kA/m$(550 Oe)，$H_d=33.82kA/m(425Oe)$，试求其退磁曲线的计算公式。

把已知的B_r、B_d、H_c、H_d值代入式（3-21）可求得

$$g=\frac{B_d}{B_r}=\frac{9500}{12300}=0.772$$

$$f=\frac{H_d}{H_c}=\frac{425}{550}=0.773$$

$$c=\mu_0\frac{H_d}{B_r}=\frac{425}{12300}=0.035$$

$$d=\mu_0\frac{H_c}{B_r}=\frac{550}{12300}=0.045$$

将这些数值代入式（3-19）和式(3-20)，可分别求出K和${}_{M}H_c$

$$K=\frac{(g+c)(d+f-c)-d}{g+f-1}$$

$$=\frac{(0.772+0.035)(0.045+0.773-0.035)-0.045}{0.772+0.773-1}$$

$$=1.08$$

$${}_{M}H_c=H_c\frac{1-\frac{d}{K}}{1-d}$$

$$=550\frac{1-\frac{0.045}{1.08}}{1-0.045}$$

$$=552(Oe)\triangleq 43.927kA/m$$

将已求出的${}_{M}H_c$和K值代入式（3-18），可得退磁曲线的计算公式

$$B = B_r K \frac{{}_{M}H_c - H}{K {}_{M}H_c - H} - \mu_0 H$$

$$= 12300 \times 1.08 \times \frac{552 - H}{1.08 \times 552 - H} - H$$

$$= \left(13284 \times \frac{552 - H}{596.16 - H} - H \right) \times 10^{-4} (\mathrm{T}) \quad (3\text{-}22)$$

有了退磁曲线的计算式就不难求取永磁材料的退磁曲线。即先选取一组H值（H要小于H_c），然后代入式（3-22）可算出对应的一组B值。将一一对应的H、B值在$B-H$坐标系的第二象限内描点。最后把许多点连结起来就是所求的永磁材料的退磁曲线。

对于大部分铁氧体和稀土钴永磁，由于它们的退磁曲线接近于直线，因此可按下列直线方程来计算。

$$B = B_r \left(1 - \frac{H}{H_c} \right) \quad (3\text{-}23)$$

式中 B_r——材料的剩余磁感应强度；

H_c——材料的矫顽力。

四、回复特性曲线的近似计算

动态永磁磁路的工作点通常不是在退磁曲线上，而是在回复曲线上来回移动。因此，回复特性曲线的获得，对动态永磁磁路的设计和计算有着重要的意义。

回复特性曲线最好是通过实样测量而得，计算只能是近似的。

如前所述，回复特性曲线实际上是局部磁滞回线。局部磁滞回线的开度很小，通常可用一直线来近似地代替。回复特性曲线的斜率就是回复磁导率μ_{rec}，因此回复特性曲线的

计算，归结为计算回复磁导率μ_{rec}。

实践证明，回复磁导率μ_{rec}可按下列公式计算，即

$$\mu_{rec}=1+\frac{B_r}{\mu_0{}_M H_c}ab \tag{3-24}$$

式中 μ_0——真空磁导率；

B_r——材料的剩余磁感应强度；

${}_M H_c$——材料的内禀矫顽力。

$$a=0.635\left(\frac{K-1}{K}\right)^{0.423} \tag{3-25}$$

$$b=0.80+h[0.289+h(1.38-2.08h)] \tag{3-26}$$

$$h=K\frac{{}_M H_c-H}{K{}_M H_c-H} \tag{3-27}$$

上式中的${}_M H_c$、K由式(3-19)和式(3-20)求得。显然，若已知材料的B_r、H_c、B_d、H_d，即可根据以上诸公式求得材料的回复磁导率μ_{rec}。下面以AlNiCoV为例进一步加以说明。

已知AlNiCoV永磁材料的一些磁参数：B_r=1.23T(12300Gs)，B_d=0.95T(9500Gs)，H_c=43.768kA/m(550Oe)，H_d=33.82kA/m(425Oe)，试求其相对于(B_d，H_d)处的回复磁导率μ_{rec}。

把已知的磁参数代入式(3-19)、式(3-20)和式(3-21)，分别得：g=0.772，f=0.773，c=0.035，d=0.045，K=1.08，${}_M H_c$=43.927kA/m (552Oe)。

利用式(3-25)、式(3-26)和式(3-27)可分别求得a、b和h为

$$h_d=K\frac{{}_M H_c-H_d}{K{}_M H_c-H_d}=1.08\times\frac{552-425}{1.08\times552-425}=0.801$$

$$b_d=0.80+h[0.289+h(1.38-2.08h)]$$

$$=0.80+0.801[0.289+0.801(1.38-2.08\times0.801)]$$
$$=0.848$$

$$a=0.675\left(\frac{K-1}{K}\right)^{0.428}$$
$$=0.675\left(\frac{1.08-1}{1.08}\right)^{0.423}=0.224$$

把已知的B_r及已求的${}_MH_c$、a、b值代入式(3-24)，可求得材料的回复磁导率μ_{rec}为

$$\mu_{rec}=1+\frac{B_r}{\mu_0{}_MH_c}ab$$
$$=1+\frac{12300}{552}\times0.224\times0.848=5.23$$

这就是$(B_d、H_d)$坐标点处的回复磁导率。根据回复磁导率的定义，μ_{rec}就是回复曲线的斜率，因而知道了回复曲线的起始点和μ_{rec}便可做出回复曲线。

以上的μ_{rec}计算是比较繁的。如果采用图表解析法，则可使μ_{rec}的计算大大简化，因为函数a和b可用实际上对任意材料都通用的图表来表示。图3-7示出$a=f(K)$关系的计算图表。图3-8示出$b=f(h)$关系的计算图表。利用它们计算回复磁导率μ_{rec}的步骤如下：首先根据已知的材料磁参数算出K值，然后根据K值从图3-7上查得相应的a值，给出h

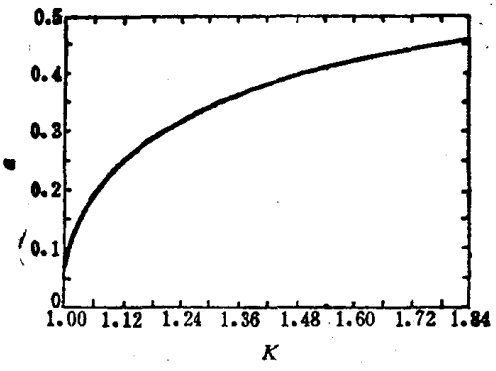


图3-7 $a=f(K)$关系的计算图表

值(范围从0到1),并由此值在图3-8上查得b值；由已知的H_c和已求的d、K值代入式（3-19）求出${}_M H_c$；将求出的a、b、${}_M H_c$及已知的B_r值代入式（3-24），即可求出材料的回复磁导率μ_{rec}。

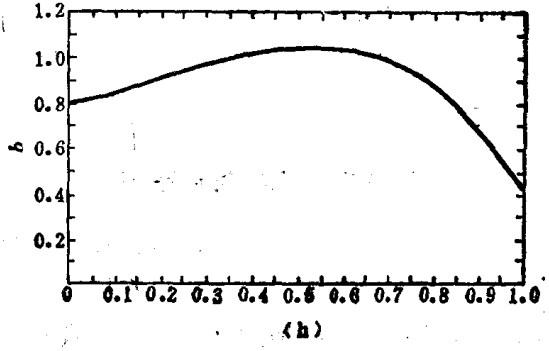


图3-8 $b=f(h)$关系的计算图表

$\mu_{rec}=f(H)$关系曲线的做法是：先选定一组H值（H的最大值不要超过材料的矫顽力H_c），然后利用式（3-19）、式（3-20）、式（3-21）和式（3-24）、式（3-25）、式(3-26)、式（3-27）算出一组μ_{rec}值；而后根据所算得的μ_{rec}及选定的H值一一对应地作图，即可得到$\mu_{rec}=f(H)$关系曲线。实用时采用$\mu_{rec}=f(B)$曲线较为方便，此时可利用式(3-18)算出一组与选取的H值相对应的B值，然后把一一对应的μ_{rec}、B作成图就可得到$\mu_{rec}=f$

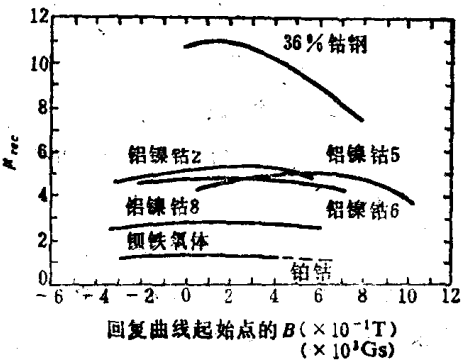


图3-9 几种永磁材料的$\mu_{rec}=f(B)$关系曲线

(B)关系曲线。当然B值也可以根据H值在材料的退磁曲线上直接查得。

各种永磁材料的回复磁导率μ_{rec}是不同的，对于同一种永磁材料，对应于退磁曲线上不同的磁感应强度值的点，回复磁导率μ_{rec}也不尽相同。图3-9示出几种永磁材料的$\mu_{rec}=f(B)$关系曲线，由图可见，当永磁材料的μ_{rec}值小时，退磁曲线上各点的μ_{rec}值变化也较小。

第三节　永磁材料系列

永磁材料包括金属永磁材料、铁氧体永磁材料、稀土钴永磁和其他类，如复合永磁、半永磁材料等等。

目前永磁材料的品种已增到几十种。但现在使用最多的是铝镍钴系永磁合金和铁氧体永磁材料，稀土钴类永磁则是很有前途的永磁材料。

永磁材料按其制造工艺、磁硬机理、化学成分及应用特性可以分为许多系列。有马氏体型永磁体，脱溶硬化型永磁体，可加工永磁体，稀土钴永磁体，伸长单畴微粒，锰铋、铁氧体，复合永磁体和半永磁体材料等等。下面我们分别加以介绍。

一、马氏体永磁

这是早期的永磁体，它包括碳钢(含C 1%左右)及改进的钨钢 (C 0.68～0.78%、Cr 0.30～0.50%、W5.20～6.2%)、铬钢(C 0.95～1.10%、Cr 2.80～3.60%)、钴钢(C 0.90～1.05%、Cr 5.50～6.5%、Co 5.50～6.5%)和铝钢(C 2%，Al8%)，其中常用的是铬钢、钨钢和钴钢。这类材料的永磁性来源是在高温下，稳定的奥氏体在淬火过程中转变为强磁马氏体。这种组织转变能产生很大的内应力，因而急剧增

加合金的矫顽力。再经过回火，使马氏体出现弥散分布状态，从而进一步提高了磁性能。

这类材料大都具有较高的饱和磁感应强度，较高的居里温度及剩磁，它们的塑性也较好，可进行冷加工和机械切削加工，原材料也丰富，但它们的矫顽力很低，H_c小于15.915 kA/m (200Oe)，最大磁能积不高，并且组织不稳定，时效变化和热老化显著。所以除了一些老产品，例如电度表、电铃、锁式继电器、永磁电机和磁滞电动机中还在采用外，已不大采用了，表3-3给出我国YB132－69标准规定的马氏体钢的磁性能。

表3-3 马氏体钢（试样热处理后）的磁性能（YB132－69）

牌号	H_c不小于(kA/m) (Oe)	B_r不小于(T) (Gs)	H_cB_r不小于 (kJ/m³)(MGsOe)
2J63	5.173 (65)	0.95 (9500)	4.9 (0.62)
2J64	5.173 (65)	1 (10000)	5.2 (0.65)
2J65	7.958 (100)	0.85 (8500)	6.8 (0.85)

注：当H_c与B_r之乘积不低于表3-3规定时，可允许H_c降低5%，B_r降低10%。

二、脱溶硬化型永磁

脱溶硬化型永磁是指铁镍铝为基的永磁合金，经过适当的热处理后，其组织结构由单一的过饱和固溶体脱溶成二相(即弱磁性相和强磁性相)。由于二相之间有着很大的磁饱和差以及高弥散的分布，因而具有高的矫顽力。

这类材料在其发展过程中，由于不同元素的加入，大致可分为铝镍型、铝镍钴型和铝镍钴钛型几种，分别介绍如下：

(一) 铝镍型永磁

这种材料由于不加钴，所以相对价格较便宜。它的特点是：由于是脱溶硬化型，所以组织稳定，而且矫顽力比马氏体钢大约提高了二倍，可达35.014kA/m (440Oe) 以上。另外，它的制造工艺也较简单，可以做成体积大或多对磁极的永磁体，但其磁性能相对地低。这类材料有铸造磁钢和粉末烧结磁钢之分。它们主要用在一般磁电式仪表、永磁电机、微电机、继电器、磁分离器、里程表等上。表3-4给出这类永磁材料的物理性能，其退磁曲线见图3-10，而磁性能见表3-6。

表3-4 铝镍永磁合金的一些性能

牌号名称	铝镍9(粉末烧结)	铝镍10(铸造)
代号	LN9	LN10
温度系数α_B(%℃$^{-1}$)		−0.022
线膨胀系数(20～300℃)(×10^{6}1/℃)	13.0	13.0
电阻率ρ(×10^{-8}Ω·cm)		60～65
居里温度T_c(℃)	760	760
硬度HRC	43	45～47

(二) 铝镍钴型永磁

铝镍钴型永磁是在铝镍型永磁成分的基础上加入适量的钴制成的。按制造工艺的不同可分为：铸造铝镍钴系和粉末烧结铝镍钴系。而铸造铝镍钴系中又有各向同性，热磁处理各向异性（即磁各异性）及定向结晶各向异性。

铸造铝镍钴永磁制造工艺较成熟，具有良好的磁特性，表现在它的剩磁较大，矫顽力和最大磁能积在永磁材料中可达到中等以上水平，磁感应的温度系数很小，居里温度很高，组织结构稳定，所以热稳定性良好，因此它的应用面很

广。各向同性铝镍钴永磁：由于是各向同性，价格便宜，所以多用于一般磁电式仪表、永磁电机、磁分离器、微电机、里程表、转速计及速度表等。各向异性铝镍钴永磁，由于磁性能好，有非常高的磁通密度、可靠性大，具有单位体积和单位价格的最大磁通密度，能够给出吸引力的最高能量，并且可靠性好，所以常用于精密磁电式仪表、永磁电机、微电机、流量计、磁性支座、传感器、扬声器、地震检波器、微波器件等。

粉末烧结铝镍钴系，由于是用粉末冶金的方法制造的，所以不产生铸造缺陷，但它的磁性能略低于铸造磁钢。宜作体积小或要求工作磁通均匀性高的永磁体，常用于微电机、永磁电机、继电器、小型仪表及温度控制器中。

表3-5给出部分铝镍钴型永磁的一些物理性能，退磁曲线见图3-10，而磁性能见表3-6。

（三）铝镍钴钛型永磁

表3-5 部分铝镍钴型永磁的物理性能

牌号名称	铝镍钴13	铝镍钴32	铝镍钴52	铝镍钴25
	铸造			粉末烧结
代号	LNG13	LNG32	LNG52	LNG25
温度系数α_B(%℃$^{-1}$)		−0.016	−0.016	
居里温度T_c(℃)	810	890	890	890
电阻率ρ(×10^{-6}Ω·cm)	65	47	50	50
线膨胀系数(20～300℃)λ(×10^{-6}1/℃)	12.4	11.2	11.2	11.3
抗拉强度(9.8N/mm^2)	2	4		
硬度HRC	52	50	50	45

铝镍钴钛型永磁是在铝镍钴型永磁材料成分基础上，提高钴含量和增加钛元素，进一步提高矫顽力而得到的这类材料的特点是矫顽力高，但剩磁较低，制造工艺对性能的影响较为敏感，磨削加工比较困难。宜作尺寸比（L/D）比较小或体积较小的永磁体。例如，用于作内磁式仪表中的永磁体。铝镍钴钛型永磁有铸造和粉末之分。表3-6给出铝镍钴钛型永磁的系列、牌号和主要性能。其退磁曲线见图3-10。

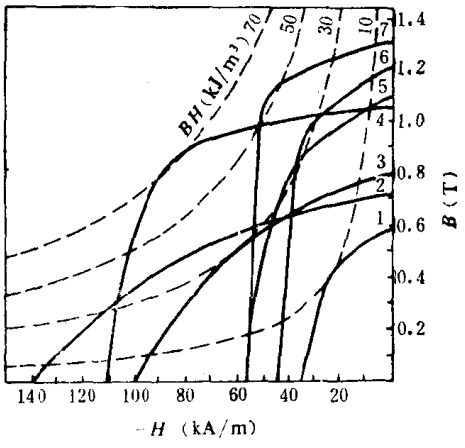


图3-10　几种永磁材料的退磁曲线
1—铝镍10　2—铝镍钴 钛 40　3—铝镍钴钛32　4—铝镍钴钛72　5—铝镍钴32H　6—铝镍钴32　7—铝镍钴52

表3-6　一些永磁材料的牌号和性能

系列		牌号	最大磁能积 $(BH)_{max}$ (kJ/m³) (MGsOe)	剩磁 F_r (mT) (Gs)	矫顽力 $_BH_c$ (kA/m) (Oe)	矫顽力 $_MH_c$ (kA/m) (Oe)	相对回复磁导率 μ_{rec}	密度 (g/cm³)
各向同性	等轴晶	LN9	9 (1.13)	680 (6800)	30 (380)	32 (400)	6.0～7.0	6.9
		LN10	9.6 (1.2)	600 (6000)	40 (500)	43 (540)	4.5～5.5	6.9
		LNG12	12 (1.5)	700 (7000)	40 (500)	43 (540)	6.0～7.0	7.0

（续）

系列		牌号	最大磁能积 $(BH)_{max}$ (kJ/m³) (MGsOe)	剩磁 P_r (mT) (Gs)	矫顽力 $_BH_c$ (kA/m) (Oe)	矫顽力 $_MH_c$ (kA/m) (Oe)	相对回复磁导率 μ_{rec}	密度 (g/cm³)
各向异性	等轴晶	LNG16	16 (2.6)	780 (7800)	52 (650)	54 (680)	5.0～6.0	7.0
		LNG34	34 (4.3)	1200 (12000)	44 (550)	45 (563)	4.0～5.0	7.3
		LNG37	37 (4.63)	1200 (12000)	48 (600)	49 (613)	3.0～4.5	7.3
	半柱晶	LNG40	40 (5.0)	1250 (12500)	48 (600)	49 (613)	2.5～4.0	7.3
		LNG44	44 (5.5)	1250 (12500)	52 (650)	53 (663)	2.5～4.0	7.3
	柱晶	LNG52	52 (6.5)	1300 (13000)	56 (700)	57 (713)	1.5～3.0	7.3
	等轴晶	LNGT28	28 (3.5)	1000 (10000)	57.6 (720)	59 (738)	3.5～5.5	7.3
		LNGT32	32 (4.0)	800 (8000)	100 (1250)	102 (1275)	2.0～3.0	7.3
		LNGT38	38 (4.75)	800 (8000)	110 (1375)	112 (1400)	1.5～2.5	7.3
	柱晶	LNGT60	60 (7.5)	900 (9000)	110 (1375)	112 (1400)	1.5～2.5	7.3
		LNGT72	72 (9.0)	1050 (10500)	112 (1400)	114 (1425)	1.5～2.5	7.3
	等轴晶	LNGT36J	36 (4.5)	700 (7000)	140 (1750)	148 (1850)	1.5～2.5	7.3
各向同性	等轴晶	FLN8	8 (1.0)	520 (5200)	40 (500)	43 (540)	4.5～5.5	6.7
		FLNG12	12 (1.5)	700 (7000)	40 (500)	43 (540)	6.0～7.0	7.0

（续）

系列		牌号	最大磁能积 $(BH)_{max}$ (kJ/m³) (MGsOe)	剩磁 B_r (mT) (Gs)	矫顽力 $_BH_c$ (kA/m) (Oe)	矫顽力 $_HM_c$ (kA/m) (Oe)	相对回复磁导率 μ_{rec}	密度 (g/cm³)
各向异性	等轴晶	FLNG28	28 (3.5)	1050 (10500)	46 (575)	47 (590)	4.0～5.0	7.0
		FLNG34	34 (4.25)	1120 (11200)	47 (590)	48 (600)	3.0～4.5	7.0
		FLNGT31	31 (3.9)	760 (7600)	107 (1340)	111 (1390)	2.0～4.0	7.0
		FLNGT33J	33 (4.15)	650 (6500)	136 (1700)	150 (1875)	1.5～2.5	7.0

三、可加工永磁

这类材料是指可以进行机械加工的永磁体，它们经过适当的热处理后，具有良好的塑性和机械加工性。一般可进行锻造、热轧、冷轧、冷拔、切削、冲压和弯曲等。因此可以根据需要加工成板（带）材、棒（丝）材或其他形状。

可加工永磁除包括前面提到的马氏体钢外，还有铁钴钼、铁钴钒、铜镍铁、铜镍钴、铁铬钴、铂钴、铁锰和锰铝碳等合金。

铁钴钼型和铁钴钒型合金，具有相当大的剩磁，但矫顽力较低。只宜作尺寸比 (L/D) 很大的永磁体。各向同性铁钴钼的制造工艺比较简单，成分和工艺条件的少许偏差，对性能的影响不大；但磁滞性能比各向异性的铁钴钒系列差。在－150℃～350℃温度范围内，组织结构尚稳定。它常用于做磁滞电机的环状或实心转子。各向异性的铁钴钒制造工艺复杂，要求也严格，工艺条件和成分对磁性敏感，具有优良的磁性能，尤其是能量系数 K_u 值很高。在500℃以下磁性稳

定，并且弹性和抗拉强度也很好，但经最佳热处理后，要避免应力作用，使用时要加注意。它多用于永磁电机和磁滞电机作技术要求高的卷线式转子及铁簧继电器等。

铜镍铁、铜镍钴具有比较高的矫顽力，但剩磁和最大磁能积较低。可用于转速计、速度表及小型锁式继电器等。

铂钴合金是一种有序格子型永磁合金，其磁性与有序-无序转变有很大关系。这种合金的可加工性和磁性均优于铝镍钴永磁，但它的原料稀而贵。铂钴合金可用作形状复杂、耐腐蚀、尺寸小的器件，并且适用于大功率场合。

铁铬钴是近十年发展起来的一种引人注目的永磁材料。其特点是磁性能好，最大磁能积已高达66kJ/cm³(8.3MGsOe)可与铝镍钴永磁相比。它具有很好的韧性，约在1000℃下可进行锻造，快冷后还可冷轧或拔丝。所以可作成特殊形状的永磁体，而且有希望替代铝镍钴系中的某些品种。目前多用于里程表、罗盘仪等方面。

锰铝碳永磁材料也是近年来发展起来的。其特点是：这种材料不含稀缺的钴、镍，而磁性能相当好，最大磁能积可达40～48kJ/cm³ (5.0～6.0MGsOe)，可与铝镍钴V相比，矫顽力可达159～207kA/m (2000～2600Oe)，相当于各向异性的钡铁氧体。此外，它富于韧性，可采用锻造加工，甚至在最终热处理以后，还可以用车床进行精加工。这种材料可用于微型电机、步进电机和扬声器等方面。

表3-7、表3-8给出一些可加工永磁的性能。

四、稀土永磁

稀土永磁是近二十年来迅速发展起来的新型永磁材料。它是稀土金属和3d过渡族金属等按一定比例组成的金属永磁。例如，RCo_5、R_2Co_{17}（R代表稀土元素）。这类材料的特

表3-7 一些可加工永磁的磁滞性能

合金牌号	磁滞性能				化学成分(重量%)(余Fe)	
	H_{μ}(kA/m)(Oe)	B_{μ}(T)(Gs)	P_{μ}不小于(10^{-1}J/m³)(erg/cm³)	K_{μ}不小于	Co	V
2J4	3.979～5.173 (50～65)	1.3～1.6 (13000～16000)	1.5×10^{5}	0.52	44～46	3.5～4.5
2J7	6.366～9.549 (80～120)	1.0～1.3 (10000～13000)	1.9×10^{5}	0.51	51～53	6.5～7.5
2J9	8.754～11.937 (110～150)	0.9～1.25 (9000～12500)	2.2×10^{5}	0.59	51～53	8.5～9.5
2J10	14.324～18.303 (180～230)	0.9～1.2 (9000～12000)	3.0×10^{5}	0.58	51～53	9.5～10.5
2J11	15.915～19.894 (200～250)	0.9～1.2 (9000～12000)	3.5×10^{5}	0.57	51～53	10.5～11.5
2J12	19.894～27.852 (250～350)	0.8～1.1 (8000～11000)	4.5×10^{5}	0.56	51～53	11.5～12.5
2J51	2.785～3.979 (35～50)	1.2～1.6 (12000～16000)	1.0×10^{5}	0.58	11～13	—
2J52	4.775～7.162 (60～90)	0.9～1.35 (9000～13500)	1.1×10^{5}	0.50	15～17	—
2J53	6.366～11.937 (80～150)	0.6～0.9 (6000～9000)	1.0×10^{5}	0.45	—	—

注：表中各参数的意义如下：

H_{μ}是指合金磁化曲线最大磁导率点，所对应的交变磁场强度；

B_{μ}是指合金磁化曲线最大磁导率点，所对应的磁通密度；

P_{μ}是指合金磁化曲线最大磁导率点，所对应的磁滞损失；

K_{μ}是指合金磁化曲线最大磁导率点，所对应的凸起系数。

表3-8 一些可加工永磁的性能

合金系列	牌号	磁性			物理性质			机械特性	
		H_c (kA/m) (Oe)	B_r (T) (Gs)	$4\pi M_s$ (T) (Gs)	比重γ (g/cm³)	热膨胀系数 $\alpha\times10^{-6}$(1/℃) (20～300℃)	电阻率ρ ($\times10^{-6}\Omega\cdot$cm) (室温)	硬度 (HRC)	弹性模量E ($\times10^{11}$Pa)
铁钴钒	2J12	23.873 (300)	0.75 (7500)	1.10 (11000)	8.1	13.4	74	40～46	1.666
	2J11	17.507 (220)	1.00 (10000)	1.20 (12000)	8.1	11.2	77	40～46	1.666
	2J10	9.549 (120)	1.20 (12000)	1.48 (14800)	8.1	11.3	71	40～46	1.862
	2J9	7.958 (100)	1.30 (13000)	1.60 (16000)	8.1	10.6	65	40～46	1.764
	2J7	5.968 (75)	1.40 (14000)	1.70 (17000)	8.1	10.6	61	40～46	1.764
	2J4	4.456 (56)	1.65 (16500)	1.96 (19600)	8.1	10.7	33	40～46	1.764
铁钴钼	2J21	7.958 (100)	1.20 (12000)	2.04 (20400)	8.2	11.24	35	35～42	2.156
	2J23	11.937 (150)	1.15 (11500)	1.90 (19000)	8.3	11.10	37	35～42	2.058

（续）

合金系列	牌号	磁性 H_c (kA/m) (Oe)	磁性 B_r (T) (Gs)	磁性 $4\pi M_s$ (T) (Gs)	物理性质 比重γ (g/cm³)	物理性质 热膨胀系数 $\alpha\times10^{-6}$(1/℃) (20～300℃)	物理性质 电阻率ρ ($\times10^{-6}\Omega\cdot$cm) (室温)	机械特性 硬度 (HRC)	机械特性 弹性模量E ($\times10^{11}$Pa)
铁钴钼	2J25	15.915 (200)	1.05 (10500)	1.80 (18000)	8.3	11.18	42	35～42	2.058
	2J27	21.486 (270)	1.00 (10000)	1.70 (17000)	8.4	11.21	38	35～42	2.156
铁锰镍	2J53	8.754 (110)	0.90 (9000)	1.20 (12000)	7.9	15.5	32	42	1.666
铁钴钨	2J51	3.819 (48)	1.60 (16000)	2.00 (20000)	8.7	10.9	30	40	1.96
铁钴钼钨	2J52	3.899 (49)	1.65 (16500)	2.04 (20400)	9.2	11.0	35	42	1.96
各向同性铁铬钴15		43.768 (550)	0.85 (8500)						
各向异性铁铬钴30		47.746 (600)	1.10 (11000)				60～70	40～50	

注：1. E值中2J21、2J23、2J25、2J27合金是回火后测得的，其余是用冷轧带材测得的。

2. 除铁铬钴外，其余合金的磁性都是从带材测得的。

点是具有极高的矫顽力和磁能积。例如，钕铁系永磁的最大磁能积已达到 404.8kJ/m³ (50.6MGsOe)。是目前性能最高的永磁材料。另外，这类材料的退磁曲线基本上是一直线，其斜率接近于回复磁导率，即回复曲线近似地与退磁曲线重合。因此，干扰磁场去掉后并不改变工作点的磁能积。

由于它的性能高，特别是内禀矫顽力 ${}_{M}H_{C}$很大，在磁路中可减少漏磁，适合于在开路状态、压力场合、反磁场或动态情况下应用，并适合于制造短或薄的元件。若用作行波管聚焦磁铁，和尺寸相同的铂钴合金相比，产生的磁场约大50%；若产生相同的磁场，其重量约为铂钴合金的四分之一。稀土永磁的出现可以进一步缩小仪器仪表的体积，减轻重量，从而有利于仪器仪表的微型化。它的居里点相当高，如$SmCo_5$的居里点为724℃。它的磁感应强度的可逆温度系数为−0.04%/℃，虽然比铝镍钴永磁合金高一倍左右，但仅有铁氧体的五分之一。填充密度很高的$SmCo_5$的温度稳定性良好，于空气中加热至150℃停留1000 h，退磁曲线并未发生变化。目前已用来制造大退磁场的行波管聚焦磁铁、电子钟、微型永磁马达、核磁共振扫描仪、扬声器以及微型高灵敏度仪表等。随着应用研究的不断深入，其应用范围正日益扩大。

目前常见的稀土永磁系列有如下几种：钐钴系、镨钴系、钐镨钴系、钕铁系，用铜、铁置换一部分钴的稀土铜铁钴系以及用混合稀土镧和铈置换一部分钐的混合稀土钴系。

一些稀土永磁的磁性能见表3-9，而退磁曲线见图3-11。

五、铁氧体永磁材料

铁氧体永磁材料的优点是具有相当高的矫顽力，例如钡铁氧体永磁的H_c高达 238.732kA/m (3000Oe)。故适用于有强退磁场的条件下。电阻率比金属磁性材料高得多，更适于

表3-9 稀土钴永磁材料的磁特性

牌号	剩磁 B_r（最小值）		磁通密度矫顽力 ${}_BH_c$（最小值）		内禀矫顽力 ${}_MH_c$（最小值）		最大磁能积 $(BH)_{max}$	
	(T)	(kGs)	(kA/m)	(×10³Oe)	(kA/m)	(×10³Oe)	(kJ/m³)	(MGsOe)
XGS 80/36	6.0	60	320	4.0	360	4.5	64～88	8～11
XGS 96/40	7.0	70	360	4.5	400	5.0	88～104	11～13
XGS 112/96	7.3	73	520	6.5	960	12.0	104～120	13～15
XGS 128/120	7.8	78	560	7.0	1200	15.0	120～135	15～17
XGS 144/120	8.4	84	600	7.5	1200	15.0	135～150	17～19
XGS 160/96	8.8	88	640	8.0	960	12.0	150～183	19～23
XGS 196/96	9.6	96	690	8.7	960	12.0	183～207	23～26
XGS 196/40	9.8	98	380	4.8	400	5.0	183～200	23～25
XGS 208/44	10.2	102	420	5.2	440	5.5	200～220	25～28
XGS 240/46	10.7	107	440	5.5	460	5.8	220～250	28～31

在高频下使用。铁氧体的最大磁能积不大，但最大回复磁能积（见第四章第五节）却很大，所以它适宜做动态条件下工作的永磁体。铁氧体的另一特点是退磁曲线的很大一部分接近直线，直线部分的斜率接近于回复磁导率，且回复磁导率较小，密度小。故铁氧体永磁（其中以钡铁氧体应用最广泛）在电声元件、电讯仪表、微波器件及微型电机等方面已得到越来越广泛的应用。这些材料又不含 Ni、Co 等稀缺元素。铁氧体永磁的缺点是 B_r、B_r 均较低，磁性参数的温度稳定性差。因此不适用于环境温度变化大而要求温度稳定性高的场合。

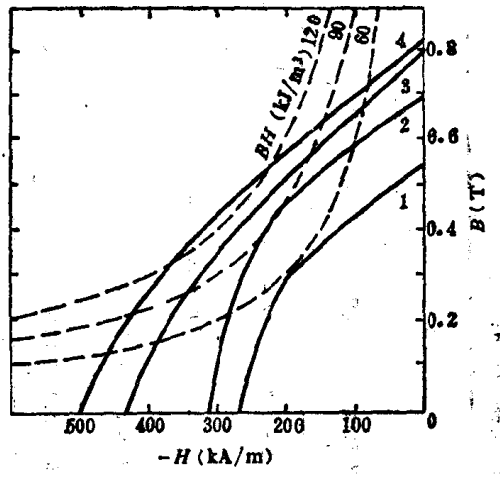


图3-11 一些稀土永磁的退磁曲线
1—铈钴钢60 2—混合稀土钴15 3—混合稀土110 4—钐钴125

下面仅把常用的铁氧体永磁的分子式及性能列出。铁氧体永磁有钡铁氧体($BaFe_{12}O_{19}$)，锶铁氧体 ($SrFe_{12}O_{19}$) 和铅铁氧体 ($PbFe_2O_{19}$) 等。其中锶铁氧体中常常掺有钙、钡铁氧体，性能较好，且价廉，故获得较广的应用，并已大量生产。铁氧体永磁也有各向同性和各向异性之分。

铁氧体的性能见表3-10。其退磁曲线见图3-12。

六、单畴微粉永磁

铁磁金属和合金（铁、铁钴）颗粒小于某一临界尺寸时，

表3-10 铁氧体永磁的性能

性能	名称	各向同性铁氧体10T	各向异性				
			铁氧体15	铁氧体20	铁氧体25	铁氧体30	铁氧体35
剩磁B_r	(T)	0.20	0.28～0.36	0.32～0.38	0.35～0.39	0.38～0.42	0.40～0.44
	(Gs)	2000	2800～3600	3200～3800	3500～3900	3800～4200	4000～4400
矫顽力H_c	(kA/m)	128～160	128～192	128～192	152～208	160～216	176～224
	(Oe)	1600～2000	1600～2400	1600～2400	1900～2600	2000～2700	2200～2800
最大磁能积$(BH)_{max}$	(kJ/m^3)	6.4～9.6	14.3～17.5	18.3～21.5	22.3～25.5	26.3～29.5	30.3～33.4
	(MGsOe)	0.8～1.2	1.8～2.2	2.3～2.7	2.8～3.2	3.3～3.7	3.8～4.2
回复磁导率μ_{rec}	($\times 10^6$H/m)	1.3～1.6	1.3～1.6	1.3～1.6	1.3～1.6	1.3～1.6	1.3～1.6
		1.0～1.3	1.0～1.3	1.0～1.3	1.0～1.3	1.0～1.3	1.0～1.3

剩磁温度系数 α_{Br}	(%℃$^{-1}$)	−0.18～−0.20	−0.18～−0.20	−0.18～−0.20	−0.18～−0.20	−0.18～−0.20	−0.18～−0.20
居里点T_c	(℃)	450	450	450	450	450	450
密度	(g/cm^3)	4.0～4.8	4.5～5.2	4.5～5.2	4.5～5.2	4.5～5.2	4.5～5.2
线膨胀系数 (20～300℃)	(10^{-6}℃$^{-1}$)	9	9	9	9	9	9
电阻率	(×10^{-8}Ω·cm)	10^{10}～10^{14}	10^{10}～10^{14}	10^{10}～10^{14}	10^{10}～10^{14}	10^{10}～10^{14}	10^{10}～10^{14}
硬度RC		45～60	45～60	45～60	45～60	45～60	45～60
抗折强度	(×9.8N/mm^2)	3～9	3～9	3～9	3～9	3～9	3～9
抗压强度	(×9.8N/mm^2)	70～150	70～150	70～150	70～150	70～150	70～150
抗拉强度	(×9.8N/mm^2)	2～5	2～5	2～5	2～5	2～5	2～5
比热	[×4.1868J/(kg·K)]	0.14～0.2	0.14～0.2	0.14～0.2	0.14～0.2	0.14～0.2	0.14～0.2
矫顽力温度系数 α_{HC}	(%℃$^{-1}$)	±0.35～0.6	±0.35～0.6	±0.35～0.6	±0.35～0.6	±0.35～0.6	±0.35～0.6

每一颗粒只包含一个磁畴，将此种颗粒粉末加入粘合剂定向压制得到的永磁体，称为单畴微粒永磁体。这种材料的特点是具有高的饱和磁感应强度和较高的矫顽力，B_r/H_c比值可以在很宽的范围内(6.3～63)调节，由于加入了粘合剂又提高了电阻率，比重也小，而且可以压制成尺寸精确的元件，所以可用于电机、电器和电讯器材中。

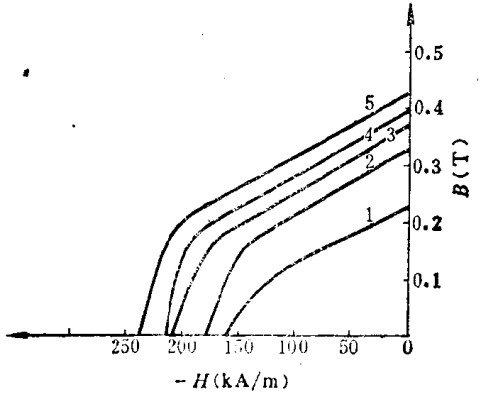


图3-12 一些铁氧体永磁的退磁曲线

1—铁氧体10 2—铁氧体15 3—铁氧体20 4—铁氧体25 5—铁氧体30

这类材料的性能列于表3-11。退磁曲线见图3-13。

表3-11 单畴微粉永磁的成分和性能

名称	代号	化学成分	磁性能			密度 (g/cm³)
			H_c (kA/m) (Oe)	B_r (T) (Gs)	$(BH)_{max}$ (kJ/m³) (MGsOe)	
铁	Fe①	Fe,Fe_3O_4	35.81～39.79 (450～500)	0.45～0.50 (4500～5000)	3.04～4.56 (0.38～0.57)	4.1～4.4
铁	Fe②		55.70 (700)	0.90 (9000)	—	1.8
铁钴	Fe-Co①	Fe,Co, Fe_2O_3	43.77～47.75 (550～600)	0.55～0.70 (5500～7000)	4.0～5.6 (0.5～0.7)	4.3～4.6
铁钴	Fe-Co②		79.99 (980)	1.08 (10806)	26.4 (3.3)	—
锰铋	Mn-Bi③	Bi77% Mn23%	246.69 (3100)	0.42 (4200)	15.2 (1.9)	8.5

① 等轴粒子。
② Fe和Fe-Co伸长粒子，各向异性材料。
③ 各向异性材料。

七、复合永磁体

复合永磁体是将永磁粉末和其他材料（如合成橡胶、塑料、低熔点金属等有关物质）混合制成的一种永磁材料。复合永磁体具有综合的特性。可制成高精度、易加工、可挠性的永磁体。它常用于转速表、电流表、曝光表、微电机、密封圈、阴极射线管等等。

复合永磁材料目前有铁钴微细粉末、永磁铁氧体粉末、铝镍钴永磁粉末、稀土钴永磁粉末等等。表3-12给出部分复合永磁材料的性能。

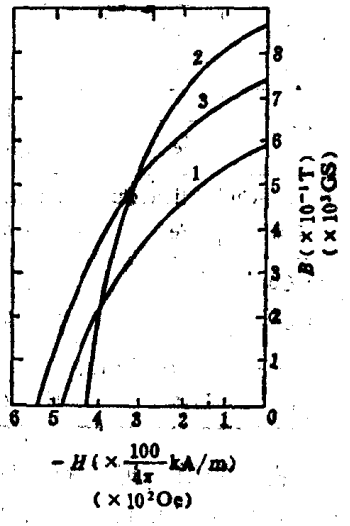


图3-13 一些单畴微粉永磁的退磁曲线
1—铁微粉 2—铁钴微粉
3—铝镍Ⅰ合金

使用和选择永磁材料的一些注意事项

前面我们简单地介绍了永磁材料的各种系列。在此谈一下选择和使用永磁材料一些值得注意的事项。我们知道永磁材料的用途是很广的，而永磁材料的种类又有许多，如何来选择呢？那就是要根据应用选择及磁特性的适应性来加以判断。其次是考虑成本和制造方法的难易程度。例如，动圈式仪表，由于它要在工作气隙中产生高而稳定的磁通密度，因此就应当选择铸造铝镍钴永磁，因为铝镍钴永磁的居里温度很高[4](T_c>850℃)，温度系数很小（$\alpha_B \approx 0.016 \sim 0.025\%/℃$），因此它的稳定性较好，又由于铝镍钴永磁的剩余磁感应很高〔B_r>1.1 T(11000Gs)〕，所以具有单位体积和单位价格的最大磁通密度。

表3-12 部分复合永磁材料的性能和用途

名 称	成分(%)	磁性能 B_r (T) (kGs)	磁性能 H_c (kA/m) (Oe)	磁性能 矩形比	用途
铁钴钒	V2～5,Co49,余Fe	2.15～1.60 (21.5～16.0)	1.59～4.77 (20～60)	0.9～0.95	铁簧继电器
磁钢	C 0.5,余Fe	1.45 (14.5)	1.11 (14)	—	锁式继电器
Fe-Ni-Cu合金	Ni18,Cu6,余Fe	1.30～1.10 (13.0～11.0)	4.77～5.97 (60～75)	0.95	小型锁式继电器
Fe-Co-V(Cr)		1.3～1.6 (13～16)	4.77～18.30 (60～230)	—	磁滞电机
Co-Fe-Ti合金	Co85,Fe12,Ti13	1.5 (15)	1.00 (12.6)	0.9	半固定存储器

我们知道，现代的永磁材料大部分是用铸造和烧结制成的。它们都硬而脆，不可能进行切削加工，精加工全靠磨床来进行磨削。因此为了降低成本，必须尽量减少加工部位。为此，有必要先了解铸件及烧结件的尺寸公差。图3-14给出铸造铝镍钴及钡铁氧体制品的尺寸公差。接着是考虑加工后的尺寸公差。它大致上可以这样，即在平面磨削或外圆磨削的场

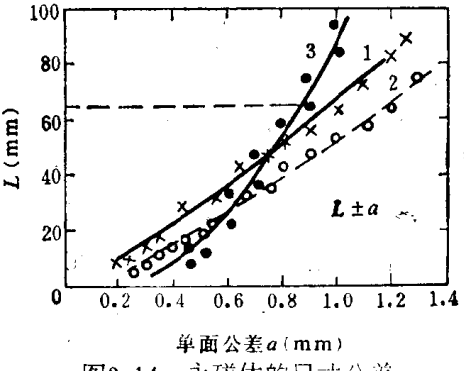


图3-14 永磁体的尺寸公差

1—钡铁氧体(垂直于挤压方向) 2—钡铁氧体(平行于挤压方向) 3—铸造铝镍钴

合，在5～100mm范围内，为±0.2mm以上；若尺寸大于这一范围，则相应的尺寸公差要放宽；而小于这一范围，则磨加工时容易破碎；内圆磨削或开槽要严格控制在±0.4mm，否则将使成本增加。

在设计永磁体的形状时，要避免采用如下形状：例如，厚度与平面的长度之比在1/20以下的薄板；直径在5mm以下的细棒；存在细孔和槽时厚度超过100mm的大型铸件等等。否则铸件将产生缺陷和裂纹。对于铁氧体，厚度应为最小尺寸的10%以上，其最小厚度须大于2mm。

在前面材料系列的介绍中，我们谈到不少材料有各向同性和各向异性之分。对于各向同性的材料，无论你从哪个方面去测量它，则磁性能基本上是一致的。这样在使用时只要使用的方向和充磁方向一致就行了。而对于各向异性的材料，则随着测量方向的不同性能是不一样的。图3-15示出经磁场热处理的铝镍钴永磁材料，在沿着平行于热处理时，所加的磁场方向测量的退磁曲线2和沿着垂直于热处理时，所加的磁场方向测量的退磁曲线3（退磁曲线1是各向同性材料的）显然，两者有很大区别。由图可见，剩磁B_r差1.4倍，矫顽力差近一倍。因此，在磁体充磁和使用时，对于各向异性材料做成的元件，其充磁方向和使用方向都必须和热处理（或成

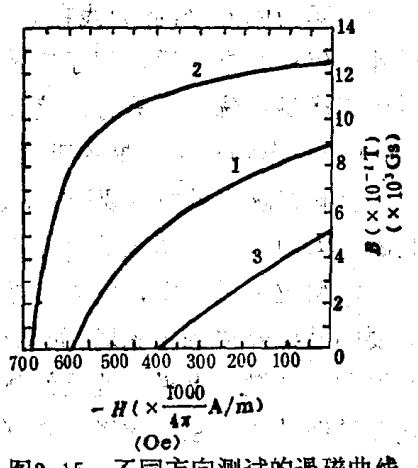


图3-15 不同方向测试的退磁曲线
1—各向同性材料 2—平行于热处理磁场方向 3—垂直于热处理磁场方向

型）时，所加的磁场方向一致，否则选用各向异性材料甚至比采用各向同性材料性能还差。

第四节　永磁体的充磁和退磁

一、永磁体的充磁

众所周知，永磁磁路是不用外加磁场能源的，是靠其本身具有的永磁材料来作磁场能源的。而永磁体在制造后并不具备有磁性（永磁体对外所表现的磁性），必须事先将其磁化，而后靠它能长期地保持强的磁性来对磁路起磁场能源作用。例如，舌簧喇叭用的钡铁氧体，在安装成喇叭之前，就必须将它沿样品的圆柱轴线方向磁化到饱和。而有些磁路中的永磁体则是在磁路安装好后再充磁。但无论如何，作为永磁磁路中的永磁体都必须给予充磁，否则磁路就不能工作。

一般说来，正确的充磁应使永磁体在充磁时，磁体内任一点所受到的磁场强度应不小于做成永磁体的永磁材料所具有的矫顽力的五倍；磁力线在磁体中所走的路径应尽量地长。另外，组件在充磁后，便于安装磁短路片或者其他能够保证磁体组成磁系统后，具有磁路设计时所要求的工作点。

（一）影响充磁效果的因素

影响充磁效果的主要因素，大体上说有：饱和磁化磁场H_s、退磁场H_d以及磁化磁场的分布等等。下面我们分别予以讨论。

饱和磁化磁场H_s，就是能够使得永磁材料磁化到饱和所需要的最低外加磁化磁场，如图3-16所示。所谓永磁材料磁化到饱和，从微观上说，就是使被磁化的永磁体内所有的磁矩全部转向外加的磁化磁场方向（或接近于这个方向）。对于不同的永磁材料，这个饱和磁化磁场的数值是不同的。实践证明，一种永磁材料的饱和磁化磁场H_s约等于该材料内禀矫顽

力 $_{M}H_{c}$ 的五倍，即

$$H_{s}=5_{M}H_{c} \tag{3-28}$$

因为有这个关系，所以永磁体在充磁时，都要求外加的磁化磁场大于或等于饱和磁化磁场，即 $H \geqslant H_{s}$。如果外加的磁化磁场 H 不够强，则所得到永磁体的 B_{r}、H_{c} 及 $(BH)_{max}$ 的数值就会比做成该磁体的永磁材料所对应的剩磁、矫顽力及最大磁能积来得小。图3-17和表3-13给出了铝镍钴永磁的退磁曲线，B_{r}、H_{c} 及 $(BH)_{max}$ 与外加磁化磁场的依赖关系。由图及表的数据可以看出，外加磁化磁场 H 的大小对永磁体性能的影响是很大的，这是由于外加的磁化磁场 H 不够强，不能使得永磁材料磁化饱和所造成的。表3-14给出几种常用的永磁材料的矫顽力 H_{c} 及饱和磁化磁场 H_{s} 的数值。

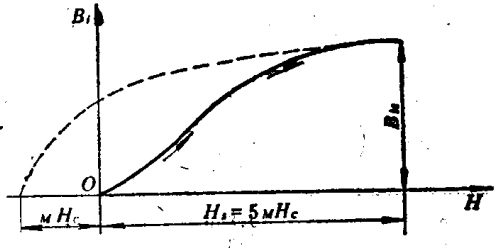


图3-16　永磁体的饱和磁化磁场 H_{s}

表3-14所给的饱和磁化磁场 H_{s} 值是指试样或元件受到的真实磁场值。但当永磁磁路中有空气间隙存在时，由于退磁场的作用，如果充磁时，外加的磁化磁场

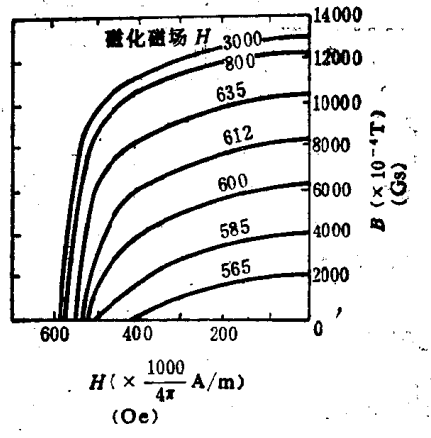


图3-17　退磁曲线与磁化磁场的依赖关系

表3-13 磁性能与磁化磁场的关系

外加的磁化磁场 H(kA/m)(Oe)	B_r(T)(Gs)	H_c(kA/m)(Oe)	$(BH)_{max}$(kJ/m³)(MGsOe)
238.732 (3000)	1.3025 (13025)	46.951 (590)	39.6 (4.95)
63.662 (800)	1.235 (12350)	45.518 (572)	36.48 (4.56)
50.134 (630)	1.045 (10450)	44.165 (555)	27.84 (3.48)
48.701 (612)	0.835 (8350)	43.290 (544)	20.08 (2.51)
47.746 (600)	0.630 (6300)	42.574 (535)	13.12 (1.64)
46.155 (580)	0.3975 (3975)	39.948 (502)	6.48 (0.81)
44.961 (565)	0.210 (2100)	33.741 (424)	2.16 (0.27)

表3-14 几种永磁材料的H_c和H_s值

永磁材料	H_c(kA/m)(Oe)	H_s(kA/m)(Oe)
铬钢	5.173 (65)	79.577 (1000)
高钴钢	7.958 (100)	159.155 (2000)
AlNiCo Ⅱ	27.056～38.197 (340～480)	190.986 (2400)
AlNiCo Ⅰ	47.746 (600)	238.732 (3000)
AlNiCo Ⅳ	51.725 (650)	258.627 (3250)
AlNiCo Ⅴ (各向同性)	43.768 (550)	218.838 (2750)

（续）

永磁材料		H_c(kA/m)(Oe)	H_s(kA/m)(Oe)
AlNiCoⅤ（各向异性）		47.746～55.704 (600～700)	278.521 (3500)
AlNiCoⅦ（各向同性）		99.472 (1250)	497.359 (6250)
AlNiCoⅦ（各向异性）		103.451 (1300)	517.254 (6500)
铁氧体恒磁	H_{10}	127.324～159.155 (1600～2000)	795.775 (10000)
	H_{20}	127.324～190.986 (1600～2400)	954.930 (12000)
	H_{30}	151.197～206.901 (1900～2600)	1034.507 (13000)
	H_{35}	159.155～214.859 (2000～2700)	1074.296 (13500)
	Hc_{35}	230.775～246.690 (2900～3100)	1233.451 (15500)
稀土钴永磁	XH_{40}	198.945～318.310 (2500～4000)	1591.549 (20000)
	XH_{100}	278.521～557.042 (3500～7000)	2785.212 (35000)
	XH_{150}	358.099～636.620 (4500～8000)	3183.099 (40000)
	XH_{200}	477.465～716.197 (6000～9000)	3978.874 (50000)

H仍等于H_s值，则试样或元件所受到的真实磁化磁场就不能使永磁体磁化到饱和。例如，一根粗而短的柱形磁体，在充磁时，如果不仅仅地夹在电磁铁的两个极头之间而形成闭合回路，由于永磁体本身要产生一个比较大的退磁场H_d，以致于使得永磁体受到的真实磁化磁场小于饱和磁化磁场H_s，

于是永磁体就得不到饱和磁化，从而也降低了 B_r、H_c、$(BH)_{max}$。

为了保证永磁体得到饱和磁化，就必须加大外加的磁化磁场H，使得在消除退磁场的影响之后，还能保证永磁体受到的真实磁化磁场以达到饱和磁化磁场 H_s值。那么在开路情况下对永磁体进行充磁，需要外加多大的磁化磁场呢？这和永磁体的材料及尺寸有关。

对于永磁体则有

$$H_d = -NM \tag{3-29}$$

$$H_s = H_s' + H_d \tag{3-30}$$

所以有

$$\begin{aligned} H_s' &= H_s - H_d \\ &= H_s + NM_s \\ &= H_s + \frac{N}{4\pi} \times 4\pi M_s \end{aligned} \tag{3-31}$$

式中 H_s'——试样或元件在开路情况下充磁所需要的外加磁化磁场；

H_s——试样或元件在闭路情况下充磁所需要的外加饱和磁化磁场；

M_s——做成永磁体材料的饱和磁化强度；

N——永磁体的退磁因子。

根据式（3-31）的关系，我们不妨计算两个具体的实例，来看看永磁材料不同时，退磁场H_d的影响程度。

例1 设有一个圆柱形的钡铁氧体（H_{s0}）元件，其尺寸比$\frac{c}{a}=1$。问其在开路情况下充磁时，需要外加多大的磁化磁场？

由于钡铁氧体元件的尺寸比$\frac{c}{a}=1$，由表1-3可查得退磁因子$\frac{N}{4\pi}=0.270$，而钡铁氧体的$4\pi M_s=0.465$T (4650 Gs)，于是元件的退磁场H_d为

$$H_d=-NM_s=-\frac{N}{4\pi}\times 4\pi M_s$$

$$=-0.270\times 4650$$

$$=-1255.5\text{Oe}$$

$$\triangleq -99.91\text{kA/m}$$

这样，元件在开路情况下充磁时，其外加的磁化磁场H_s'可用式(3-31)计算。式中的H_s可从表3-14中查得：$H_s=1034.507$kA/m (13000Oe)，于是有

$$H_s'=H_s-H_d$$

$$=13000-(-1255.5)$$

$$=14255.5\text{Oe}$$

$$\triangleq 1134.417\text{kA/m}$$

例2 设有一个各向异性的铝镍钴圆柱形磁体，元件的尺寸比$\frac{c}{a}=1$。求其在开路情况下充磁时，所需要外加的磁化磁场H_s'值。

由于元件的尺寸比$\frac{c}{a}=1$，从表1-3中可查得元件的退磁因子$\frac{N}{4\pi}=0.270$，而对于各向异性铝镍钴材料，$4\pi M_s=1.5$T(15000Gs)，于是元件的退磁场H_d有

$$H_d=-\frac{N}{4\pi}\times 4\pi M_s$$

$$=-0.270\times 15000$$

$$=-4050\text{Oe}$$

$$\triangleq -322.289\text{kA/m}$$

由表3-14可查得：$H_s=278.521\text{kA/m}(3500\text{Oe})$，于是有

$$H_s'=H_s-H_d$$

$$=3500-(-4050)$$

$$=7550\text{Oe}$$

$$\triangleq 600.81\text{kA/m}$$

从上面的两个实例计算，不难看出，做成永磁体材料的$4\pi M_s$愈大，退磁场的影响也就愈大。对于$4\pi M_s$比较低的钡铁氧体磁体来说，退磁场H_d的影响要比$4\pi M_s$较高的永磁合金的退磁场影响来得小。因此，在对$4\pi M_s$较高材料做成的永磁体进行充磁时，要特别加以注意。

磁化磁场的分布对充磁效果的影响也是很重要的。试样或元件在充磁时，磁化磁场的分布应该要同器件设计中对该元件磁化磁场分布的要求相一致。如果选用的是各向异性永磁材料，则磁化磁场的方向还要与材料的磁从优方向相一致，否则就不能充分利用材料的磁性。此外，磁化磁场的分布还要尽量地均匀。

（二）充磁机构和方法

由于目前在国防、工业、农业生产以及科学研究方面都广泛地使用永磁元件，这就使得永磁元件的形状呈各式各样的。能否把各种形状的永磁体给予很好的充磁，这涉及到充磁的机构和方法。

通常用于永磁体充磁的机构不外乎是电磁铁、线圈或螺线管以及单根导线等等几种。它们所产生的磁场如下：

对于长度为l的直导线，通以电流I，在与导线垂直距离为r处A点的磁场大小为

$$H_A=\frac{I}{r}(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2) \qquad (3\text{-}32)$$

式中的α_1、α_2及磁场H_A的方向见图3-18，即H_A的方向是垂直于图面向里。

对于单层螺线管，设其绕线的总长度为L、半径为R、总匝数为N，通以电流I。则在螺线管轴线上距中心点O距离为x的磁场强度H_x（见图3-19）为

$$H_x=\frac{2\pi NI}{L}\left\{\frac{l+x}{[R^2+(l+x)^2]^{1/2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{l-x}{[R^2+(l-x)^2]^{1/2}}\right\} \qquad (3\text{-}33)$$

式中 $l=\frac{L}{2}$。

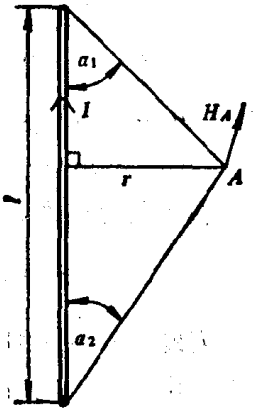


图3-18 通电直导线的磁场

若$x=0$，即在螺线管中心O点处的磁场强度H_0为

$$H_0=\frac{4\pi NI}{L}\cdot\frac{l}{(R^2+l^2)^{1/2}} \qquad (3\text{-}34)$$

若螺线管细而长，即$l\gg R$，则其中心O点处的磁场H_0为

$$H_0=\frac{4\pi NI}{L}=4\pi nI \qquad (3\text{-}35)$$

式中 n——螺线管单位长度上的绕线匝数，$n=\frac{N}{L}$。

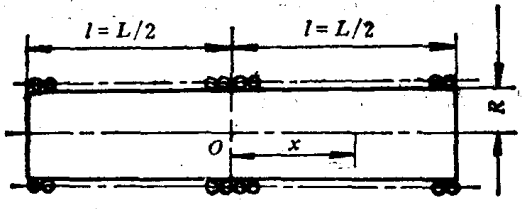


图3-19 单层螺线管

对于多层螺线管，设其长度为$2l$，绕组的内径为R_1、外半径为R_2，则沿螺线管轴线上距离中心O点为x处的磁场强度H_x（见图3-20）为

$$H_x=2\pi n_1 n_2 I\left\{(x+l)\ln\frac{R_2+[R_2^2+(x+l)^2]^{1/2}}{R_1+[R_1^2+(x+l)^2]^{1/2}}+\right.$$
$$\left.+(l-x)\ln\frac{R_2+[R_2^2+(l-x)^2]^{1/2}}{R_1+[R_1^2+(l-x)^2]^{1/2}}\right\} \qquad (3\text{-}36)$$

式中 n_1——每层绕线单位长度上的匝数；

n_2——单位厚度上的绕线层数。

在多层螺线管的中心O点处，即$x=0$时，磁场强度H_0为

$$H_0=4\pi n_1 n_2 Il\ln\frac{R_2+(R_2^2+l^2)^{1/2}}{R_1+(R_1^2+l^2)^{1/2}} \qquad (3\text{-}37)$$

若螺线管足够细长，即$l\gg R_1$，$l\gg R_2$，则在多层螺线管轴线中心点处的磁场强度可近似地表示为

$$H_0=4\pi n_1 n_2 I(R_2-R_1)$$
$$=4\pi nI \qquad (3\text{-}38)$$

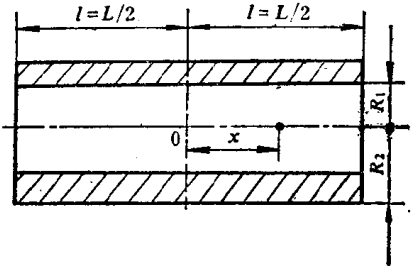


图3-20 多层螺线管

式中 $n=n_1n_2(R_2-R_1)$，是螺线管单位长度上的总匝数。

对于电磁铁，设其磁轭的总长度为l，磁性材料的磁导率为μ、两极间的距离为l_0、截面积为S、两线圈的总匝数为N、通入磁化线圈的电流强度为I，则其极间的磁场强度如下：

当极头是圆柱形时，$H_{柱}$为

$$H_{柱}=\frac{4\pi NI}{\frac{1}{\mu}+l_0} \qquad (3\text{-}39)$$

当极头是圆台形时，$H_{台}$为

$$H_{台}=\frac{4\pi NI}{\frac{al}{\mu s}+l_0} \tag{3-40}$$

式中 a——圆台形极头的截面积，$a<S$。

利用电磁铁来对某些形状的永磁体，如棒形、环形（沿其轴线方向磁化）、马蹄形等元件充磁是很方便的。对于棒形、环形元件只要把它们紧紧地夹在电磁铁的两个磁极之间进行充磁就行了，如图3-21 a 所示。对于马蹄形磁体可按照图3-21 b 所示的那样进行充磁。如果把元件用两步分段充磁，如图3-21 c 那样就更好了，即先在“1”位置充磁后，再在“2”位置充一次。因为当元件体积较大时，不经过第一步就直接把元件搭放在磁极“2”位置上充磁，这样在远离磁极的元件背部处的磁场强度，要满足预定的饱和磁化磁场是困难的。对于多极元件，例如四极转子，则要用特制的多极头电

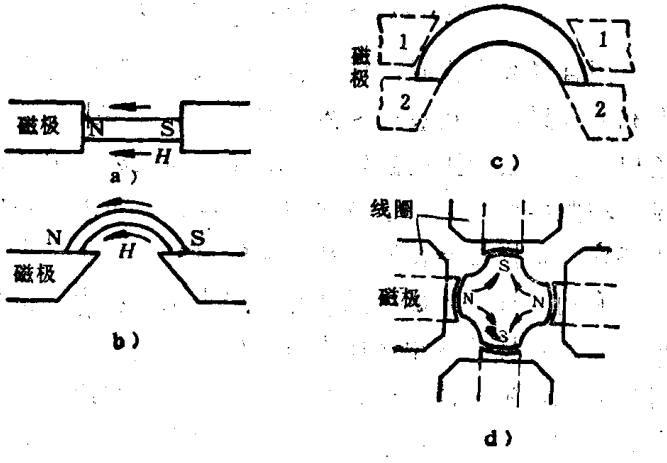


图3-21 几种形状磁体的充磁方法

磁铁来充磁。充磁时，电磁铁的极头与元件的放置如图3-21 d 所示。

利用螺线管充磁，要注意磁体放置的位置。因为位置不同，磁场强度也不同，容易造成元件的磁化不均匀。因此，要把被充磁元件放置在螺线管中磁场均匀区的地方充磁。

利用线圈来充磁，一般是用脉冲电流，如图 3-22 所示。a 图是采用电容器装置产生脉冲电流来充磁；b 图是采用大电流低电压装置进行脉冲磁化

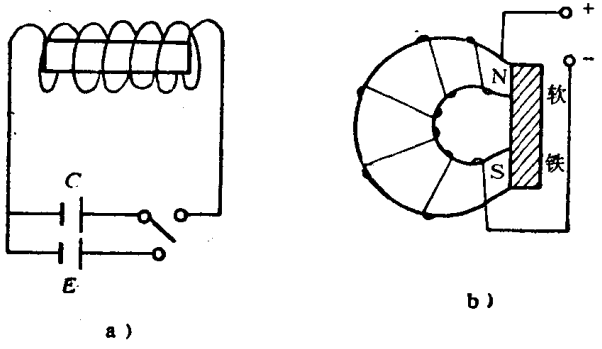


图3-22　利用脉冲电流充磁方法

用直导线来充磁，往往通入的电流是脉冲电流。为了加大充磁效果，可在被充磁体上加上“继铁”来实现。图3-23给出一直导线产生的磁场与该导体表面距离的关系。由图可见，在距离相同时，适当地加些“继铁”可以得到较大的磁化磁场。这样做会使元件被磁化的更好。

利用直导线来磁化元件在方法上也有讲究。例如，对于象图3-24那样的U型元件进行充磁，如果只用如a 图所示圆导线磁化，则元件的磁化是不完全的。如果改变一下导线的形状，如 b 图所示，则磁化效果就好多了。要是再加上一个“继铁”如 c 图所示，则元件的磁化就比较理想了。如果要求

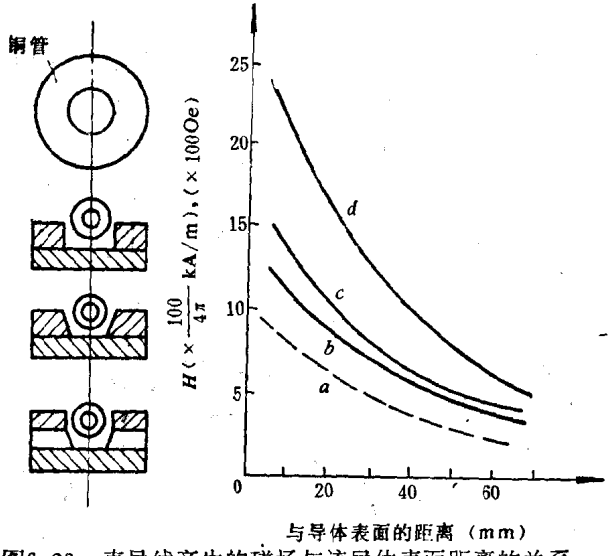


图3-23　直导线产生的磁场与该导体表面距离的关系

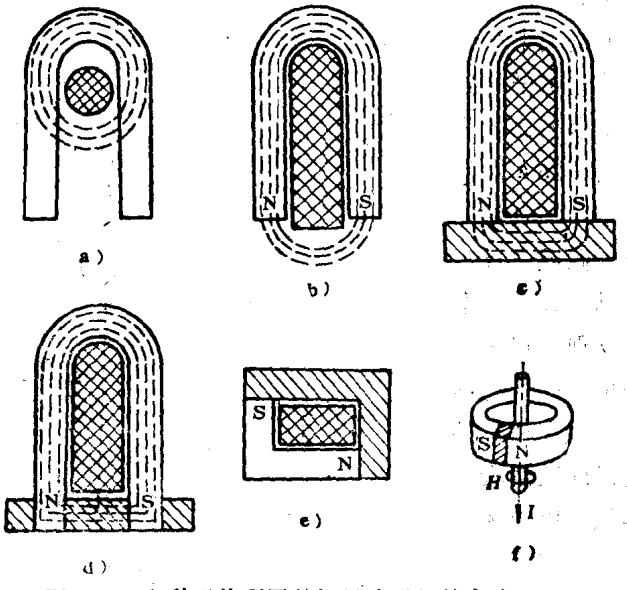


图3-24　几种磁体利用单根导线磁化的方式

U型元件的N极、S极是在内侧面的，则可采用d图所示的加“继铁”方法。对于L型元件，则可用e图所示的办法。对于C型元件，则可采用f图所示的办法。

对于需要径向磁化的磁环充磁，则要根据对磁环中磁通分布的要求来加以考虑充磁极头的形状。例如，用于作收录两用机微型马达定子的磁环，要求其磁通分布是正弦形的，见图3-25 a曲线Ⅰ，对此要求，可把充磁极头做成“Ⅰ”形，见图3-25b。而对于用作小吉普车或大卡车挡泥板马达定子的磁环，要求其磁通分布如图3-25 a曲线Ⅱ所示，则可将充磁极头做成“H”形，见3-25 b。实验还发现，用脉冲充磁机对磁环充磁时，必须在磁环外面套以软铁圆套，这样做，因有磁短路，可使充磁效果增大。

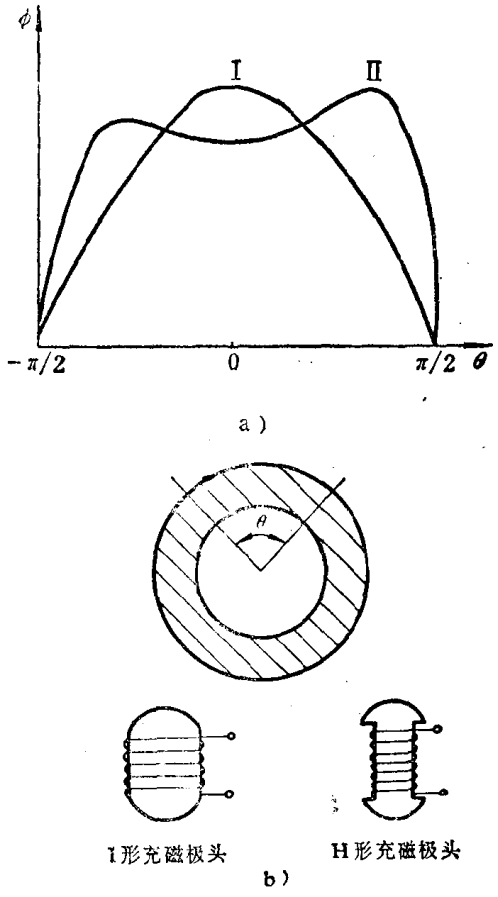


图3-25 充磁极头的形式对径向磁化磁环磁通分布的影响

还必须指出，对于各向异性永磁元件的充磁，必须使外加的磁化磁场的方向和磁体在制造时，定向磁场的方向一致，否则会大大降低元件的性能。

下面给出一种常用的充磁设备，如图3-26所示，它是用电工钢制成开口变压器铁心，两绕组互相串联（一组铁心线圈正绕，另一组是反绕），要求为15000～20000A，可用ϕ2mm的纱包线绕在铁心外圈纸质层压管上，用220V交流电加到自耦调压变压器上，经中心抽头变压器至全波桥式整流器，输出直流电供给充磁机绕组。一般根据并联电压表和串联电流表的指示，结合极间距离大小来估计磁场强度。在充磁过程中，为了得到良好的充磁效果，要防止充磁线圈发热，通水冷却是个好办法。但也可采取断续通电，如通电持续时间取0.5～1秒钟，重复3～5次也行。

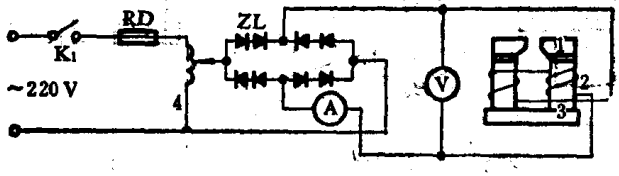


图3-26　一种直流充磁装置

1—极头　2—线圈　3—铁心　ZL—全波桥式整流　4—自耦调压变压器

（三）充磁与安装的关系

关于永磁磁路中永磁体充磁的问题，还有一点需要说明是整个磁路安装好后充磁，还是先把永磁体充好磁后安装。通常只有一对磁极的磁路均可在组装成磁系统后，整体充磁。如图3-27所示的磁路，当在安装好后整体充磁（见a图），当充磁电流断开后，永磁体的磁状态是处在退磁曲线的B_r点。当把整个磁系统从充磁机上取下，如b图所示，则此时永磁

体内的视在磁感，由于有气隙而降低到B_d。若把永磁体从磁系统中移出，如c图所示，则永磁体内的视在磁感又下降，降到B'_d点。要是把永磁体再装入磁路系统，则永磁体内的视在磁感变到B''_d 显然B''_d要比B_d来得小。表3-15给出几种磁路结构的不同充磁方法及充磁后磁路开路，自然退磁后的气隙磁通密度数值。这些都说明，对于这样的磁系统，永磁体先组装成磁系统后，整体充磁有好处。但对于某些磁路，永磁体组装后整体充磁有困难。那只能先把永磁体充磁，而后移入磁系统中，不过这样做通常都借助于辅助夹具，在磁短路的状态下移入磁系统中，否则永磁体的利用率就太低了。

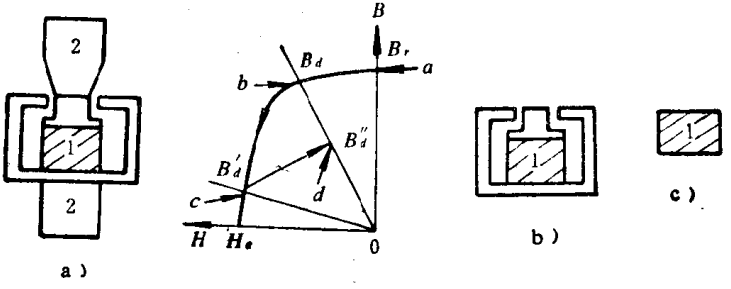


图3-27 扬声器磁体的充磁与工作状态

1—永磁体 2—充磁机的极头

最后给出几种常见的永磁体充磁种类的典型例子。

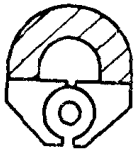
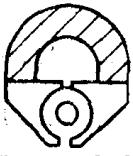
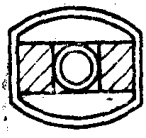
棒状磁体、圆环形磁体、长方条磁体的轴向充磁如图3-28 a、b、c、d所示。

轴向多极充磁和平面多极充磁如图3-29 a、b、c、d所示。

径向充磁如图3-30 a、b所示。

圆环辐射充磁，外圆、内圆多极充磁如图3-31 a、b、c、d所示。

表3-15 几种磁路的充磁方式对气隙磁通密度的影响

序号	磁路形式	永磁体材料	气隙中的磁通密度B_0(T)(Gs)		
			装配后充磁	取下磁体后重新装上	充磁后装配(没有磁短路)
1		铝镍Ⅰ	0.1925 (1925)	0 185 (1650)	0.165 (1650)
2		铝镍钴Ⅴ	0.341 (3410)	0.260 (2600)	0.260 (2600)
3		铝镍钴Ⅴ	0.375 (3750)	0.161 (1610)	0.347 (3470)
4		铝镍钴Ⅴ	0.165 (1650)	0.130 (1300)	0.130 (1300)
5		铝镍钴Ⅶ	0.1645 (1645)	0.146 (1460)	0.146 (1460)

二、永磁体的退磁

退磁问题不象充磁问题那样经常遇到，但对于永磁体的用户来说，退磁也还是重要的。首先在测量永磁材料的磁性能，例如初始磁化曲线等，都必须将试样很好地加以退磁，因为只有这样，才能测量出真正表征永磁材料本身的磁特性

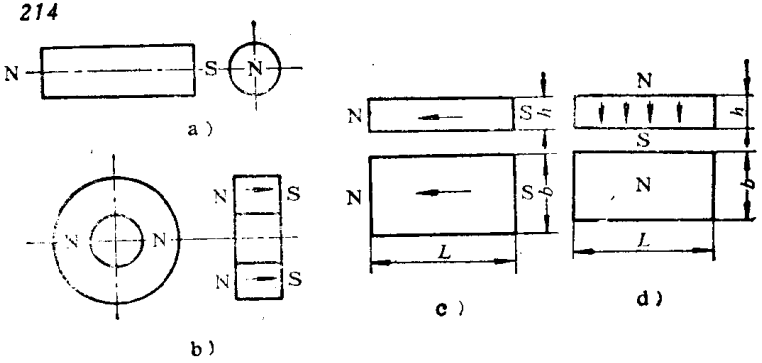


图3-28　几种磁体轴向充磁

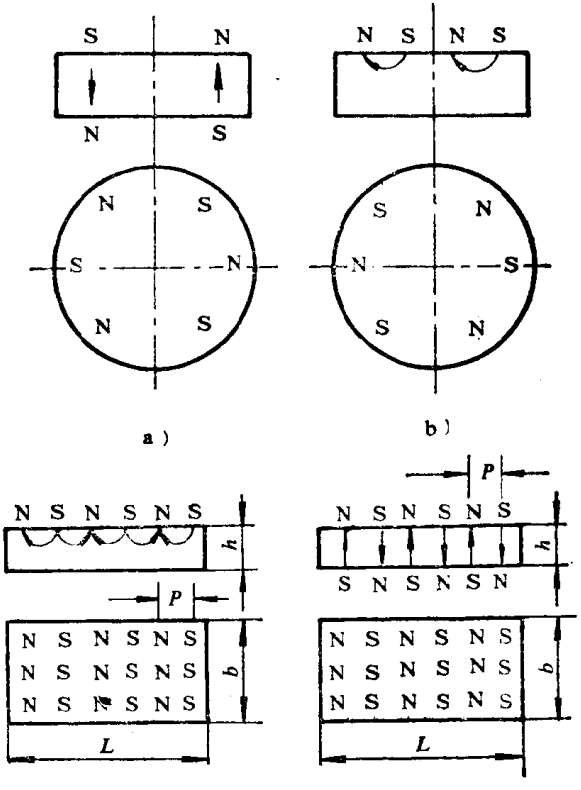


图3-29　几种形状磁体轴向多极充磁

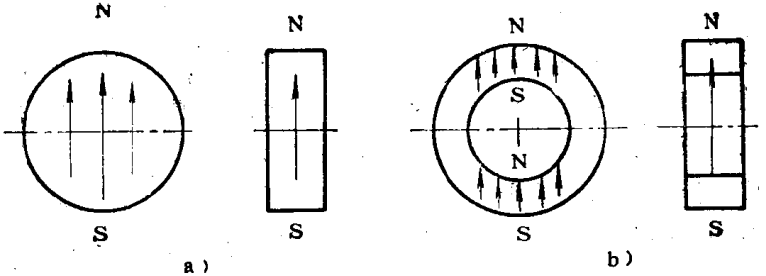


图3-30　几种磁体径向充磁

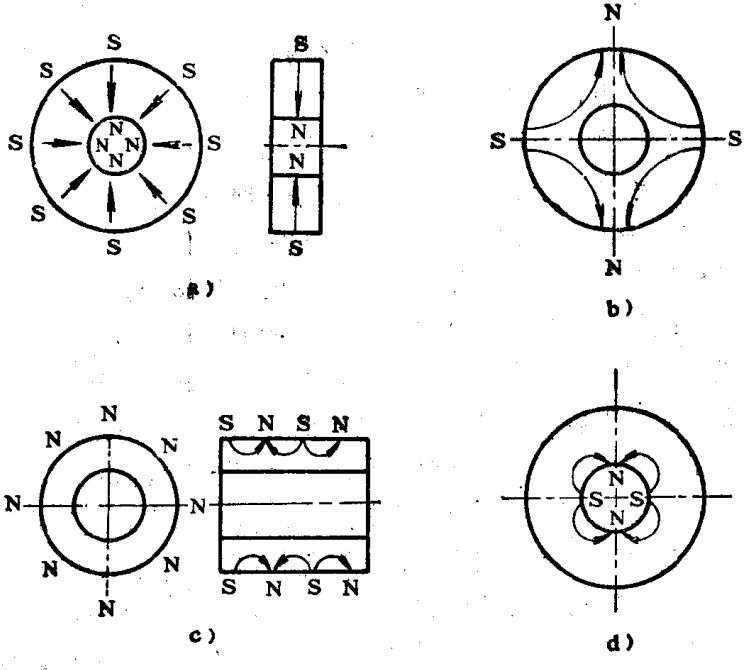


图3-31　磁环的辐射充磁和多极充磁

与试样所经历的磁状态无关。在仪器仪表、电讯行业中，往往是利用永磁体在给定的空间产生一定的磁场。而所给定的空间（即工作气隙）往往是很小的，如果在这些很小的空气隙中带上一些外来的强磁性微粒，则强磁性微粒就会破坏气隙中应有的磁场大小或磁场分布状态以致于使磁系统不能正常工作。在这种情况下，为了保证磁系统正常工作，必须清除外来的强磁性微粒或预防强磁性微粒的吸附，这就必须将永磁体完全退磁。所谓退磁就是用一定的方法使试样或元件处于磁中性状态。退磁的方法通常有：热致退磁法，静态退磁法和动态退磁法几种，下面分别加以讨论。

（一）热致退磁法

众所周知，永磁体是强磁性物质，而强磁性物质有一个共同的特点，就是当其温度升高时，材料的磁化强度要下降，当温度达到居里温度时，材料的磁化强度变为零。从微观上看，当温度小于居里温度时，材料内部存在着自发磁化的小区域——磁畴；在充磁后，材料内磁畴的磁化矢量都沿着充磁时外加磁化磁场方向排列；当外加的磁化磁场去掉后，各磁畴的磁化矢量只是有所偏离开原来所加的外磁场方向，在原磁化方向仍保持有一定的数值，这就是剩磁。当磁体的温度大于或等于居里温度时，材料内的磁化矢量(元磁矩的)呈杂乱无章的分布状态，此时磁体内就不存在自发磁化的小区域——磁畴，整个材料变成顺磁性的了。此后，当温度下降到居里温度以下，例如室温时，虽然材料因自发磁化又出现磁畴，但这些磁畴因没有外加磁化磁场作用，其磁化矢量(磁畴的)取向还是杂乱无章的，所以从整体上说不呈现出磁性，即处于磁中性状态。

利用以上原理，即可采用加热的方法把永磁体退磁。具

体的做法就是把要退磁的永磁体给以加热，加热到该材料的居里温度以上稍微保温一段时间后，在没有外磁作用的场合下缓慢地冷却下来，直到室温。这样永磁体就被退磁了。至于加热的温度，那要根据材料的居里温度而选取不同的温度。

采用加热退磁的条件是永磁材料的居里温度，要大大地低于可能产生有害的磁体组织变化的温度。通常象钡铁氧体那样的永磁体就可以采用热致退磁法来退磁。此外象铜镍铁和铂钴合金等也可采用热致退磁法来退磁。

（二）静态退磁法

永磁材料的磁化，反磁化现象见图3-32。当给永磁体外加一个足够强的磁化磁场H时，磁体被磁化到饱和，这时磁体内的视在磁感应为B_s，当去掉外加的磁化磁场时（$H=0$），磁体内的视在磁感由B_s降到B_r。如果把永磁体从充磁机上取下，则由于退磁场的作用，磁体内的视在磁感进一步下降，即从B_r又下降到B_d。要是此时把永磁体再装上充磁机，则永磁体的磁状态并不沿着原退磁曲线回到B_r点，而是沿着DCF回复曲线回升到F点，显然F点的视在磁感B_F要比D点的视在磁感B_d来得大。利用这一现象，如果我们给待退磁的永磁体反向地加上一个磁场H_{cr}，使得永磁体的磁状态变化到E点（E点对应的视在磁感是B_E），而后去除这个反向磁场，则永磁体的磁状态将从E点经EQO变

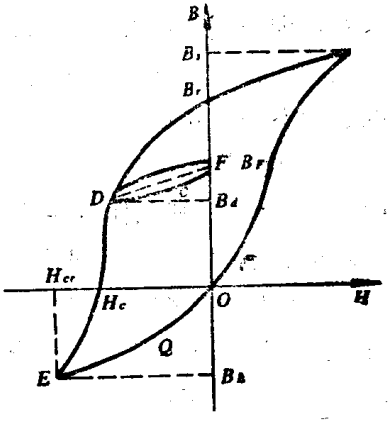


图3-32　静态退磁原理

化到坐标原点O，这时永磁体内的视在磁感B变为零，即永磁体被退磁了。通常把使永磁体的磁状态回复到磁中性状态，即$B=0$的外加磁场H_{cr}称为弛豫矫顽力。弛豫矫顽力H_{cr}一般比材料的内禀矫顽力${}_{M}H_{c}$稍大一些。通常要想准确地确定H_{cr}不是容易的，它要花费很多时间由实验测定。利用静态退磁法使元件退磁的具体做法，就是将待退磁的元件放在磁场装置中，外加一个强度稍大于材料内禀矫顽力的反向磁场（对于钡铁氧体可施加一个278.521～318.31 kA/m(3.5～4.0kOe)的反向磁场），然后切断外磁场，则元件就可达到退磁的目的。利用静态退磁法使元件完全退磁是比较困难的。对于一个磁系统中有二个以上的磁体，不宜于采用这种方法退磁。

（三）动态退磁法

如前所述（见第一章），材料从磁中性状态开始加磁场磁化，如果外加的磁化磁场H从零开始分几个幅值加上去，并且在每一幅值的磁场下反复磁化若干次，便可得到回线面积依次增大的磁滞回线族，直至饱和。不难想到，将此法倒过来做，即可使得已被磁化的元件退磁。大家知道，已被磁化到饱和的磁体当磁化磁场去掉后，由于退磁场的作用，磁体的磁状态是处在饱和磁滞回线上的B_d（磁体内的视在磁感值）点。如果将幅值足够大的交变磁场或反复改变方向的直流磁场作用上去，则磁体的磁状态将沿非饱和磁滞回线移动。要是减小磁场的幅值，则磁体的磁状态将沿非饱和磁滞回线移动。如果磁场的幅值逐渐减小直至零，则磁体内的视在磁感将从B_d逐渐减小到零。于是磁体就被退磁了。动态退磁法有二种，即直流换向减幅退磁和交流换向减幅退磁。

直流换向减幅退磁的做法，就是先选定一个足够大幅值

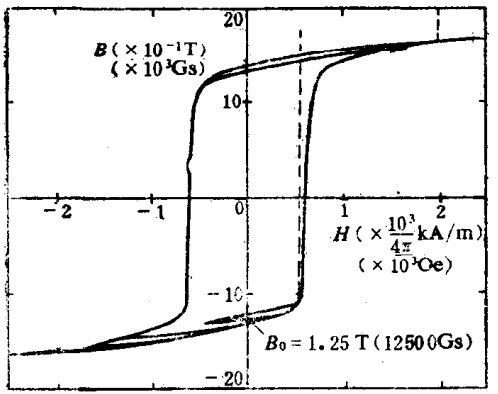
的直流磁场作用于待退磁的磁体上，并用换向开关不断地改变磁场的方向，然后减小磁场再不断地改变磁场方向，如此一直进行到磁场数值到零为止。影响直流换向减幅退磁效果的是每一次磁场幅值的减小量ΔH，表 3-16，图 3-33 a 、b 、c 示出 AlNiCo 永磁用直流换向减幅退磁法，退磁后磁体内的剩余磁感应强度B_o与每次磁场幅值减小量ΔH的依赖关系。不难看出，当ΔH大时，磁体内的剩余磁感应强度B_o值还很可观，但ΔH小的，B_o可以小，造成这些结果的原因是磁滞回线的不对称。因此，为了保证永磁体退磁干净，要求每次磁场幅值的减小量ΔH要小。此外，还要求在每一幅值磁场下换向的次数要多，否则也要造成退磁不干净。

表3-16　磁场减幅量对退磁效果的影响

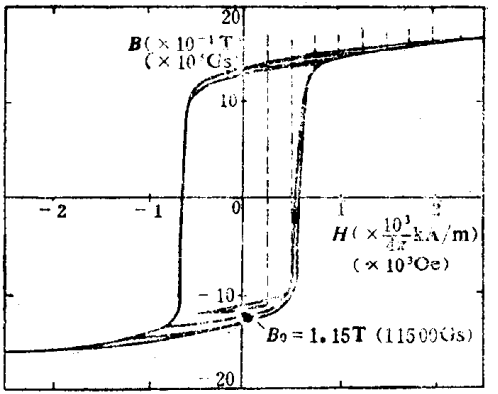
ΔH(kA/m)(Oe)	B_0(T)(Gs)	对应的图号
39.789 (500)	1.25 (12500)	图3-33a
19.894 (250)	1.15 (11500)	图3-33b
7.958 (100)	0.61 (6100)	图3-33c

交流换向减幅退磁的做法是在待退磁的磁体上加以一个低频交变的磁场，并使这个磁场的幅值在一定的时间间隔内由某一最大值逐渐而均匀地减小到零。

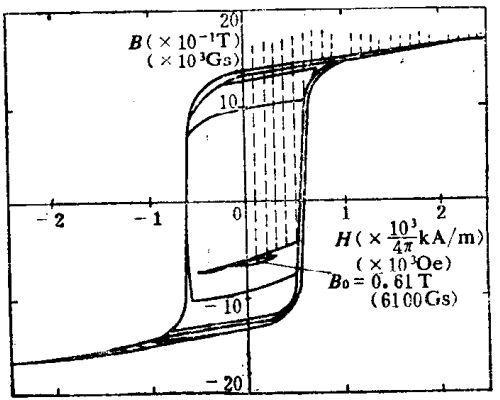
在利用交流换向减幅退磁时，要注意交变磁场的频率。特别是对那些金属磁体或含有金属的磁体。大家知道，金属的电阻率很低（$9=10^{-4}\sim10^{-6}\Omega\cdot$cm），如果磁体受交变磁场的作用，则这些元件将产生涡流，而由涡流产生的磁场是与外加的交变磁场反方向，这就使得外加的退磁磁场作用不



a)



b)



c)

图3-33 磁场幅值减小量对退磁效果的影响

a) 磁场循环一周减少39.789kA/m(500Oe)

b) 磁场循环一周减少19.894kA/m(250Oe)

c) 磁场循环一周减少7.958kA/m(100Oe)

到磁体的中心去，从而导致了磁体中心部分退磁不干净。通常在铁磁材料中，交流磁通的渗透深度可以用下式表示：

$$z = k_z\sqrt{\frac{\rho}{\mu f}} \qquad (3\text{-}41)$$

式中 k_z——系数；

ρ——材料的电阻率；

μ——材料的磁导率；

f——交变磁场的频率。

由此可见，磁体的尺寸(厚度)越大，磁体中心处所受到的交变磁场就越小，当然所起到的退磁作用也就越小了。由于上述原因，要求外加的交变磁场的最大幅值要大，在磁测量中，为了保证退磁干净，甚至有人提出所加的退磁磁场的最大幅值为材料矫顽力的10～15倍。此外，外加的交变磁场幅值不够大即最大值明显地比材料的饱和磁化磁场小，则将产生与直流换向减幅退磁法中ΔH太大的结果一样，出现磁滞回线的非对称，退磁完毕，磁体内还有可观的剩磁。如果退磁磁场的幅值不能增大，则可降低交变磁场的频率，也可改用直流换向减幅退磁法。

常用的交流退磁装置如图3-34所示。通入220 V交流电，经过自耦调压变压器，再经过降压变压器，输入到退磁线圈。退磁线圈一般为3000～4000 A。工作时，把待退磁的元件或磁系统放入退磁线圈内，并使它们的原磁化方向和线圈所产

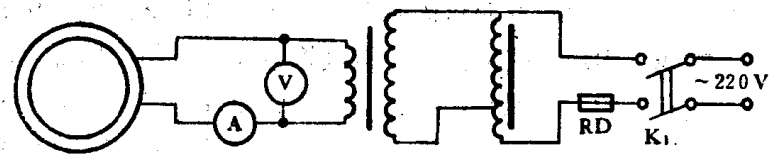


图3-34 常用的交流退磁装置

生磁场的方向平行或反平行（见图3-35 a、b、c），继续通电（每次通电的持续时间约为0.5～1 s）几次即可。

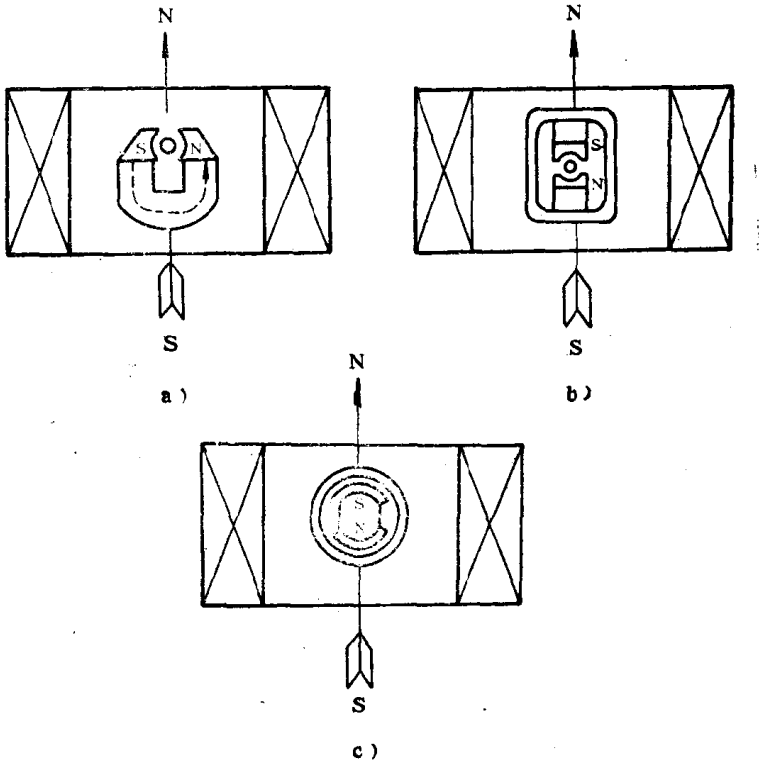


图3-35 待退磁的磁路在退磁线圈中的位置

应用更广泛的退磁装置是使被退磁元件或磁系统，通过中间具有所需退磁磁场最高峰值的交流螺线管进行退磁。图3-36为这种螺线管退磁机的原理。当螺线管与交流电源接通时，螺线管中建立交变磁场，螺线管中间一段的磁场最强，两端逐渐减弱。退磁时，将待退磁的元件或磁系统均匀地放在传送带上（注意方向性），使它们均匀而缓慢地通过螺线管。当待退磁的元件或磁系统进入螺线管移向中间段时，元

件受到的交变磁场，场强逐渐变大，在螺线管中间段时，元件受到最大交变磁场的作用；当元件或磁系统逐渐离开螺线管中间段时，元件所受到的交变退磁场的幅值逐渐在减小，当元件或磁系统离开螺线管一定距离时，元件所受到的交变退磁场值变为零。此时，元件或磁系统的退磁即告完成。

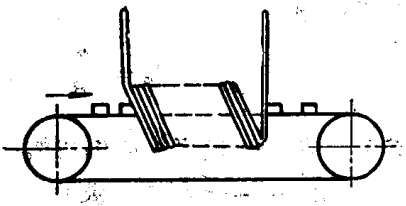


图3-36 螺线管退磁机

另一种交流退磁装置是利用两个反接的闸流管，如图3-37所示。闸流管的栅极馈以脉冲，以克服其固有偏压，使闸流管导通每一个半周中的某些部分，形成若干周期的衰减电流。线路中具有一个移相电路，使相继的每个脉冲延时，相继的每个半周内管子延时后点火，并使电流的峰值和持续时间逐渐减小。

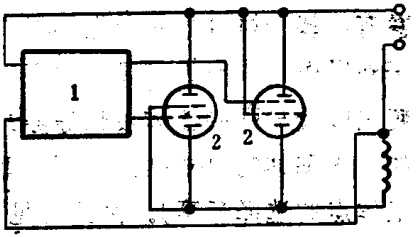


图3-37 闸流管交流退磁装置
1—移相和脉冲控制电路 2—闸流管

第五节 永磁体的稳定性

在永磁磁路中，希望有一定大小而稳定的有效气隙磁通，因而要求磁体的磁性能要好，在长期的使用过程中不至于逐渐变弱，最好是严格地保持恒定。实际上，由于种种因素的影响，会引起磁通量变小。在使用过程中，这是一个非常重要的问题，因为永磁磁路工作的可靠性在很大程度上取决于磁系统的稳定性。在某些场合，磁系统的稳定性问题成为整个磁路的关键之一。例如，对于0.2级的磁电式仪表，为了保

证其精度达到0.2%，就要求磁路间隙中的磁通变化率小于总值的0.05%。由此可见，考虑稳定性问题是非常重要的。

通常磁系统的稳定性是根据永磁材料的剩磁B_r，永磁体工作点对应的磁感B_d或磁路工作气隙中的磁感B_g的变化来测定的，即

$$\eta_m=\frac{\Delta\beta}{\beta}\times 100\% \qquad (3\text{-}42)$$

式中 β——代表B_r或B_d或B_g；

$\Delta\beta$——代表相应量的变化值。

除了一些特殊用途之外，通常影响永磁磁路稳定性的因素有：基于材料内部变化的因素（组织变化和磁后效）和基于外界作用的因素（温度效应、干扰磁场、机械作用、磁阻变化以及与强磁性体接触等等）。还有磁系统本身的因素(例如，永磁体的尺寸比、磁路类型、工作气隙的长度以及磁轭工作点的选择等等)。由此可见，影响永磁磁路稳定性的因素是很多的。对于这些因素，虽然已经发表了许多研究报告，从定量上说似乎已能基本掌握了，但就其准确性看来，目前还尚欠缺一些。问题的复杂性，就在于各个影响因素是相互联系发生的，单独起作用的情况极少，而且测量值的精度与电气仪表本身老化的限制也有关系，下面我们分别加以讨论。

一、组织变化

在隔断外界影响的情况下，磁体的性能由于时间的推移而变小，并且经过重新磁化未能恢复到最初状态的磁性能时，其性能减小的部分就是由于组织变化而引起的老化。组织变化也叫结构变化，这里所说的结构变化是指磁体材料的内部结构，如结晶变态、析出相、亚稳相等等随着时间的推移而变化的。当然，材料内的化学变化也要引起组织变化。

通常磁体在刚刚制成时，其内部组织结构不是处于最稳定的状态。随着时间的推移，那些不稳定的组织结构将逐渐转变到稳定的状态。从而引起了磁体性能的变化。例如，最早使用的磁体象马氏体钢、铬钢、钴钢等，都是通过淬火硬化的。这些磁体在淬火时，生成的马氏体组织是不稳定的相，随着时间的推移，这些不稳定的相很容易发生变化，并逐渐地向稳定相过渡，从而其磁性能也跟着发生本质的变化。因此，由它们做成的永磁磁路的气隙磁感B_δ也就发生了变化。

磁体的组织变化，通常是随着温度的升高而加剧的。因此，在使用磁体时，必须根据做成磁体的材料不同，避免加热到该材料所限制的温度以上。表3-17给出几种材料的最高加热温度数据。

表3-17 几种材料的最高加热温度

磁体材料	最高加热温度(℃)	磁体材料	最高加热温度(℃)
铬　钢	150	钡铁氧体	400
钴　钢	150	铁钴钒	450
铝镍钴	500	铜镍铁	450

对于组织变化较大的磁体，为了防止在使用过程中性能变坏，通常给以稳定化处理。例如马氏体类磁体，要在常温附近下工作，可以事先把它们加热到100～150℃的温度，并保温一段时间后缓慢冷却到室温。这样就使那些原来不稳定的组织稳定下来，从而减少磁体在使用过程中，因组织变化而引起的性能恶化。对于铝镍钴、铁氧体及稀土钴等永磁体，由于它们在制造过程中都经过高温热处理（或烧结），所以在常温下使用都还比较稳定。

二、磁后效

把磁体磁化到饱和之后，除去外磁场，经过长期的观察会发现磁体的磁通密度随着时间变化而减小，这种变化完全不是由于外部的原因所引起的，而是由于磁体内部非平衡状态所造成的，通常把这种现象称为磁后效或粘滞缓和现象（粘滞性和弛豫影响）。

磁后效的测量是在一定温度和隔断外界影响的情况下进行的。通过对大量磁体的观察，这种变化是非常小的，是与时间增长的自然对数成正比的。表3-18给出一些由铝镍钴、铁

表3-18　一些永磁材料由于磁后效而引起的磁通变化

磁体材料	磁体的尺寸比 L/D	最初的磁通密度 B_d(T)(kGs)	在常温下放置10000h后的磁通剩余率(%)	测量误差(%)
各向同性铁氧体	0.9	0.14 (1.4)	100.0	±0.1
各向异性铁氧体	0.8	0.25 (2.5)	99.6	±0.1
AlNiCo Ⅰ	3.2	0.45 (4.5)	97.04	±0.04
	2.2	0.32 (3.2)	98.1	±0.05
AlNiCo Ⅴ	8.0	1.23 (12.3)	99.95	±0.01
	4.3	1.04 (10.4)	99.23	±0.02
	2.2	0.48 (4.8)	98.3	±0.07
AlNiCo Ⅶ	3.5	0.49 (4.9)	99.32	±0.04
	5.2	0.99 (9.9)	98.96	±0.06

氧体做成的永磁体在长时间（10000 h）内由于磁后效而引起的磁通变化。由表中的数据不难看到，这种变化是非常小的，一般说来，由矫顽力大的材料做成的永磁体变化量较小，永磁体的尺寸比 L/D 大的变化量也小。此外，对于不同的材料，这个变化也不一样。图3-38 a、b 给出由铝镍、铝镍钴、铁铬钴材料做成的条状磁体，分别在室温和100℃环境中测量的结果，由图可见，AlNi Ⅱ（H_c=39.789kA/m≈500Oe，B_r=0.6 T≈6000Gs）和铝镍钴Ⅴ（H_c=47.746kA/m≈600Oe，B_r=1.25 T≙12500Gs）做成的永磁体在室温环境中放置2～3年，磁通量仅减少约1%；而铁铬钴（WH）做成的永磁体则减少的很多。在100℃环境中，铝镍钴Ⅴ磁体在100 h后磁通减少约1%；而铝镍磁体磁通在100 h后减少3%。铁铬钴磁体仅在10 h后就减少了11%。

为了防止磁体磁化后退磁，就要使这种磁后效引起的变化尽量稳定下来。这可以对已磁化的永磁体作有助于稳定化的强制退磁。例如，用交流强制退磁，退磁时必须保证达到规定

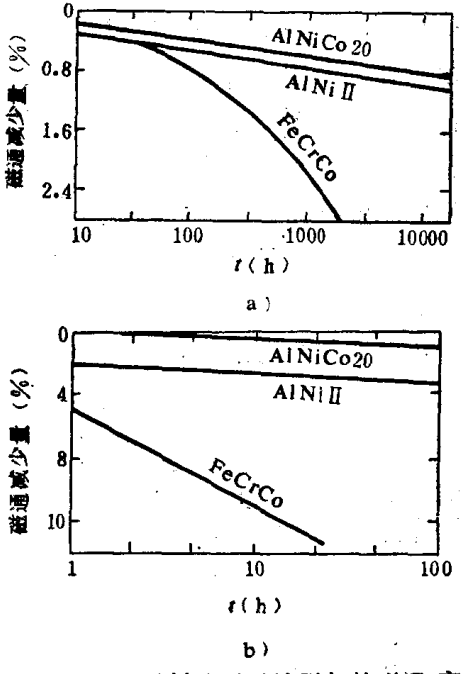


图3-38 一些材料因磁后效引起的磁通变化

的退磁率。如对于由铝镍钴材料做成的永磁体必须预先给以5%以上的强制退磁，以使其稳定下来。而对于由铁氧体做成的永磁体，因材料的矫顽力H_c较大，则可以不作这种强制退磁。图3-39给出铝镍钴永磁体的稳定度与退磁率的关系。

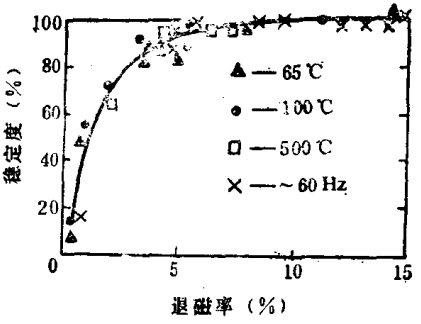


图3-39　强制退磁的效果

三、温度的影响

一种永磁磁路，如果只能在某一恒定温度条件下使用，往往不能满足实际的需要。我国气温的变化可达－40～＋40℃，有些仪器在使用过程中，往往由于自身发热还会使永磁体的温度升高；有些仪器、装备需要在高温或低温下工作，这样就要求永磁磁路在更大的温度范围内有很好的温度稳定性。这就要求我们要正确地选择永磁材料并设计符合使用要求的磁路。

图3-40给出钡铁氧体的磁路工作点的磁感应强度B_d随温度的变化情况。由图可见，在室温以上随着温度的升高或降低，B_d的变化是可逆的，见图中的虚线。如果将温度下降到－50℃后再升温，则B_d值只能沿着CD线作可逆的变化，而不能恢复到AB线上作可逆的变化。显然，其中有一个不可逆的变化。图3-41给出在不同温度下测得的钡铁氧体退磁曲线，图中0A线是永磁体的工作负载线。由图可见，当温度变化时，永磁体的工作点D要沿着工作负载线变化，即由一条退磁曲线变到另一条退磁曲线，因而永磁体工作点所对应的磁感应强度B_d值也发生了变化。

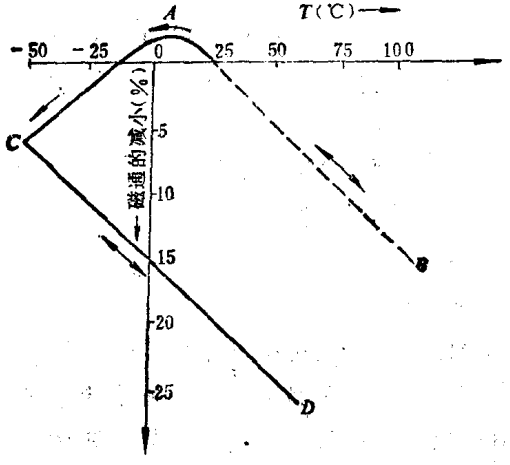


图3-40 钡铁氧体的B_d随温度变化的情况

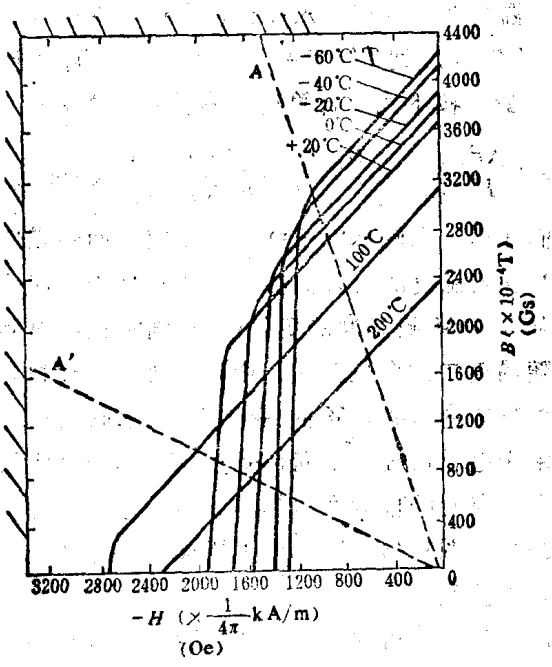


图3-41 不同温度下钡铁氧体的退磁曲线

由以上的讨论可知，永磁体工作点对应的磁感应强度B_d的变化包括可逆变化和不可逆变化。所以B_d的变化可以表示为

$$\Delta B=\Delta B_d+\Delta B_d' \tag{3-43}$$

式中 ΔB_d——代表不可逆变化；

$\Delta B_d'$——代表可逆变化。

(一) 可逆变化

通常永磁体的可逆变化率$\eta_{可逆}$可以通过如下的方法来测定，先把永磁体放入一个温度为T的恒温箱中保温一段时间后，拿到室温放置一些时间，而后再将永磁体放入温度为T的恒温箱中，再保温一段时间后再拿到室温。如此往复几次，经过这样温度循环处理的永磁体，先测其室温时的B_d'(20℃)值；然后改变温度到T'(室温$<T'<T$)，再测出永磁体的B_d'(T')值，最后按下式可计算出永磁体的可逆温度变化率$\eta_{可逆}$

$$\eta_{可逆}=\left(\frac{\Delta B_d'}{B_d}\right)_{可逆}=\frac{B_d'(T')-B_d'(20℃)}{B_d'(20℃)}\times 100\% \tag{3-44}$$

我们知道，永磁体属于强磁性物质，而强磁性物质的磁化强度M随着温度的上升而减小。图3-42给出钡铁氧体的饱和磁化强度$4\pi M_s$随温度的变化曲线。同时也给出剩余磁感应强度B_r随温度T的变化曲线，由图可见，永磁材料的参数B_r变化与材料的内禀参数M_s的变化有关。永磁材料的这种本质变化是由于电子自旋的定向律受热运动的干扰所致，热运动扰乱了电子自旋的排列而引起的。不过，这是一种可逆变化。

图3-43和图3-44分别示出了铝镍钴Ⅴ和稀土钴永磁的可逆温度特性曲线。

由以上的曲线可知，永磁体的磁通密度在一定温度范围内的变化率大致是随温度呈线性变化。通常，在温度T(℃)

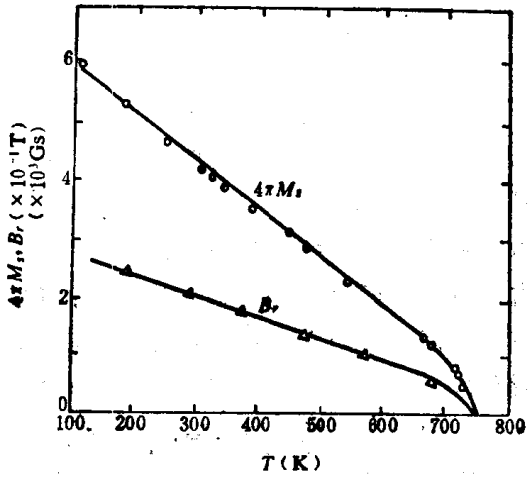


图3-42　钡铁氧体的 $4\pi M_s$–T 及 B_r–T 曲线

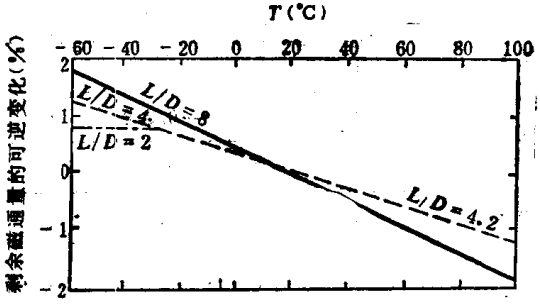


图3-43　铝镍钴 V 的可逆温度特性曲线

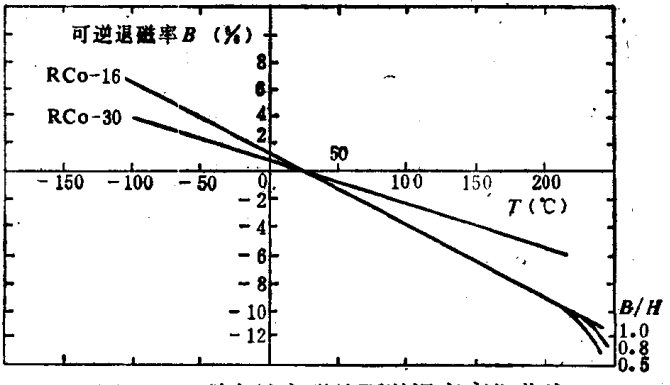


图3-44　稀土钴永磁的可逆温度变化曲线

的磁通密度B_T可用下式表示，即

$$B_T=B_o(1+\alpha\Delta T) \tag{3-45}$$

式中 B_o——基准温度的磁通密度；

ΔT——温度差；

α——永磁材料的温度系数。

通常，对于不同的永磁材料α值不同；对于不同的温度范围α值也不同；甚至永磁体的尺寸比不同，α值也不一样。各种永磁体的温度系数α列于表3-19～表3-21。

表3-19 几种永磁体的温度系数

磁体材料	尺寸比L/D	温度系数(%/℃)	温度范围(℃)
铝镍钴Ⅰ	6.3	−0.019	0～200
	4.4	−0.014	0～200
	2.5	−0.016	0～200
铝镍钴Ⅱ	6.7	−0.022	0～80
	3.7	−0.022	0～80
	1.6	−0.022	0～80
铝镍钴Ⅴ	6.7	−0.022	0～80
	4.1	−0.016	0～80
	2.8	−0.016	0～80
铝镍钴Ⅶ	6.7	−0.032	0～80
	3.7	−0.020	0～80
各向同性钡铁氧体	0.5	−0.19	0～300
	0.1	−0.19	0～300
各向异性钡铁氧体	1.2	−0.19	0～300
	0.5	−0.19	0～300

表3-20 几种永磁体的温度系数（在低温时）

磁体材料	尺寸比L/D	温度系数α(%/℃)
各向同性钡铁氧体	0.50	−0.19
	0.28	−0.19
	0.09	−0.19
高磁能积钡铁氧体	1.20	−0.19
	0.50	−0.19
高矫顽力钡铁氧体	0.40	−0.19
	8.00	−0.022
铝镍钴Ⅴ	2.72	+0.010
	0.94	+0.007
	5.62	−0.013
铝镍钴Ⅶ	2.85	+0.003
	1.01	+0.033

表3-21 稀土钴永磁的可逆温度系数（%/°C）

B/H	20～100℃	20～158℃	20～200℃	20～250℃
0.5	0.045	0.045	0.047	0.060
0.8	0.045	0.045	0.045	0.050
1.0	0.045	0.045	0.045	0.045

从上面所列举的实验数据不难想到温度对永磁体性能，特别是对由钡铁氧体制成的永磁体性能影响是很大的.例如，一个钡铁氧体圆柱形磁体，若它的$B_d=0.1\,\mathrm{T}\approx 1000\mathrm{Gs}$，当温度升高到+80℃时，其磁感应强度减小为

$$B'_d(+80℃)=B'_d(20℃)[1+\alpha(80-20)]$$
$$=1000\times[1-0.19\%\times 60]$$

$=888(Gs)\approx 0.0886\,T$

即减小了0.0104 T(104Gs)。要是把温度下降到 0℃以下，由于出现不可逆变化，磁感应强度的变化量就更为显著。因此，在磁路设计时要特别加以注意。

那么，如何来消除这种可逆的温度变化呢？图3-45给出铝镍钴永磁合金的$B-T$变化曲线。由图可见，B随着温度的变化规律是：在较低温度时，变化量ΔB比较小；而在接近居里点附近，B值随温度的变化很显著。这就启发我们，在磁路设计时，应尽量地选取居里温度高的材料。另外，为了克服由于可逆温度变化引起的磁不稳定性，通常还可以采取温度补偿的办法，也叫热磁补偿法。这就是通过采用热磁补偿材料制成磁短路片，加在磁路中来完成，见图3-46 b。热磁补偿材料的特点是在一定温度范围内，其磁导率随温度的上升而下降或随温度的上升而升高（由具体材料而定），并且磁导率的这种变化是可逆的，见图3-46 a。可以设想，把具有这种特性的热磁补偿合金制成一定形状的磁短路片附在磁路中磁体的侧面，如图3-46 b所示。这样，在常温下有一部分磁通$\Delta\phi$不经过工作气隙，而是从磁短路片上通过；但在高温时，由于磁短路片的磁分流能力降低，于是经磁短路片通过的磁通，由$\Delta\phi$减小到$\Delta\phi'$；而在低温时，由于磁短路片的导磁能力增强，于是经过磁短路片的磁通由$\Delta\phi$增大到$\Delta\phi''$。很显然，当所选用

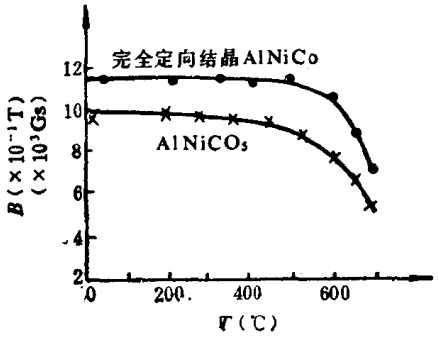
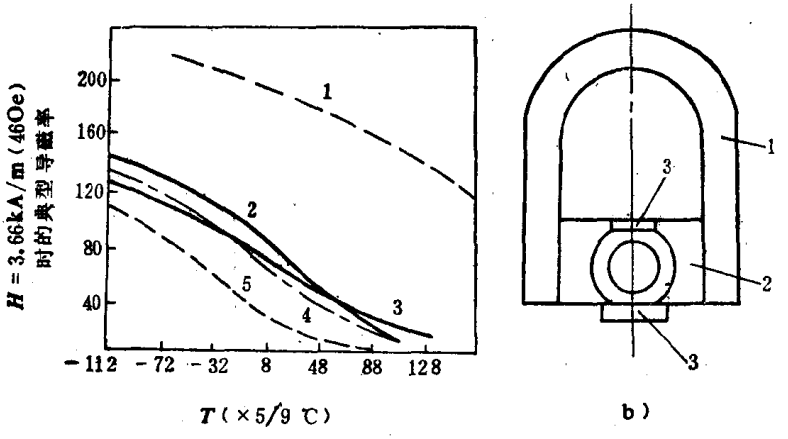


图3-45 铝镍钴永磁的$B-T$曲线

的热磁补偿材料的补偿系数及磁短路片的截面积在相应的温度下与磁路的温度系数 α 相符合，即



图中合金Typex的成分(%)

X	1	2	3	4	5
Ni	32	30	30	30	30
Fe	余量	余量	余量	余量	余量

图3-46 热磁补偿材料特性和带热磁补偿片的磁路

1—永磁体 2—软铁极头 3—热磁补偿合金短路片

$$\phi\alpha=\xi S \tag{3-46}$$

和

$$\Delta\phi''-\Delta\phi'=\xi(T_1-T_2)S \tag{3-47}$$

式中 ϕ ——常温下磁路的磁通量；

α ——磁体的温度系数；

ξ ——热磁材料的热磁补偿系数；

T_1、T_2分别为与$\Delta\phi'$、$\Delta\phi''$相对应的温度；

S ——磁短路片的截面积。

这样就可以使磁路的磁通不受温度的影响。

显然，当式（3-46）中$\phi\alpha>\xi S$时，磁路补偿不足；而如

果$\phi a < \xi S$时，磁路过补偿。在磁电式仪表中，一般都采用过补偿状态。因为这样除了补偿永磁体的可逆温度变化外，还可补偿电路中随温度的变化。

（二）不可逆变化

永磁体加热到高温或在常温以下冷却，磁性能会发生不可逆变化。不可逆变化率$\eta_{不可逆}$，可通过以下方法来测定。即先测出永磁体在室温（如20℃）时的B_d值，并以B_d(20℃)表示，然后将永磁体放入一温度为T的恒温器中保温一段时间后，拿到室温下测得B_d值，接着再将永磁体放入同一恒温器中，保温一段时间后再拿到室温测得B_d值，如此往复直到相邻两次测量所得B_d值不变为止，并且将最后测量的值记为B'_d(20℃)，则永磁体的B_d的不可逆变化率$\eta_{不可逆}$可按下式求得

$$\eta_{不可逆}=\left(\frac{\Delta B_d}{B_d}\right)_{不可逆}=\frac{B_d(20℃)-B'_d(20℃)}{B_d(20℃)}\times 100\% \quad (3\text{-}48)$$

造成永磁体不可逆变化的原因有组织变化和磁畴中不稳定畴在稳定方向上的重新配置。因此，不可逆变化属永久性的退磁。

表3-22和表3-23给出一些常用的永磁体在加热或常温以下冷却的磁通密度不可逆变化。

表3-22　永磁体磁通密度的不可逆变化

B/H	$\eta_{不可逆}$(%)	
	120℃	200℃
1.2	−10	−20
2.0	−6	−15
3.0	−2.5	−7
7.0	−0.5	−2

表3-23 铝镍钴磁体磁通密度不可逆变化

磁体材料	低温冷却后			高温加热后		
	L/D	−60℃	−190℃	L/D	+100℃	+300℃
AlNiCo Ⅰ	5.29	0	0	8.02	2.0	4.2
	3.69	0	0	3.62	3.1	6.9
	1.77	0	0	2.00	3.5	7.4
AlNiCo Ⅴ	8.00	0	0	8.09	0.1	0.4
	5.36	1.4	4.6	4.68	0.4	1.1
	4.00	1.8		4.00	0.3	
	3.00	2.8		3.00	0.7	
	0.94	3.4	8.5	2.00	0.6	2.1
AlNiCo Ⅵ	8.00	0	0	20.00	0.1	0.4
	3.57	1.3	8.5	4.12	0.5	1.2
	1.78	4.2	10.5	2.00	0.7	1.5
AlNiCo Ⅶ	5.62	0	0	5.62	0.7	—
	2.85	0.1	0.5	2.85	0.7	
	1.90	0.3		1.90	0.9	
	1.01	0.5	1.3	1.01	1.0	

为了减小由不可逆变化造成的永磁体的磁不稳定性，通常可采取如下两个措施。如果要求永磁体在T_1和T_2温度范围内工作，则可把已被充磁的永磁体分别在T_1及T_2温度下多次往复地保温，这样可以去除永磁体磁性的不可逆变化，这就是所谓的人工老化。经过人工老化的永磁体，B_d值是减小了，但在以后工作过程中随温度的变化也小了。减小由不可逆变化引起的永磁体的磁不稳定性，还可以在磁路设计时，把磁路设想在最低温度下工作，并且要把工作点的位置设计在高于材料退磁曲线的拐点以上。这是因为，对于一些永磁体（例如由钡铁氧体做成的永磁体）的工作点处在退磁曲线

的拐点以上，由于那里是直线，所以变化是可逆的；而工作点如果设计在拐点以下，当温度发生变化（升高）时，则由于曲线的性质发生了变化，因而引起了不可逆的变化，如图3-47所示。

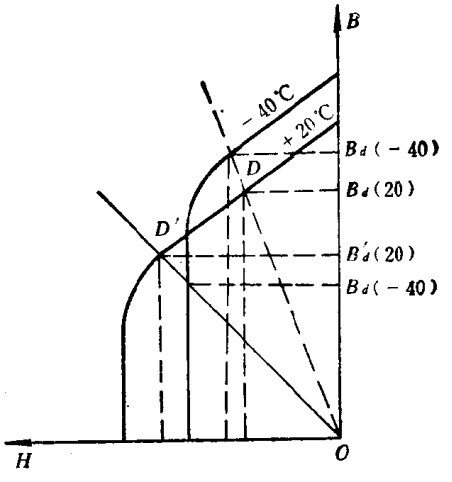


图3-47　工作点不同引起的可逆、不可逆变化

四、外磁场的影响

在电磁装置中，永磁体总会遇到一些象变压器、通电线圈和导线之类的东西，它们都会产生一些外磁场（对于永磁体而言），在装置的周围空间，有时也还会碰到象电焊机、高频电炉之类的设备，它们也要产生外磁场。此外，永磁体在充磁后，在贮存、运输及装配时，一块磁体总是处于其他永磁体的磁场之中。这些外来的磁场对于永磁体的作用要引起永磁体的性能变化。

设有一个永磁体，经充磁后工作状态处于D_1点（工作点）。此时，永磁体若受一个外界的小的波动磁场$H_{外}$的作用，则永磁体的工作点要发生变动。下面以图解法对$H_{外}$发生作用时的工作点动态加以说明。如图3-48所示，D_1点是永磁体未受$H_{外}$作用时工作负载线OP_1与$B-H$曲线的交点，如果在$4\pi M-H$曲线上作图，就是把D_1点向上引垂直线，设与$4\pi M-H$曲线相交于d'_1点，我们把Od'_1连线称P'_1线。当考虑有$H_{外}$作用时，则可通过C点（$-H_{外}$点）画一条与P'_1平行的线

P_1''，P_1'与$4\pi M-H$曲线的交点为d_1''，从d_1''点向下引垂线与$B-H$曲线交于D_1''，D_1''就是永磁体在$H_{外}$的作用下的工作点。现在以D_1''点为起点作回复曲线$D_1''E$，$D_1''E$与工作负载线P_1的交点为D_1'，则D_1'点就是永磁体受$H_{外}$作用过后的工作点。显然永磁体在未受和受过$H_{外}$作用时；工作点从D_1点移到D_1'点，相应的视在磁感从B_{d_1}变到B_{d_1}'，结果使永磁体的视在磁感减小了$\Delta B=B_{d_1}-B_{d_1}'$，这个$\Delta B$是永磁体视在磁感永久性的降低，除非把永磁体重新充磁，因此是不可逆的。此后，外界磁场在$-H_{外}$和$+H_{外}$之间变化，则永磁体的工作点将沿着回复线$D_1'D_1''E$变化，与此相应的永磁体的视在磁感的变化是可逆的。如果用与上面一样的材料做成一个截面积不变而比较短的磁体，则可发现其工作点降至D_2，当它经受与上面同样大小的周围波动磁场（$-H_{外}\sim+H_{外}$）作用，则永磁体的工作点将沿回复曲线$D_2''D_2'F$变化。显然在这里，永磁体的磁感应强度也有一个不可逆的变化，即减小了$\Delta B'$（见图3-48）。注意$\Delta B'$与ΔB值是不相同的。由此不难看到，永磁体在同一周围波动小磁场的作用下，磁感应强度的减小量与永磁体的尺寸比、工作点、工作点附近退磁曲线的斜率以及做成永磁体材料的回复磁导率有关。当然与周围磁场的大小也有关。

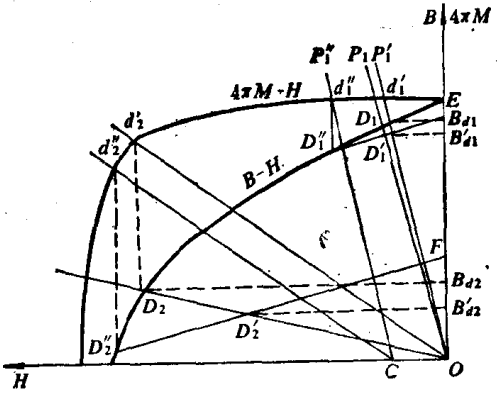


图3-48　外磁场对磁路工作点的影响

图3-49给出在

不同振幅的交变磁场作用下，其尺寸比（L/D）分别为1.9（曲线1）、4.4（曲线2）、8.2（曲线3）的铝镍钴Ⅴ条形磁体的磁感应强度B的下降情况。其中尺寸比为4.4的试样工作点接近于材料磁能积最大的点。由曲线可见，尺寸比较大的永磁体在稳定性方面具有较大的优点。实践也证明，当永磁体的工作点设计在低于材料磁能点时，无论是由各向同性的材料还是由各向异性的材料做成的，其稳定性均急剧地下降。

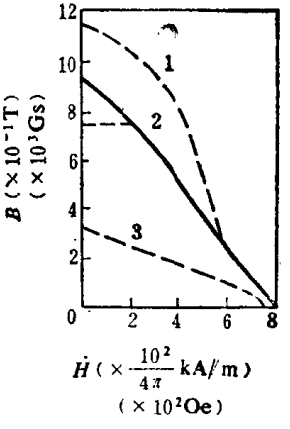


图3-49 交变磁场的大小对铝镍钴磁体B的影响

表3-24给出外加交变磁场对一些圆柱形磁体磁感应强度B_d的影响；图3-50给出几种永磁体的交流退磁率。其中铝镍钴Ⅴ

表3-24 交变磁场对永磁体B_d的影响

磁体材料	尺寸比 L/D	工作点坐标比B_d/H_d	使圆柱形永磁体的B_d值减小下列数值所需的交变磁场值(kA/m)(Oe)	
			1%	5%
钡铁氧体	0.8	2.4	39.789 (500)	99.472 (1250)
铝镍钴Ⅴ	6.0	37.4	3.183 (40)	11.539 (145)
	4.1	21.6	1.989 (25)	9.151 (115)
	2.3	9.5	1.592 (20)	7.958 (100)
35%钴钢	5.9	37	0.398 (5)	1.989 (25)

(MCB) 的H_c=50.134～58.092kA/m(630～730Oe)、铝镍钴Ⅱ(MCA)的H_c=41.380～49.338kA/m(520～620Oe)。

由表3-24和图3-50不难看出，对于外磁场的干扰来说，矫顽力比较大的永磁材料有很大优点。实践也证明，钡铁氧体磁体要比铝镍钴磁体更不容易退磁。因此我们在磁路设计中应尽可能地选取矫顽力($_MH_c$)大的材料。另外，为了减少外磁场对永磁体的影响，通常还可以采用人工老化的办法，即给充磁后的永磁体预先施加一个大于外部干扰磁场值的瞬时反向外磁场，并且要求这个外磁场从最大值逐渐地变到零(一般是在具有交变磁场的螺线管中进行)。经过这样处理的永磁体，其磁感应强度B_c有了少量的损失，但会使永磁体在以后工作过程中，如受到比人工老化处理时所加反向磁场小的外界干扰磁场影响，就不会再变小了，即稳定化了。此外，用强磁性软磁材料板覆盖永磁体即进行磁屏蔽，也能防止外界干扰磁场对永磁体的影响。

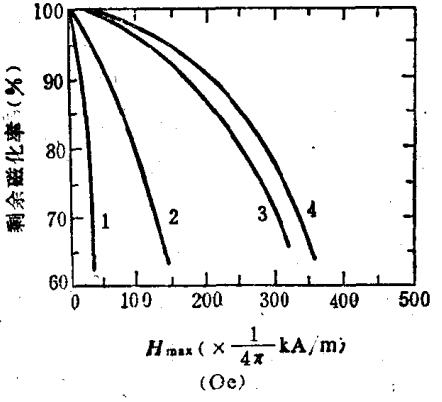


图3-50 几种磁体的交流退磁尺寸比与$(BH)_{max}$相对应的试样
1—Cr钢 2—高Co钢 3—MCA150
4—MCB500

五、磁阻的影响

以上所讨论的均指永磁体。而在实际的磁路中，一般都附有磁导率和饱和磁感应强度较高的磁轭、磁极等附件。在这种情况下，外界的干扰磁场对它的作用程度就发生了变

化。将由AlNiCo永磁材料（其性能是：$H_c=51.725kA/m\triangleq 650Oe$、$B_r=1.23T\triangleq 12300Gs$、$(BH)_{max}=40kJ/m^3\triangleq 5MGsOe$）组成的甲、乙、丙、丁、戊型几种磁路（见第四章图4-56）（磁路工作气隙$L_g=0.25mm$、磁体截面积$S_m=1.6\times 1.7cm^2$、气隙截面积$S_g=1.6\times 1.7cm^2$），经退磁后再分别放入空心线圈中用交变磁场进行退磁，最后检查它们的气隙磁感应强度变化量，结果如图3-51所示。由图可见，当空心线圈内的交变磁场幅值为7.958kA/m(100Oe)以下时，对各类磁路均未出现气隙磁感应强度的可逆变化。当交变磁场的幅值大于9.947kA/m(125Oe)时，发现甲型磁路的气隙磁感应强度开始明显地下降。当交变磁场幅值大于19.894kA/m(250Oe)时约下降8%；而戊型磁路在同样的情况下仅下降1%以下；J型磁路约下降2%，其次是丙型和乙型磁路。如果把丙型磁路做成圆筒形的内磁式磁路，则抗外磁场干扰的能力就接近于戊型磁路。这说明磁路的稳定性还与磁路的结构有关。一般说来，对于同一种类型的磁路，气隙长度L_g越大，越容易退磁；磁轭的工作点越高，也越容易退磁。

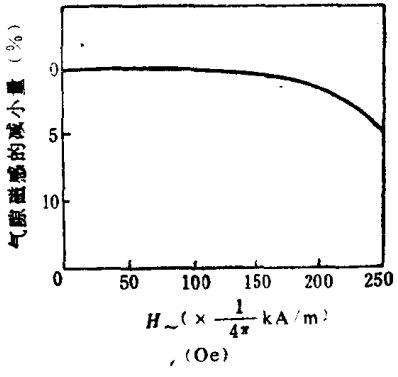


图3-51　50周交变磁场对磁路的退磁作用

外磁场的影响会引起磁系统内气隙磁阻的变化，在永磁电机中，由于气隙的变化也会引起磁系统内气隙磁阻的变化，在磁系统的装配过程中，磁阻也会变化。由于磁系统内

磁阻的变化，会使磁系统中的永磁体退磁。但这种影响可以与外磁场的干扰影响同样地考虑，如图3-52 a 所示。磁路中永磁体的工作点原为 1 点，当气隙变化时，工作点由 1 点沿退磁曲线移到 2 点，如果气隙恢复到原来的尺寸，则工作点由 2 沿回复曲线移到 3 点，如果回复曲线是可逆的，则工作点将在 2 和 3 之间往复变化，这样不会引起永磁体退磁。实际的情况是回复曲线是不可逆的，如果气隙尺寸如前所述的那样来回往复变大，则工作点将是从 3 点移到 4 点，再移到 5 点、6 点、7 点等等。通常要经过五、六个循环之后，回复曲线才变成可逆的。各种磁体的这种初期不可逆变化现象是经常见到的，特别是对所设计的工作点较高，材料的矫顽力较小的永磁体，这种现象就很显著。由于这种不可逆的变化，就导致了永磁体的退磁。对于矫顽力大的，退磁曲线呈直线性的材料做成的永磁体，这种不可逆变化引起的退磁当然就很小了。图3-52 b 所示的为各向异性钡铁氧体的情况。当工作点设计在退磁曲线的拐点以上时，是不会引起这种退

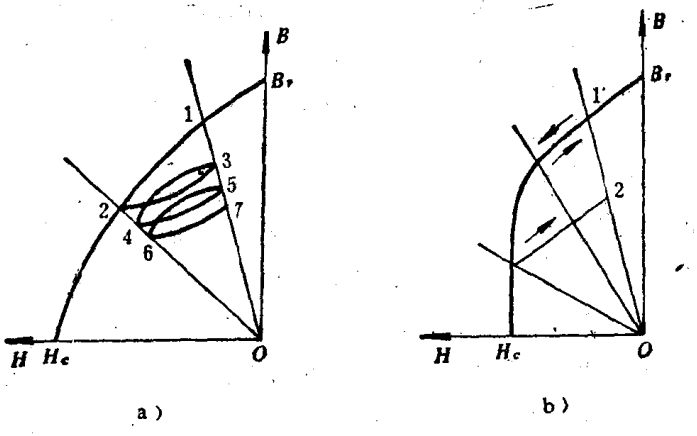


图3-52　磁路磁阻变化引起的工作点变动

磁的；但当工作点因气隙变化降到退磁曲线的拐点以下时，则会引起退磁。

六、与强磁性物质接触的影响

永磁体在贮存、运输、安装、使用过程中，经常会与其他永磁体或铁磁物质，诸如螺丝刀、扳手等工具相接触，还常常与轭铁及各种铁磁性物质制造的零件装配到一起。这些接触会改变已被充磁的永磁体的工作点，而使视在磁感B_d减小。有人做过这样的实验：用一块尺寸为5.67×1.19×1.6 cm^3，磁性能为B_r=1.24T (12400 Gs)、H_c=52.123 kA/m (655Oe) 和 $(BH)_{max}$=41.04kJ/m^3(5.13MGsOe) 的铝镍钴V条状永磁体，依如下次序做实验并测量其退磁量。其结果如图3-53所示，a图是将永磁体的一端垂直地与铁板接触，然后垂直引离反复10次，其退磁率极小。b图是将永磁体的一端垂直地与铁板接触，然后水平地来回移动，移动的次数与永磁体退磁率的关系如g图曲线1所示，移动10次，总的退磁量为2%。c图是将永磁体的一个侧面与铁板平行地接触，然后垂直地引离，其退磁率随引离次数的变化如g图曲线2所示，引离10次，永磁体总的退磁率为3%。d图是将永磁体的一个侧面与铁板平行接触并水平来回移动，则磁体的退磁率与移动次数的关系如g图曲线3所示，移动10次，总退磁率为25%。要是将磁体的四个侧面与铁板接触并来回移动，则退磁率与移动次数的关系如g图曲线4所示，移动10次，总退磁率为42%。e图是将两个相同的永磁体同极接触并垂直引离，引离10次，永磁体的退磁率达24%，如g图中的E点。要是将两个相同磁体先同极接触后，来回水平移动，见f图，移动10次，永磁体的退磁率可达58%，如g图中的F点。

永磁体的尺寸比改变时，在同样的情况下，尺寸比大的，退磁率就小。另外，凡是由较高矫顽力的材料做成的永磁体，退磁率也就小。

上面的实验大致地反映了在磁路装调过程中，可能出现的退磁现象，显然这是人为造成的，当然是不可忽视的。为了减小这种人为的退磁，在磁路装调时，要尽量使用由非铁磁性材料做成的工具。对于那些要求严格的磁路，经常是把磁路用一层导磁材料屏蔽起来。磁屏蔽的作用是把磁路散失在周围空间的磁场收拢起来。由于减少了漏磁散失空间，使磁路在同样的干扰磁场或者铁磁性零件位置改变的影响下，不影响磁路周围的漏磁通（即工作磁通和漏磁通之间的平衡关系），从而保证了工作磁通的稳定性。图3-54给出尺寸为1.6×1.6×11.3cm³的铝镍钴V条形磁体，在有或无磁屏蔽情况下

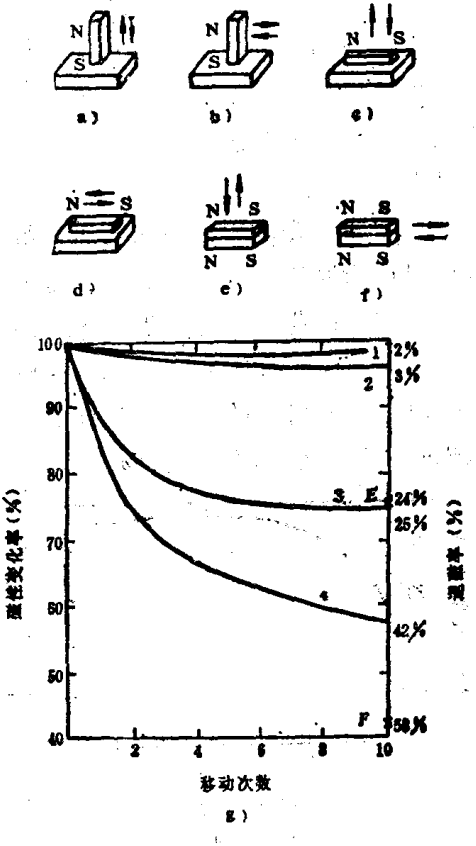


图3-53　由于强磁性物质接触引起的退磁

与截面积为16 cm^2的磁性物质接触时，磁感应强度的变化情况。由图可见，当条形磁体无屏蔽时，磁感应强度下降34%；有磁屏蔽时，磁体的磁感应强度的下降减少，并且随着磁屏蔽层厚度的增加，磁体的磁感应强度下降量是愈来愈小的。根据叠加磁通的相互关系，当屏蔽壁受到干扰磁场时，原磁路在磁屏蔽壁上的漏磁通量必将发生变化，所以对要求特别严格的磁路应设置双层屏蔽壁。采用双层屏蔽时，层与层之间的间隙和每层厚度都不宜太大。不过应防止漏磁通和干扰磁场把屏蔽层磁化到饱和状态。为此，屏蔽壁与磁路的距离和屏蔽壁厚度之间的关系应匹配得适当。通常，磁通利用系数较小的磁路，与屏蔽壁的距离要远一些；反之，可以近一些。

在需要永磁体和强磁性物质接触的场合，为了避免这种情形引起的退磁，可采用非磁性薄膜隔开。即在磁体表面涂上一层非磁性薄膜，这样当磁体与强磁性物质接触时，退磁率将大大下降。如图3-55所示的接触和移动情形，在直接接触情况下，永磁体的退磁率是15%；而当涂上1.5mm非磁性薄膜时，则退磁率下降到1%。

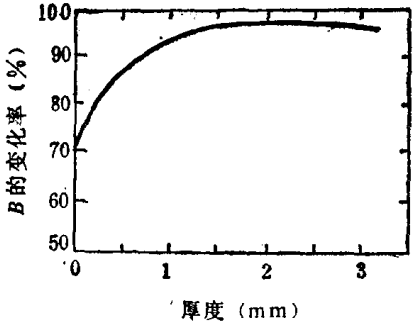


图3-54 磁屏蔽层厚度对永磁体退磁的影响

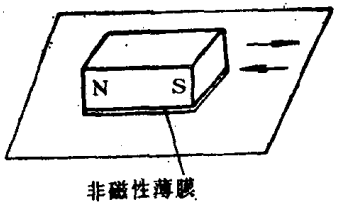


图3-55 非磁性薄膜的作用

七、机械作用

机械振动和冲击都会引起永磁体的退磁。表3-25给出一些磁体经40分钟机械振动（振动频率为10～50 Hz，振幅为1.2mm）后的退磁率。由表可见，对于马氏体型磁体这种影响是大的，而对于铝镍钴型磁体影响是小的，这主要是与材料的矫顽力大小有关。象铁氧体，由于它的矫顽力很高，所以机械作用的影响就更小了。

表3-25 机械振动引起的退磁

磁体材料	退磁率(%)	磁体材料	退磁率(%)
Co钢	3.21	AlNiCo V	0.32
AlNiCo I	0.33		

第六节 软磁材料的应用及其特性参数

一、软磁材料的应用

软磁材料的特点是容易被磁化也容易被退磁，说具体些，就是这类材料磁滞回线所包围的面积很小，矫顽力很低，磁化曲线在饱和以前上升得很陡，即磁导率很高。软磁材料在磁路中应用是很广的，各类电机、变压器、继电器、电表、磁放大器、电感线圈的铁心、电磁铁的磁轭、极头，以及磁屏蔽等等都用软磁材料。可以这样说，除了纯空心电磁路和部分纯永磁材料构成的永磁磁路外，大部分磁路都离不开软磁材料。在磁路中，软磁材料所起到的作用主要有以下几点：

（1）在电磁路中作铁心以增加磁感。

（2）利用软磁材料制成磁性附件可以改变磁路中的磁通密度，调整漏磁的大小。

有些场合需要使磁通集中以提高磁通密度时，可通过软

磁材料来解决。例如，电磁铁的锥型极头就有这种作用。在吸引磁铁的场合，为了增大接触吸引力，就需要使磁通集中于磁路间隙中；为了改善较远距离下的吸引力，就需要把磁通分散，这些都是通过软磁材料做成的磁性附件来加以完成的。

（3）借助于软磁材料做成的磁导体，可以利用简单形式的各向异性永磁材料做成的多极性元件，如四极转子等。

（4）为了使永磁体在最佳状态下工作，就需要用软磁材料做成适当形状和尺寸的轭铁，使磁路闭合，如图3-56所示。

（5）利用软磁材料做成磁屏蔽，可以防止外磁场的干扰影响。

（6）为了安装磁系统，就需要用软磁材料做成机械附件，如磁转子轴、螺栓、带有螺纹的插座、轴套以及使磁体成型的其他紧固零件等等。

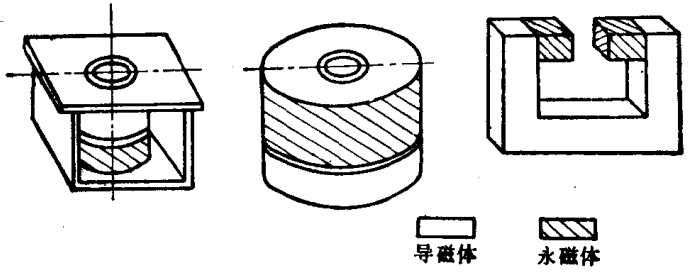


图3-56　软磁材料在磁路中应用例子

二、软磁材料的特性参数

尽管软磁材料的应用面是十分广的，但归纳起来可分为三个方面。即在恒稳磁场中应用，作磁屏蔽用以及在交变磁场中应用。下面我们就通过一些实际应用例子，来看看在使用中对软磁材料性能的要求，以导出表征软磁材料的特性

参数。

在恒稳磁场中应用，以电磁铁为例，在电磁铁中，由软磁材料做成的铁心的作用是增强工作气隙中的磁场强度。根据磁路定律，一个具有均匀截面积的电磁铁，如图3-57所示，在工作气隙中所产生的磁场强度为

$$H=\frac{0.4\pi NI}{\left(\frac{L_1}{\mu_1}+\frac{L_2}{\mu_2}+\frac{L_g}{\mu_0}\right)\mu_0} \tag{3-49}$$

式中 N——线圈的总匝数；

I——磁化电流；

L_1、L_2、L_g——极头、磁轭和工作气隙的磁路长度；

μ_1、μ_2、μ_0——极头、磁轭材料及空气磁导率。

作为磁轭用的软磁材料，总是希望它的磁阻越小越好，因为磁阻越小，意味着在磁轭上所消耗的能量也越小。按照磁阻的定义（见第二章），$R_m=\frac{L}{\mu S}$，这里的S是磁路的截面积。在L、S一定的情况下，由式子中可以看到要使磁阻R_m小，就要求软磁材料的磁导率高，即μ_2要大。

另外，由于空气的磁导率可近似地看作1，即$\mu_0=1$，如果$L_g \ll L_2$，且$\mu_2 \to \infty$，则近似地有

$$H=\frac{0.4\pi NI}{L_1}\mu_1=B_1 \tag{3-50}$$

这说明作为电磁铁极头的软磁材料的饱和磁感应强度B_s越大，对应的在高场

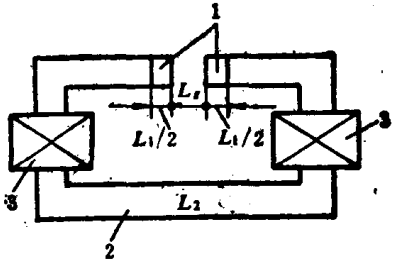


图3-57 电磁铁

1—极头 2—磁轭 3—磁化线圈

下的μ_1就大，则在工作气隙中就能产生接近于极头材料 B_s的磁场强度。可见，在恒稳磁场中应用的软磁材料，要求有高的磁导率和高的饱和磁感应强度。

磁屏蔽在许多精密仪器仪表、电子光学系统以致于加速器中，是一种不可缺少的装置。根据磁力线的折射定律：磁力线入射角的正切对折射角正切的比值，等于两个介质磁导率的比值，即

$$\frac{\operatorname{tg}\theta_1}{\operatorname{tg}\theta_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{3-51}$$

如图3-58 a 所示，当磁力线从磁导率较大的介质进入到磁导率较小的介质时，磁力线向介质分界面的法线方向集中，当磁力线从磁导率较小的介质进入到磁导率较大的介质时，磁力线将偏离介质分界面的法线而分散。因此，采用磁导率很大的材料做成磁屏蔽罩 2，就可以使外磁场的磁力线绝大部分沿着空腔 1 两侧的屏蔽壁内通过，如图3-58 a 所示，进入屏蔽罩内的磁场就很少了，即防止了外磁场进入屏蔽罩内的空间，如图3-58 b 所示。从而保护屏蔽罩内系统不受外界

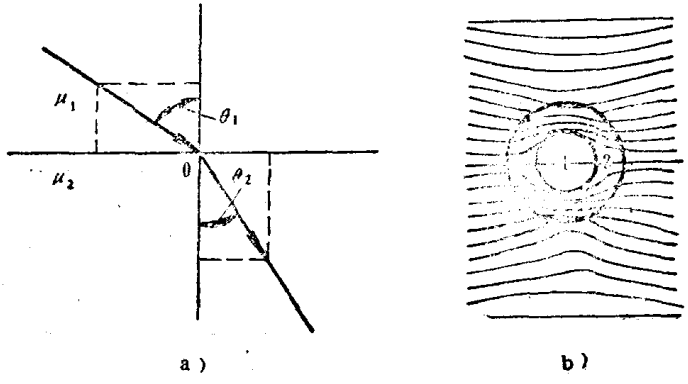


图3-58　磁屏蔽罩的作用

1—空腔　2—磁屏蔽罩

磁场的干扰。很显然，用作磁屏蔽的软磁材料的磁导率越高，磁屏蔽的效果也就越好。

软磁材料在交变磁场中大多数是作为线圈的磁心而被应用的，其作用是提高线圈的电感量，减少线圈的体积和降低功率损耗等等。如图3-59所示，对于一个平均周长为 l，截面积为 S 的空心线圈来说，如果单位长度上绕线匝数为 n，从电磁学的知识可知，电感量为

$$L=0.4\pi n^2 lS\times 10^{-8}\ (\mathrm{H}) \qquad (3\text{-}52)$$

如果在此空心线圈中放入一磁导率为 μ 的软磁材料，则电感量变为

$$L=0.4\pi n^2 lS\mu\times 10^{-8}\ (\mathrm{H}) \qquad (3\text{-}53)$$

这就是说，和空心情况相比较，电感量增加了 μ 倍。另外，由于 $lS=V$，是软磁材料做成的铁心体积，从式（3-53）不难看到，如果单位长度上的匝数 n 一定，则 $L\propto\mu V$。这样若所要求的电感量 L 一定，则铁心材料的磁导率 μ 越大，铁心的体积就可以小一些。显然，我们希望软磁材料的磁导率 μ 要高。

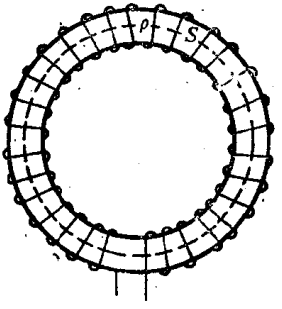


图3-59　电感铁心

对于软磁材料的磁导率，根据应用场合不同，可以采用总磁导率 μ，起始磁导率 μ_i，最大磁导率 μ_{max}，增量磁导率 μ_Δ，可逆磁导率 μ_r 及微分磁导率 μ_d 等来表示材料的特性参数。例如，在通讯技术中，作为磁心使用的软磁材料，因其工作磁场多属于高频弱场，所以对于磁导率的要求主要的是指起始磁导率 μ_i。在电工技术中，软磁材料多处于强场下工作，所以对于材料磁导率的要求主要是指最大磁导率 μ_{max}。在有些场

合，如输出变压器，由于它的磁心是同时处于直流磁场下工作的，所以在设计和讨论这类变压器时，就要用增量磁导率μ_Δ。对于用作磁放大器的软磁材料，主要是微分磁导率μ_d等等。对于μ_i、μ_{max}已在第一章中讨论过了，这里仅就其他几种磁导率作些介绍。

在恒定磁场H_0作用下，叠加一个较小的交变磁场，如图3-60所示，这时磁性体对于交变磁场的磁导率称为增量磁导率μ_Δ，即

$$\mu_\Delta=\frac{1}{\mu_0}\frac{\Delta B}{\Delta H} \qquad (3\text{-}54)$$

式中 μ_0——真空绝对磁导率；

ΔH——交变磁场强度的峰值（A/m）；

ΔB——相应的磁感应强度的峰值（T）。

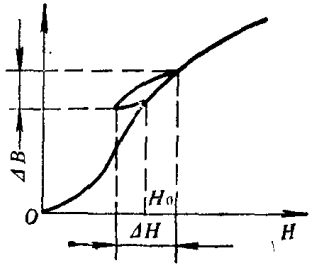


图3-60 增量磁导率

由于磁滞的关系，虽在相同的恒定磁场强度H_0的条件下，由于交变磁场的振幅不同，μ_Δ值也是不同的。当交变磁场强度趋于零时，增量磁导率的极限值称为可逆磁导率，即

$$\mu_{rev}=\lim_{\Delta H\to 0}\mu_\Delta \qquad (3\text{-}55)$$

基本磁化曲线上任一点切线的斜率叫做微分磁导率μ_d，即

$$\mu_d=\left(\frac{dB}{dH}\right)H_i \qquad (3\text{-}56)$$

在稳恒磁场中，磁性材料的磁导率是实数。在交变磁场中，由于磁滞，磁感应强度B的变化落后于交变磁场H的变化，它们之间有一个相位差δ（时间效应），所以磁性材料的磁导率就要用复数来描述，即

$$\tilde{\mu}=\mu'-j\mu'' \qquad (3\text{-}57)$$

μ'是磁性材料复数磁导率的实部分量，它相当于恒稳磁场中的磁导率，它决定磁性材料中贮存的能量$\left(\frac{1}{2}\mu'\mu_0H^2\right)$。而$\mu''$是磁性材料复数磁导率的虚部分量，它代表磁性材料在交变磁场中磁能损耗$\left(\frac{\pi}{2}\mu''\mu_0H_m^2\right.$，$H_m$是交变磁场的幅值$\left.\right)$。也就是说，$\mu''$代表单位体积的磁性材料，每磁化一周的能量损耗。$\mu''$与单位体积内每磁化一周磁场中损耗的能量$W_{耗}$成正比，即

$$W_{耗}=\pi\mu''\mu_0H_m^2 \tag{3-58}$$

如果交变磁场的频率是f，则单位体积磁性材料中的磁损耗功率$P_{耗}$可表示成为

$$P_{耗}=fW_{耗}=\pi\mu''\mu_0H_m^2f \tag{3-59}$$

通常表征铁心总损耗常用在一定磁感应强度B和一定频率f下，每单位质量内的损耗功率来表示。例如，$P_{10/50}$(W/kg)为$B=1$T(10000Gs)，$f=50$Hz时，每千克材料的损耗功率。

如果把磁性材料的复数磁导率$\tilde{\mu}$用矢量图表示，如图3-61所示。图中δ表示磁感应强度B落后于H的位相，也叫损耗角。显然，

$$\text{tg}\ \delta=\frac{\mu''}{\mu'} \tag{3-60}$$

称为损耗角正切，也叫材料的损耗因子。材料损耗角正切的倒数称为材料的品质因数，通常用Q表示，即

$$Q=\frac{1}{\text{tg}\ \delta} \tag{3-61}$$

Q值是反映软磁材料在交变场下能量的贮存和损耗的性能。对于软磁材料，总希望Q值越高越好。如前所述，软磁材料

的μ值也是越高越好，所以通常还以μ和Q的乘积（μQ）来作为软磁材料的技术指标。在实用中，软磁材料的损耗多用$\operatorname{tg}\delta$来表示，所以又常以$\frac{\operatorname{tg}\delta}{\mu_i}$来表示软磁材料的相对损耗。它又叫做比损耗因子或比损耗因数。显然$\frac{\operatorname{tg}\delta}{\mu_i}$是频率的函数。

软磁材料的复数磁导率$\tilde{\mu}$是频率的函数，μ'、μ''都随着频率而变化。μ'、μ''与频率f的关系称为磁谱。对应于材料复数磁导率实部μ'突然下降和虚部μ''急剧增加的频率称为截止频率，用符号f_r表示。实用上，常把μ'下降到$\frac{1}{2}\mu'$所对应的频率定为截止频率。典型的曲线如图3-62所示。软磁材料的使用频率上限都要低于材料的截止频率f_r。因此，材料的f_r愈高，材料的使用频率上限也就可以高，所以总希望材料的f_r要高。

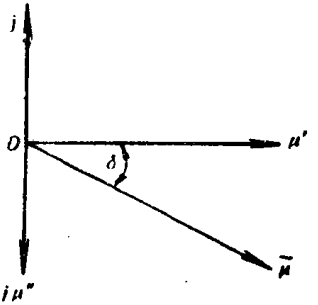


图3-61　复数磁导率

软磁材料的磁导率通常也是温度T的函数，所以当周围环境的温度发生变化时，磁导率μ也就发生变化。由于μ的变化，会引起磁性元件电感值的改变，以致于影响整机工作的稳定性。所以希望软磁材料的磁导率随温度

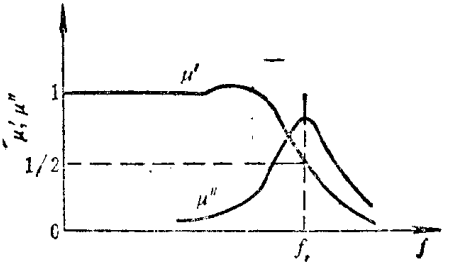


图3-62　磁谱曲线

的变化要尽量小，即磁导率的温度系数要小。在两个给定的温度之间，被测量的相对可逆变化量，除以温度之差称为该量的平均温度系数（不包括被测量的不可逆变化），常以α或T_K表示。对于磁导率，则有

$$\alpha_\mu=\frac{\mu_2-\mu_1}{\mu_1}\frac{1}{T_2-T_1}(T_2>T_1) \tag{3-62}$$

式中 μ_1——温度T_1时所测的材料磁导率；

μ_2——温度T_2时所测的材料磁导率。

式（3-62）中的T_1、T_2所取的数值，要看应用的具体要求而定。例如，对于一般的软磁材料来讲，T_1多取20℃，T_2多取80℃；而对于温度稳定性要求较高的场合，T_1多取−40℃、T_2多取+80℃。

在有些场合下，还有用磁导率的比温度系数，即

$$\frac{\alpha_\mu}{\mu_1}=\frac{1}{\mu_1^2}\frac{\mu_2-\mu_1}{T_2-T_1}(T_2>T_1) \tag{3-63}$$

即磁导率的平均温度系数除以磁导率，来表征软磁材料的温度特性。

软磁材料经过磁中性化（完全退磁）后，放置在无机械和热干扰的环境中，起始磁导率随时间而下降的现象，称为减落，常以DA表示。它的定义是

$$DA=\frac{\mu_1-\mu_2}{\lg\frac{t_2}{t_1}}\frac{1}{\mu_1} \tag{3-64}$$

式中 μ_1——磁中性化后，在时间t_1（s）测得的起始磁导率；

μ_2——磁中性化后，在时间t_2（s）测得的起始磁导率。

在实用中，一般把材料经交流退磁后，测量经过一分钟和十分钟时的起始磁导率μ_1、μ_2，这样减落DA可按下式计算

$$DA=\frac{\mu_1-\mu_2}{\mu_1} \tag{3-65}$$

软磁材料的起始磁导率随时间的相对变化与时间对数之比近似为常数，称为减落系数 DF。它可以表示成

$$DF=\frac{DA}{\mu_1}=\frac{\mu_1-\mu_2}{\mu_1^2} \tag{3-66}$$

当材料的减落现象严重时，即材料的减落系数很大时，在使用过程中材料就经不起外来电磁场的干扰。因此，要求软磁材料的减落系数尽量地小。

软磁材料经历较长时间后，由于种种原因引起内部结构发生变化而导致磁性的改变，称为磁老化 I_a。例如磁导率的老化为

$$I_a=\frac{\mu_1-\mu_2}{\mu_1} \tag{3-67}$$

式中 μ_1——老化前，如试样出炉后第一次测得的磁导率；

μ_2——老化后，如试样出炉一周后所测得的磁导率。

老化与减落不同，减落是指可逆的变化。而老化是指自然变化，是不可逆的。当然材料的老化越小越好。为了增加材料使用时的稳定性，通常在使用前进行人工老化。

此外，软磁材料的居里温度 T_c 也是一个技术指标，通常希望材料的 T_c 越高越好。

三、磁化曲线的近似表达式

表征磁性材料特性的是磁化曲线，如前所述，磁化曲线有初始磁化曲线和基本磁化曲线两种。在工程实用上主要的是基本磁化曲线，它有时也称为平均磁化曲线或实用磁化曲线。磁化曲线通常是非线性的并且与材料的成分、加工、热处理、切割方向以及电源频率等因素有关。由于以上关系极度复杂，所以至今还没有能够计入所有因素影响的磁化曲线

表达公式。磁化曲线实际上是靠测量而得到的，将测量的结果或是直接描绘成曲线或是列成表格。但对磁路设计者来说，也希望把磁化曲线表达成数学公式。因为这样，就有可能把装置的工作状态列成一般性的数学方程。从而可对设计、理论分析和解析计算带来许多方便。因此，自十九世纪中叶以来，曾有许多学者致力于此，并且也曾提出过各种各样的磁化曲线的近似表达式。但是，所谓表达公式，实质上就是以某一种函数来代表由测量所得到的磁化曲线。

由于软磁材料的品种繁多，所以有许多表达磁化曲线的公式。在这里，我们只介绍一些最具有代表性的公式。

所有的磁化曲线表达公式，都是按照已有的测量数据凑出来。在凑的过程中，要知道表达公式中的几个系数，这时可以在磁化曲线上，任意选取相当于系数数目的点数，由此排出联立方程来解出这几个系数。当然，在选取各点时，必须使它们尽量表达出磁化曲线的特点。例如，在选两点时，通常一点是在弯曲点以下，而另一点则是在弯曲点以上。有时，还可以把磁化曲线分成数段，而以不同系数的同一公式来表达。

用来表达软磁材料平均磁化曲线的公式大致可分成八类。应该说明的是，如果表达公式是奇函数，则在交直流情况下均可采用；如果表达公式是偶函数，则只能用在直流情况下。

第一类，是直线表示法

这一种方法是把磁化曲线分成几段直线，每一段直线各以一个线性方程式来表示，这个方程式为

$$B = aH \tag{3-68}$$

式中 a——需要在磁化曲线上求得的系数。

这种方法的优点是可以把非线性的问题变成线性问题来处理，但其近似的程度是相当差的。

第二类，是双曲线函数

这类方程式可表达成为

$$B=\frac{H}{\alpha+\beta H} \tag{3-69}$$

或

$$B=a-\frac{b}{H} \tag{3-70}$$

式中 α、β、a、b——所要求得的系数。在磁化曲线上，选取两点 (B_1, H_1) 和(B_2, H_2)以后，可得

$$\alpha=\frac{H_1H_2(B_2-B_1)}{B_1B_2(H_2-H_1)} \tag{3-71a}$$

$$\beta=\frac{H_2}{B_2(H_2-H_1)}-\frac{H_1}{B_1(H_2-H_1)} \tag{3-71b}$$

$$a=\frac{H_2B_2-H_1B_1}{H_2-H_1} \tag{3-71c}$$

$$b=\frac{H_1H_2(B_2-B_1)}{H_2-H_1} \tag{3-71d}$$

这类公式在 0.6～2.0T(6000～20000Gs) 的范围内，误差较小；而磁感应较小时，具有较大的误差。

第三类，是反正切函数

这类公式的一般形式为

$$B=A\operatorname{arc\,tg}\alpha H+CH \tag{3-72}$$

在磁化曲线上选取三个点以后，可得

$$B_1=A\operatorname{arc\,tg}\alpha H_1+CH_1$$

$$B_2=A\operatorname{arc\,tg}\alpha H_2+CH_2$$

$$B_3=A\operatorname{arc\,tg}\alpha H_3+CH_3$$

由这些式子可得

$$\frac{B_1H_2-B_2H_1}{B_3H_2-B_2H_3}=\frac{H_2\text{arc tg }\alpha H_1-H_1\text{arc tg }\alpha H_2}{H_2\text{arc tg }\alpha H_3-H_3\text{arc tg }\alpha H_3}$$

解出 α 以后，即可求出 A、C

$$A=\frac{B_1H_2-B_2H_1}{H_2\text{arc tg }\alpha H_1-H_1\text{arc tg }\alpha H_2}$$

$$C=\frac{B_1-A\text{arc tg }\alpha H_1}{H_1} \tag{3-73}$$

这类方程式可用来计算直流或交流磁路。对变压器钢来说，可以得到较准确的结果。在低 H 值范围内，计算曲线比实测曲线高；而在高 H 值范围内，则计算曲线要比实测曲线稍微低一些。

第四类，是指数函数

这类方程式的一般形式为

$$B=KH+\left(K_1+K_2e^{\frac{CH^b}{a+bH^f}}\right)^n \tag{3-74}$$

其简单的形式为

$$B=e^{\frac{H}{a+bH}} \tag{3-75}$$

式中 a、b——系数，它们分别为

$$a=\frac{H_1H_2\ln\frac{B_2}{B_1}}{(H_2-H_1)\ln B_1\ln B_2} \tag{3-76}$$

$$b=\frac{H_2\ln B_1-H_1\ln B_2}{(H_2-H_1)\ln B_1\ln B_2} \tag{3-77}$$

上式的诀点是：当 $H=0$ 时，B 等于 1 而不等于零；在 H 接近于无穷大时，$\frac{dB}{dH}$ 接近于零，而实际上则应接近于 1。

如果在磁化曲线的弯曲点以下取两个点，以求得常数 a

和 b，则在高磁场强度时，计算曲线与实际曲线将有很大的差别。因此，这两个点的位置应该这样来选择：第一点应在不饱和的范围内；第二点则应在弯曲点以后，但接近于弯曲点的地方。

第五类，是对数函数

这类公式的形式为

$$B=K_1\sqrt{\ln KH_2} \tag{3-78}$$

这种表达式的特点是当 $H=0$ 时，$B=\sqrt{-\infty}$，为了消除这个缺点，可采用如下的表达式

$$B=K_1\sqrt{\ln(K_2H-1)} \tag{3-79}$$

此式当 H 值低时，准确度很差。

所有这类公式，都只可用来计算直流磁路。

第六类，是 B 幂多项式和双曲函数

B 幂多项式的一般形式为

$$H=aB+bB^3+cB^5+dB^7+\cdots\cdots \tag{3-80}$$

这些表达式中，如右边的项数越多，则计算曲线与实测曲线就越接近。但实际上只要取两项或三项便可得到相当满意的结果。在取两项时，计算曲线在弯曲点以下的部分将比实测曲线要高一些；而在弯曲点以上的部分，计算曲线要比实测曲线低一些。通常，如磁性材料的磁化曲线较陡，则应取三项。

也有采用如下表达式的

$$H=aB-bB^3+cB^5 \tag{3-81}$$

式中各参数分别为

$$a=\frac{\frac{H_1}{B_1}(B_3^2-B_2^2)B_2^2B_3^2-\frac{H_2}{B_2}(B_3^2-B_1^2)B_1^2B_3^2}{(B_3^2-B_2^2)(B_3^2-B_1^2)(B_2^2-B_1^2)}$$

$$+\frac{\frac{H_3}{B_3}(B_2^2-B_1^2)B_1^2B_2^2}{(B_3^2-B_2^2)(B_3^2-B_1^2)(B_2^2-B_1^2)}$$

$$b=\frac{\frac{H_1}{B_1}(B_3^4-B_2^4)-\frac{H_2}{B_2}(B_3^4-B_1^4)+\frac{H_3}{B_3}(B_2^4-B_1^4)}{(B_3^2-B_2^2)(B_3^2-B_1^2)(B_2^2-B_1^2)}$$

$$c=\frac{\frac{H_1}{B_1}(B_3^2-B_2^2)-\frac{H_2}{B_2}(B_3^2-B_1^2)+\frac{H_3}{B_3}(B_2^2-B_1^2)}{(B_3^2-B_2^2)(B_3^2-B_1^2)(B_2^2-B_1^2)}$$

双曲函数的表达式为

$$H=a\sin\beta B_0 \tag{3-82}$$

或

$$H=\frac{1}{b\lambda}\mathrm{th}bB \tag{3-83}$$

这一类表达式实际上与B幂的多项式是一样的，把它们展开成级数以后得

$$\mathrm{Sh}\beta B=\beta B+\frac{(\beta B)^3}{6}+\frac{(\beta B)^5}{120}+\cdots\cdots$$

$$\mathrm{th}bB=bB-\frac{(bB)^3}{3}+\frac{2}{15}(bB)^5+\cdots\cdots$$

在求a和β时可采用下式

$$\beta=\frac{\ln\frac{H_2}{H_1}}{B_2-B_1}$$

$$a=\frac{H_2}{\mathrm{Sh}\beta B_2}$$

这两个表达式是近似的，其条件是低磁感应的一点(H_1，B_1)必须在稍低于弯曲点的位置上。

这一类的表达式都可用来计算直流和交流磁路。

第七类，是H幂的多项式

其表达式为

$$B=SH-S'H^3 \tag{3-84}$$

用这类公式来表达的曲线在$H=\sqrt{\frac{S}{3S'}}$时，具有最大值，所以它只能用在该点以下。这类公式可用来计算交、直流磁路。

第八类，是H的分数幂

其表达形式为

$$B=aH+bH^m \tag{3-85}$$

式中 $m<1$。

乘幂最好取0.5或0.333（因材料而异）。选定m值以后，便可以求得

$$b=\frac{B_2H_1-H_2B_1}{H_1H_2^m-H_2H_1^m}$$

$$a=\frac{B_1-bH_1^m}{H_1}$$

这一类中用得较多的还有

$$B=bH^m \tag{3-86}$$

但它的准确性较式（3-85）差。

应当指出，以上这些近似公式的类型，都各有各的特点。究竟选择哪一种，须从实际磁化曲线来考虑，同时也要照顾到解析计算的方便性。当然，磁性材料磁化曲线的近似表达式也并不局限于此。介绍这些，无非是给读者一个启示而已。

第七节 软磁材料系列

软磁材料品种繁多，用途多种多样，故分类方法也很不

一样。我们将按合金系列来分类，因为合金系列在很大程度上，决定了合金的生产工艺、性能及合金的使用范围。

典型的软磁材料有：工业纯铁、硅钢、铁镍合金、铁铝合金、铁钴合金、恒导磁合金、磁温度补偿合金以及软磁铁氧体等系列。随着应用场合的不同，各系列又分成几个类型。下面我们简单地介绍一下典型系列材料的应用和主要参数。

一、纯铁

纯铁包括工业纯铁、电解铁和羰基铁。

工业纯铁是一种含C量极低的软铁，是由炼钢平炉精炼而成的。它不仅是应用最早，价格便宜，易于加工的一种软磁材料，而且也是其他磁性材料的原材料。早在1890年，工业纯铁薄板就用于作电机和变压器的铁心，它具有较高的磁导率（一般的纯铁，$\mu_{max}\approx 20000$，较纯的纯铁，$\mu_{max}\approx 280000$，纯铁单晶体 $\mu_{max}\approx 4130000$）和很高的饱和磁感应值（$B_s=2.158\text{T}\triangleq 21580\text{ Gs}$），在直流磁场中应用很广。到目前为止，工业纯铁仍然是一种不可忽视的软磁材料。

由于纯铁的电阻率很低（$\rho\approx 10\times 10^{-6}\Omega\cdot\text{cm}$），故铁损很大（$P_{10/50}=3\sim 6\text{ W/kg}$），通常不能用于交流磁场中，主要用作直流电机和电磁铁的铁心、磁极，用于制造电磁式、感应式和磁电式测量仪表中的零件等，做继电器的铁心和零件，电话机中的振动膜（要求低的 H_c 及低的 B_s 值），做磁屏蔽罩（希望在十分之几或百分之几的 $\frac{1000}{4\pi}$ A/m(Oe)弱磁场中，有尽可能高的 μ 值），用于交流磁场中做小型变压器铁心（小于500W），主要是用（110）〔001〕织构的纯铁板。

纯铁中除工业纯铁外，还有电解铁和羰基铁两种。羰基铁是含有少量C和O_2的纯铁，它是由亚羰基化铁分解而得

的，是一种良好的高频介质材料，磁稳定性较好，但工艺复杂，价格比工业纯铁高。电解铁是由硫酸铁或氯化铁或纯铁经电解而得的，它的性能很好，但价格较贵。

一般纯铁的成分及性能见表3-26和表3-27，纯铁的磁化曲线见图3-63。

表3-26 纯铁的牌号、主要成分和用途

种类	牌号		主要成分（%）不大于					一般用途
	名称	代号	碳	硅	磷	硫	铝	
铝镇静纯铁	电铁3	DT_3	0.04	0.20	0.020	0.020	0.50	不保证磁时效的一般电磁元件
	电铁3高	DT_3A						
	电铁4	DT_4	0.03	0.20	0.020	0.020	0.15～0.50	在一定时效工艺下，保证无时效的电磁元件
	电铁4高	DT_4A						
	电铁4特	DT_4E						
	电铁4超	DT_4C						
硅铝镇静纯铁	电铁5	DT_5	0.04	0.20～0.50	0.020	0.020	0.30	不保证磁时效的一般电磁元件
	电铁5高	DT_5A						
	电铁6	DT_6	0.03	0.30～0.50	0.020	0.020	0.30	在一定时效工艺下，保证无时效磁性范围较稳定的电磁元件
	电铁6高	DT_6A						
	电铁6特	DT_6E						
	电铁6超	DT_6C						

注：1. 本表引自标准YB200—75。

2. 代号中“DT”表示电工用纯铁，“DT”后面的数字为代号序号，序号后面的字母表示电磁性能等级，即“A”，“E”、“C”分别表示“高”、“特”、“超”级，未用字母表示“普”级。

表3-27 纯铁的磁性能

磁性等级	牌号代号	矫顽力H_c 不大于		最大磁导率 μ_m不小于		在不同磁场强度下的磁感应强度值不小于									
						B_5		B_{10}		B_{25}		B_{50}		B_{100}	
		(A/m)	(Oe)	(H/m)	$\times 10^3$	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)
普级	DT_3	96	1.2	0.0075	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	DT_4														
	DT_5														
	DT_6														
高级	DT_3A	72	0.9	0.00875	7	1.40	14	1.50	15	1.62	16.2	1.71	17.1	1.80	18
	DT_4A														
	DT_5A														
	DT_6A														
特级	DT_4E	48	0.6	0.0113	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	DT_6E														
超级	DT_4C	32	0.4	0.015	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	DT_6C														

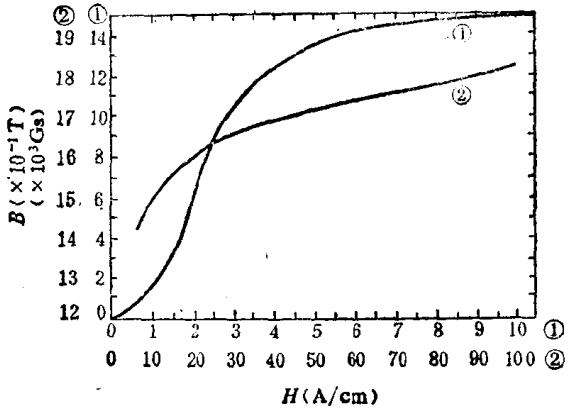


图3-63　纯铁的磁化曲线

纯铁加工成磁性元件后，由于存在应力，会使磁性能降低。为了消除应力和提高磁性能，必须进行退火处理。其退火工艺通常是：随炉升温至800℃，而后以50℃/h速度升到860～930℃，并保温4h，接着以50℃/h的速度冷到700℃，最后随炉冷却至500℃以下出炉。表3-28给出一些电解铁和羰基铁的性能。

表3-28　一些电解铁和羰基铁的成分、性能和用途

名称	电解铁			羰基铁	
成分、性能、用途	1	2	3	1	2
成分(%) C	0.005～0.02	0.006	0.02	0.02～0.10	0.007
Si	—	0.005	0.01	0.04～0.05	0.004
Mn	≤0.01	—	0.01	0.08～0.1	—
S	≤0.04	0.004	0.003	0.005～0.007	0.004
P	≤0.005	0.005	—	0.005～0.007	—
Cu	≤0.015	0.015	—	—	—
N_2	—	—	—	0.005	—
O_2	—	—	—	0.10～0.60	0.004

（续）

名称	电解铁			羰基铁	
成分、性能、用途	1	2	3	1	2
性能 μ_0	500	500	500	2000	3000
μ_m	26000	26000	26000	20000	21500
H_c (A/m) (Oe)	28.65 (0.36)	28.65 (0.36)	28.65 (0.36)	6.37 (0.08)	6.37 (0.08)
主要用途	精密合金的原材料			磁介质的原材料	

二、铁硅合金

工业纯铁的饱和磁感应值虽然很高，但由于电阻率很低，在交流磁场中使用损耗很大，因此在应用上受到很大限制。

在工业纯铁中加入Si 1～4.5%的Fe–Si合金与工业纯铁相比有下列优点：

（1）具有良好的磁性能，饱和磁致伸缩系数λ_s小、晶粒粗大、磁导率高、矫顽力H_c小、电阻率提高、铁心损耗下降。

（2）硅促进钢中的碳石墨化，使合金磁时效现象大大减少。

（3）硅钢的磁性对温度变化、振动、应力等敏感性较小。即硅铁合金具有较高的性能稳定性，适于特殊环境下使用。

加Si后的主要缺点是使钢变脆，B_s值随Si含量增加也逐渐降低，目前工业生产的硅钢片，硅含量不超过4.5%。

由于硅钢片比纯铁具有显著的优越性，所以它已成为电力和电讯工程中一种不可缺少的软磁材料，也是软磁材料中用途最广，用量最大的一种材料。

硅钢片的种类比较多，按用途来分有电机硅钢片、变压

器硅钢片和电讯仪表用硅钢片三种。按硅含量来分有低硅钢、中硅钢、较高硅钢和高硅钢。按生产方法分有热轧和冷轧硅钢片二大类。按组织结构分有无取向、单取向和双取向等等。

表3-29列出硅钢片的分类和主要用途。

表3-29 硅钢片的分类和用途

分类		合金等级	含硅量(%)	钢号	公称厚度(mm)	用途
热轧硅钢板	热轧电机钢板	低硅D_1	0.8～1.80	D_{11},D_{12}	1.0,0.5	中小型发电机和电动机
		中硅D_2	1.81～2.80	D_{21}、D_{22}、D_{23}、D_{24}	0.5	要求损耗小的发电机和电动机
		较高硅D_3	2.81～3.80	D_{31}、D_{32}	—	中型交流电动机，中小型直流电机
		高硅D_4	3.81～4.80	D_{41}、D_{42} D_{43}、D_{44}	—	大型汽轮发电机，控制微电机
	热轧变压器钢板	较高硅	3.0～4.5	D_{31}、D_{32}	0.35	电力变压器
		高硅		D_{41}、D_{42}、D_{43}	0.50(少用)	电感器和电感线圈
冷轧硅钢板	中频及高频弱磁场下用的热轧钢板	高硅	3.81～4.80	DH_{41}	0.1	电信工业
				DG_{41}	0.2	
				DR_{41}	0.3	
	冷轧无取向硅钢片(包括半冷轧钢片)	低硅	1.5	OD_{11},OD_{12}	0.35～0.5	发电机
		中硅	2.5	OD_{13},OD_{14}	0.5	电动机
		高硅	3.0	OD_{15},OD_{16}	0.5	电力变压器
				OD_{21}	0.1～0.35	
	冷轧取向硅钢板		2.8～3.5		0.35	巨型发电机
					0.5(少用)	电力变压器

（续）

分　类	合金等级	含硅量（%）	钢　号	公称厚度（mm）	用　途
冷轧硅钢板	冷轧取向硅钢薄带（中、高频小电流弱磁场使用）	3.0～4.0		0.03～0.2	电信工业 变压器：电源变压器，高频变压器，脉冲变压器 电机：中高频发电机，微电机 磁放大器：大、中功率磁放大器、继电器、互感器 扼流圈：无线电，有线电，通信器材

注：*D*——电工用钢，第一位数字（1，2，3，4）——钢板硅含量等级。
第二位数字（1，2，3，4）——钢板电磁性能等级。
H——中磁场下检验钢板。
R——弱磁场下检验的钢板。
G——频率为450Hz时检验的钢板，如果钢号中没有第二个字母，表示频率为50Hz时在强磁场下检验的钢板。

衡量硅钢片的质量，首先是它的电磁性能。电磁性能好的硅钢片在一定频率和磁感应强度下，具有低的铁损以及在一定磁场强度下具有高的磁感应强度。此外，加工性能、板形、尺寸公差和表面质量也是考察质量的指标。一些常用硅钢片的磁性见表3-30、表3-31。图3-64，图3-65分别给出0.5mm无取向冷轧硅钢片和0.35mm冷轧单取向硅钢片的直流磁化曲线。图3-66给出频率为50Hz时，典型冷轧硅钢片的铁损曲线。

从下表可以看出，硅钢的磁性能是随厚度，使用条件等不同而有不同的性能，所以要根据不同用途和不同使用频率

表3-30 一些常用硅

名称		代号	厚度 (mm)	铁损(W/kg)不大于			不同磁场强度下的磁感		
							B_{10}		B_{25}
				$P_{10/50}$	$P_{15/50}$	$P_{17/50}$	(T)	(kGs)	(T)
热轧硅钢片		D_{21}	0.50	2.5	6.1	—	—	—	1.48
		D_{22}	0.50	2.2	5.3	—	—	—	1.51
		D_{23}	0.50	2.1	5.1	—	—	—	1.54
		D_{32}	0.50	1.8	4.0	—	—	—	1.50
		D_{32}	0.35	1.4	3.2	—	—	—	1.50
		D_{42}	0.50	1.35	3.15	—	—	—	1.45
		D_{43}	0.50	1.20	2.90	—	—	—	1.44
		D_{42}	0.35	1.15	2.80	—	—	—	1.45
		D_{43}	0.35	1.05	2.50	—	—	—	1.43
冷轧硅钢片	无取向	W_{21}	0.50	2.3	5.3	—	—	—	1.54
		W_{22}	0.50	2.0	4.7	—	—	—	1.52
		W_{32}	0.50	1.6	3.6	—	—	—	1.50
		W_{33}	0.50	1.4	3.3	—	—	—	1.50
		W_{32}	0.35	1.25	3.1	—	—	—	1.48
		W_{33}	0.35	1.05	2.7	—	—	—	1.48
	单取向	Q_3	0.35	0.7	1.6	2.3	1.67	16.7	1.80
		Q_4	0.35	0.6	1.4	2.0	1.72	17.2	1.85
		Q_5	0.35	0.55	1.2	1.7	1.76	17.6	1.88
		Q_6	0.35	0.44	1.1	1.51	1.77	17.7	1.92

铜片的磁性能

应强度值不小于					叠装系数	密 度	弯曲次数
	B_{50}		B_{100}		(%)	(g/cm³)	
(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)			
14.8	1.59	15.9	1.73	17.3	92	7.70	—
15.1	1.61	16.1	1.74	17.4	92	7.70	—
15.4	1.64	16.4	1.76	17.6	92	7.70	—
15.0	1.61	16.1	1.74	17.4	91	7.65	4
15.0	1.61	16.1	1.74	17.4	90	7.65	5
14.5	1.56	15.6	1.68	16.8	91	7.55	1
14.4	1.55	15.5	1.67	16.7	91	7.55	1
14.5	1.56	15.6	1.68	16.8	90	7.55	1.5
14.3	1.54	15.4	1.66	16.6	90	7.55	1.5
15.4	1.64	16.4	—	—	96	7.75	—
15.2	1.62	16.2	—	—	96	7.75	—
15.0	1.60	16.0	—	—	95	7.65	5
15.0	1.60	16.0	—	—	95	7.65	5
14.8	1.58	15.8	—	—	94	7.65	5
14.8	1.58	15.8	—	—	94	7.65	5
18.0	1.86	18.6	—	—	95	7.65	3
18.5	1.90	19.0	—	—	95	7.65	3
18.8	1.92	19.2	—	—	95	7.65	3
19.2	1.96	19.6	—	—	95	7.65	3

表3-31 冷轧单取向薄带硅钢的磁性能

代号	厚度 (mm)	铁损(W/kg) 不大于		在不同磁场强度下的磁感应值不小于												矫顽力H_c	
				$B_{0.4}$		$B_{0.8}$		B_2		B_4		B_{10}		B_{25}			
		$P_{10/400}$	$P_{15/400}$	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(A/m)	(Oe)
G_1	0.20	12.0	28.0	0.6	6	0.9	9	1.2	12	1.35	13.5	1.55	15.5	1.70	17.0	—	—
G_2	0.20	11.0	26.0	0.8	8	1.0	10	1.3	13	1.42	14.2	1.60	16.0	1.75	17.5	—	—
G_3	0.20	10.9	24.0	0.9	9	1.1	11	1.4	14	1.50	15.0	1.66	16.6	1.82	18.2	—	—
G_4	0.20	9.0	22.0	1.0	10	1.2	12	1.5	15	1.57	15.7	1.70	17.0	1.84	18.4	—	—
G_1	0.08	10.0	22.0	0.6	6	0.9	9	1.2	12	1.35	13.5	1.55	15.5	1.70	17.0	36	0.45
G_2	0.08	8.5	19.0	0.8	8	1.0	10	1.3	13	1.42	14.2	1.60	16.0	1.75	17.5	32	0.40
G_3	0.08	7.5	17.0	0.9	9	1.1	11	1.4	14	1.50	15.0	1.66	16.6	1.82	18.2	28	0.35
G_4	0.08	7.0	16.0	1.0	10	1.2	12	1.5	15	1.57	15.7	1.70	17.0	1.84	18.4	26	0.325
G_1	0.05	10.0	21.0	0.6	6	0.9	9	1.2	12	1.35	13.5	1.55	15.5	1.70	17.0	36	0.45
G_2	0.05	8.5	19.0	0.8	8	1.0	10	1.3	13	1.42	14.2	1.60	16.0	1.75	17.5	34	0.425
G_3	0.05	7.5	16.0	0.9	9	1.1	11	1.4	14	1.50	15.0	1.66	16.6	1.82	18.2	32	0.40
G_4	0.05	7.0	15.0	1.0	10	1.2	12	1.5	15	1.57	15.7	1.70	17.0	1.84	18.4	32	0.40

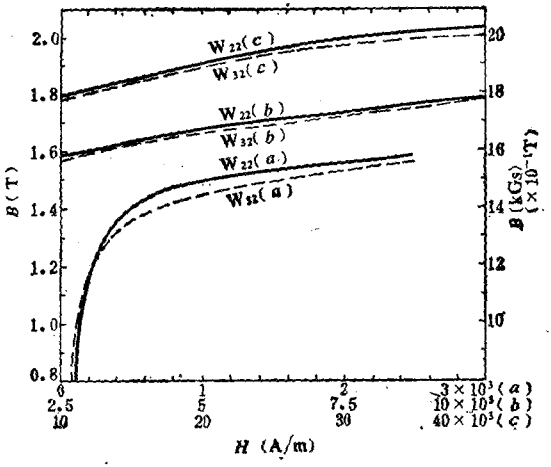


图3-64　无取向冷轧硅钢片的直流磁化曲线

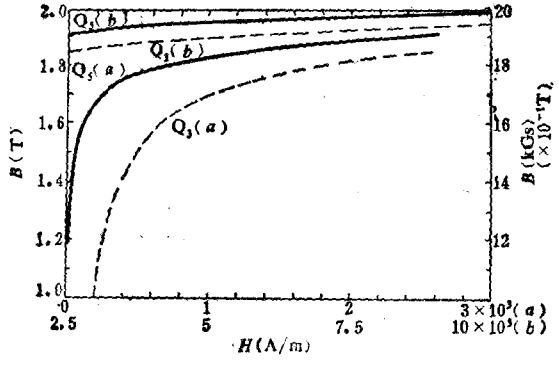


图3-65　单取向冷轧硅钢片的直流磁化曲线

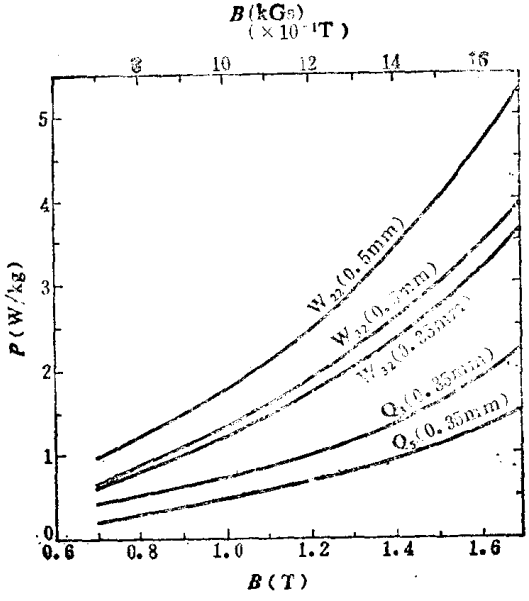


图3-66　冷轧硅钢片的铁损曲线

来选择合适的牌号和厚度的硅钢片。一般说来，用于电力工业方面的硅钢主要是要求铁损小，磁感应强度高、塑性好、表面光滑、绝缘性好、填充系数高等。用于电讯方面要求高的 μ 值，低 H_c 和低损耗值等。

三、铁镍系合金

铁镍系软磁材料一般统称坡莫合金，是导磁合金的意思。

铁镍系合金在现有软磁材料中占有特殊重要地位，这是与它们具有下列特点分不开的。

（1）早先铁镍合金是以在弱磁场中具有高的磁导率，低的矫顽力而著名的，这个特点至今仍然被保留下来。例如，

目前厚度为0.1mm的薄带在千分之二的$\frac{1000}{4\pi}$A/m(Oe)弱磁场中的磁导率可达200000。这类合金的μ_{max}可达1300000，H_c等于0.159～0.318 A/m (0.002～0.004Oe)。

（2）近年来利用调整成分，采取适当工艺已可在很宽的范围内控制合金的磁性能，除了制成在弱磁场下应用的高磁导合金外，还可制成矩形磁滞回线、低剩磁的扁平磁滞回线、高磁感、高磁导、低损耗、低温（－200℃）高磁导率、高硬度耐磨磁头等材料，在现有软磁材料中以铁镍合金的磁性能为多种多样。

（3）具有良好的冷加工性能，可轧成0.5μm的超薄带，可制成各种形状复杂，尺寸要求精确的元件。

（4）由上述原因，不难想到，铁镍合金的使用范围较为广泛，它几乎遍及软磁材料的一切应用领域，成为目前通讯、广播、雷达、宇航、计算技术和精密仪器仪表等工业不可缺少的重要材料之一。

它的缺点是：

（1）含镍量高，成本高。

（2）环境对合金性能影响较大（特别是应力和冲击）。

（3）由于磁性对工艺因素的变动十分敏感，所以产品的一致性较差。

（4）生产设备较复杂，工艺操作要求严格，为了获得较好的磁性，一般要求采用真空冶炼，多辊轧机，氢气或真空退火，有的还要求纵向及横向磁场热处理等。

尽管铁镍合金有以上弱点，并且几十年来各国也都研究不含镍的取代材料，但由于它具有优异而多样的磁性能，至今仍不能被其他软磁材料所全部替代。

表3-32 铁镍合金的牌号、热处理、特性及主要用途

牌号	热处理					特性	主要用途
	气氛	升温速度	退火温度(℃)	保温时间(h)	冷却制度		
1J46 1J50 1J54	H_2或真空	随炉	1050～1150	3～6	以100～200℃/h速度冷至300℃后出炉	饱和磁感应强度高，磁导率低，矫顽力较大	中小功率变压器、扼流圈和控制微电机等的铁心。
1J34			—	—	仿1J65	具有晶粒取向或磁场热处理后，具有磁畴取向，沿易磁化方向磁化具有矩形磁滞回线。其他磁性与1J50相近	中小功率的、高灵敏度的磁放大器，中小功率的脉冲变压器和记忆元件
1J51	H_2或真空	60～100℃/h	1050～1150	≈1	以100℃/h速度冷却至300℃后出炉		
1J52	H_2或真空	随炉	1050～1150	≈1	以100～200℃/h速度冷至300℃出炉		
1J65	第一步，H_2或真空	随炉	1000～1050	3～6	以100℃/h的速度冷却至300℃出炉	磁场热处理后获得磁畴取向，沿易磁化方向直流磁导率最高，磁滞回线呈矩形，但磁性不太稳定	中等功率的磁放大器和扼流圈，计算机的记忆元件，但合金的电阻率低，不宜在较高的频率下使用
	第二步，H_2	随炉	650	≈1	在H=1.19～1.59 kA/m (15～20Oe)中以50℃/h(或100℃/h)速度冷至300℃出炉		
1J67	第一步，H_2或真空	随炉	1100～1150	3～6	以100～200℃/h的速度冷却至300℃出炉		
	第二步，H_2	随炉	650	≈1	在H=1.19～1.59 kA/m (15～20Oe)中以30～100℃/h速度冷却到300℃出炉		

1J79	H_2或真空	随炉	1000～1150	3～6	以100～200℃/h速度冷至 300℃出炉	在低磁场下有很高的最大磁导率，起始磁导率仅次于1J85类合金，矫顽力也很低，但饱和磁感应强度不高	在低磁场下使用的高灵敏性的小型功率变压器，小功率磁放大 器，继电器，扼流圈和磁屏蔽等
1J80	H_2或真空	随炉	1000～1150	3～6	以100(200) ℃/h 速度冷 至 400(300)℃后空淬		
1J83	H_2或真空	随炉	1050～1150	3～5	以100～200℃/h速度冷至 300℃出炉		
1J76	H_2或真空	随炉	1100～1150	3～6	以100℃/h速度冷至500℃后再以10～50℃/h的速度冷至300℃出炉		
1J85	H_2或真空	随炉	厚≤0.2h，1200 厚≥0.35h，1300	≈1 3～6	以50℃/h速度冷至 475℃后随炉冷却至300(400)℃后空淬	具有最高的起始磁导率，极低的矫顽力和很高的最大磁导率，对微弱信号反应灵敏，电阻率比1J79类高，但饱和磁感应强度低，应力对磁性的影响很明显	仪表和电讯工业中的扼流圈、音频变压器、高精度电桥变压器、互感器快速磁放大器以及精密电表中的动片和定片
1J86	H_2或真空	随炉	1100～1200	3～6	以100℃/h速度冷至600℃后再以30～100℃/h的速度冷至300℃出炉		
1J77	H_2或真空	随炉	1100～1200	3～6	以100～150℃/h的速度冷至 500℃后，再以30～50℃/h的速度冷到300℃出炉		

表3-33 铁镍合

类别	牌号	静态磁特性				
		冷轧带厚 (mm)	$\mu_s \times 10^3$	$\mu_{max} \times 10^4$	H_c (A/m)	H_c (Oe)
1J50	$1J_{16}$	0.01 0.35～2.5	1.5～2 2.5～3.6	1.2～1.8 2.3～3.6	35.81～31.83 15.92～11.94	0.45～0.4 0.2～0.15
	$1J_{50}$	0.01 1.1～2.5	1.6～2.2 2.5～4.0	1.6～2.0 2.5～4.5	27.85～23.87 14.32～9.55	0.35～0.3 0.18～0.12
	$1J_{54}$	0.01～0.04 3～0.35	1.2～1.6 2.0～3.2	1.2～1.6 2.0～3.2	23.87～19.89 19.89～7.96	0.3～0.25 0.25～0.1
1J51	$1J_{34}$	0.005～0.01 0.1～0.2		5 1.1	19.89 7.96	0.25 0.1
	$1J_{51}$	0.01 0.1	0.5 0.5	2.0～2.5 5.0～5.6	39.79～23.87 15.92～14.32	0.5～0.3 0.2～0.18
	$1J_{52}$	0.02～0.04 0.05～0.1		5 7	19.89 15.92	0.25 0.2
1J65	$1J_{65}$	0.01 0.1	0.3 0.5	2.5～8.0 15～22	27.85～7.96 7.96～31.83	0.35～0.1 0.1～04
	$1J_{67}$	0.02～0.04 0.2～0.5	—	18 35	6.37 3.18	0.08 0.04
1J79	$1J_{79}$	0.01 0.35～2.5	10～12 2.2～2.4	5～7 12～20	5.57～4.77 1.59～1.19	0.07～0.06 0.02～0.015
	$1J_{80}$	0.01 1.1～2.5	16～14 2～2.5	6 8～15	4.77 3.18～11.94	0.06 0.04～0.15
	$1J_{83}$	0.01 0.1	4 6	7 18	4.77 2.39	0.06 0.03
	$1J_{76}$	0.02～0.04 0.2～0.5	15 25	6 18	4.77 1.43	0.06 0.018
1J85	$1J_{85}$	0.8～1.0	16 50	7 30	5.57 0.80	0.07 0.01
	$1J_{86}$	0.05～0.1 1.0 0.2～0.5	10 50 60	8 20 22	3.98 11.94 0.72	0.05 0.15 0.009
	$1J_{87}$	0.05～0.09 0.35～0.5	30 60	14 25	1.83 0.80	0.023 0.01

金的性能

B_s		Br/Bs(H在$\frac{1000}{4\pi}$A/m即1Oe时)	动态磁特性		
(T)	(kGs)		冷轧带厚(mm)	频率(Hz)	B_r/B_1
1.5 1.5	15 15	—	—	—	—
1.5 1.5	15 15	—	0.35 0.05	0～400 0～400	0.825 0.88
1.0 1.0	10 10	—	0.35 0.05	0～400 0～400	0.78 0.888
1.5 1.5	15 15	0.9 0.87	0.02 0.05	0～400 0～400	0.945 0.94～0.97
1.5 1.5	15 15	0.87 0.87	0.05	0～400	0.99
1.4 1.4	14 14	0.9 0.9	0.05	0～400	0.99
1.3 1.3	13 13	0.87 0.86	0.05	0～50	0.96
1.2 1.2	12 12	0.9 0.9	0.05	0～50	0.94
0.75 0.75	7.5 7.5	—	0.05	0～400	0.82
0.7～0.65 0.7～0.65	7～6.5 7～6.5	—	0.05	0～400	0.78
0.78 0.78	7.8 7.8	0.8 0.8	—	—	—
0.75 0.75	7.5 7.5	—	0.05	0～400	0.85
0.75～0.7 0.75	7.5～7 7.5	—	—	—	—
0.6 0.6 0.6	6 6 6	—	—	—	—
0.6 0.6	6 6	—	—	—	—

类别	牌号	动态磁特性			
		$\mu_s \times 10^3$	$\mu_{max} \times 10^4$	Hc_1 (A/m)	Hc_1 (Oe)
$1J_{50}$	$1J_{46}$	—	—	—	—
	$1J_{50}$	3.0～4.9 6.25～5.95	8.81～9.48 4.21～3.68	4.77～23.08 9.55～16.71	0.06～0.29 0.12～0.21
	$1J_{54}$	10.5～5.95 4.7～2.15	4.75～3.7 2.95～2.7	4.77～12.73 9.55～11.94	0.06～0.16 0.12～0.15
$1J_{51}$	$1J_{34}$	—	—	24.67～19.89 2.55～13.53	0.31～0.25 0.032～0.17
	$1J_{51}$	—	—	11.70～29.44	0.147～0.37
	$1J_{52}$	—	13～6	10.11～24.67	0.127～0.31
$1J_{65}$	$1J_{65}$	—	2.0～0.9	7.96～16.71	0.1～0.21
	$1J_{67}$	—	3.0～5.5	4.77～5.57	0.06～0.07
$1J_{79}$	$1J_{79}$	21.5～10.2	18.6～11.2	1.35～4.77	0.017～0.06
	$1J_{80}$	27～26.5	16.3～10.7	1.43～3.82	0.018～0.048
	$1J_{83}$	—	—	—	—
	$1J_{76}$	20	19.1～11.6	1.59～3.98	0.02～0.05
$1J_{85}$	$1J_{85}$	—	—	—	—
	$1J_{86}$	—	—	—	—
	$1J_{77}$	—	—	—	—

（续）

B_1		电阻率ρ($\times 10^{-6}\Omega \cdot cm$)			居里点	比 重
(T)	(kGs)	通常	冷轧态	退火态	(℃)	(g/cm^3)
—	—	45	—	—	440	8.2
1.58～1.18 1.5～1.15	15.8～11.8 15～11.5	45	41	36	500	8.2
1.1～0.795 1.11～0.78	11～7.95 11.1～7.8	90	86	85	360	8.2
1.42～1.31 1.47～1.4	14.2～13.1 14.7～14		52	51		8.7
1.54～1.49	15.4～14.9	45	41	38	500	8.2
1.45～1.38	14.5～13.8		62	59		8.25
—	—	25	—	—	600	8.25
—	—	—	—	—	—	—
0.77	7.7	55	57	61	480	8.6
0.66	6.6	63	63	66	330	8.5
—	—	—	—	—	—	—
0.77～0.68	7.7～6.8	—	50	54	—	8.5
—	—	56	—	—	400	8.85
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—

铁镍合金可按成分、性能和用途来分类。按其成分，铁镍合金大约有七十多种，工业牌号可达300多个。概括起来可将它们分成为：镍含量小于45%的低镍合金，有时加入Co20%以上和少量的Mo、Cr等元素，以提高电阻值和磁性；含Ni47～50%的镍铁合金，有时加入Mo 2～3%等元素，含Ni65%的镍铁合金，也可加入Mo、Ge等元素；含Ni70～80%的镍铁合金，可加入Mo、Cr、Cu等元素。按其用途可将它们分为：磁心材料、热磁材料、磁头材料等。

目前Ni-Fe系合金中，牌号甚多，其中主要类型及所包括的牌号、用途、磁特性及热处理见表3-32和表3-33。

四、铁铝系合金

铁铝系合金不含镍、钴等贵重金属，原料来源容易解决，价格便宜，特别是对于缺少镍、钴等资源的国家来说，显然是十分可贵的。此系列合金的特点是除了具有相当好的软磁特性外，并且电阻率高，铁损低、比重小、硬度高、耐磨性及抗振动、冲击性能也好、磁性对应力不敏感、磁时效现象轻微，有些合金还有很低的剩磁或很高的磁致伸缩等特性，因此可用来制作不同使用要求的软磁器件。

铁铝合金的最大缺点是性脆。高铝（含Al量超过10%）合金性脆，塑性降低给冷加工带来困难，这往往也限制了它们的发展和广泛应用。

铁铝合金按其用途可分为：高磁导合金（如含Al16%的铁铝合金，含Al 12%的铁铝合金）；高磁致伸缩合金（如含Al14%的铁铝合金）；高磁感合金（如含Al6%的铁铝合金）；低剩磁合金（如含Al 9%的铁铝合金）等。

表3-34列出一些铁铝(硅)合金的牌号、主要成分、特点和主要用途。表3-35给出的是铁铝合金的磁性范围及物理性能。

表3-34 铁铝合金的牌号、主要成分、特点和用途

牌　号	含铝量百分数(%)	特　点	主　要　用　途
$1J_6$	5.5～6.0	在铁铝合金中有最高的饱和磁感应强度。其磁性能不如硅钢片，但有较好的耐腐蚀性	微电机、电磁阀等的铁心
$1J_{12}$	11.6～12.4	其磁导率和饱和磁感应强度介于1J6与1J16之间，与1J50属于同类型的合金，有高的电阻率和抗应力、耐辐照等特点	控制微电机、中等功率的音频变压器、脉冲变压器和继电器等的铁心
$1J_{13}$	12.8～14.0	与纯镍比，其饱和磁感应强度高，矫顽力低，饱和磁致伸缩系数相接近，但抗腐蚀性不如纯镍	水声和超声器件，如超声清洗、超声探伤、研磨、焊接等器件
$1J_{16}$	15.5～16.3	在铁铝合金中，它的磁导率最高，矫顽力最低，但饱和磁感应强度不高	在低磁场下做小功率变压器、磁放大器、互感器、磁屏蔽等

表3-35 铁铝合金的磁性能和物理性能

牌号	厚度 (mm)	直流磁性能 $\mu_{0.4}$ (H/m)	$\mu_{0.4}$ (Gs/Oe)	$\mu_{0.8}$ (H/m)	$\mu_{0.8}$ (Gs/Oe)	最大磁导率μ_{max} (H/m)	μ_{max} (Gs/Oe)	矫顽力H_c (A/m)	H_c (Oe)
$1J_0$	0.35	—	—	—	—	0.00375～0.0075	3000～6000	32～48	0.4～0.6
$1J_{12}$	0.2～0.5	—	—	0.0025～0.0068	2000～5500	0.0188～0.0625	15000～50000	5.6～12	0.07～0.15
$1J_{13}$		—	—	—	—	0.00625～0.0125	5000～10000	48～57.6	0.6～0.72
$1J_{16}$	0.10	0.00313～0.00438	2500～3500	—	—	0.0315～0.0438	25000～35000	5.6～7.2	0.07～0.09
	0.20	0.005～0.01	4000～8000	—	—	0.0625～0.125	50000～100000	1.6～2.4	0.02～0.03
	0.35	0.005～0.01	4000～8000	—	—	0.0625～0.125	50000～100000	1.6～2.4	0.02～0.03
	0.50	0.005～0.01	4000～8000	—	—	0.0625～0.125	50000～100000	1.6～2.4	0.02～0.03

（续）

牌号	厚度 (mm)	直流磁性能 不同磁场强度下的磁感应强度值							
		B_5		B_{10}		B_{24}		B_{25}	
		(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)
$1J_6$	0.35	1.15～1.25	11.5～12.5	1.25～1.35	12.5～13.5	—	—	1.35～1.50	13.5～15
$1J_{12}$	0.2～0.5	—	—	—	—	—	—	—	—
$1J_{13}$		—	—	—	—	1.005～1.10	10.05～11	—	—
$1J_{16}$	0.10	—	—	—	—	0.75～0.93	7.5～9.3	—	—
	0.20	—	—	—	—	0.65～0.75	6.5～7.5	—	—
	0.35	—	—	—	—	0.65～0.75	6.5～7.5	—	—
	0.50	—	—	—	—	0.65～0.75	6.5～7.5	—	—

（续）

牌号	厚度 (mm)	直流磁性能						
		不同磁场强度下的磁感应强度值B_{32}		Br_{24}		Br_{32}		饱和磁致伸缩系数 λ_s
		(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	(T)	(kGs)	
$1J_6$	0.35	—	—	—	—	—	—	—
$1J_{12}$	0.2～0.5	1.10～1.30	11～13	—	—	0.25～0.50	2.5～5.0	—
$1J_{13}$		—	—	—	—	—	—	$35\sim40\times10^{-6}$
$1J_{16}$	0.10	—	—	0.37～0.44	3.7～4.4	—	—	—
	0.20	—	—	0.27～0.35	2.7～3.5	—	—	—
	0.35	—	—	0.27～0.35	2.7～3.5	—	—	—
	0.50	—	—	0.27～0.35	2.7～3.5	—	—	—

（续）

牌号	厚度 (mm)	铁损 W/kg		物理性能		
		$P_{7.5/400}$	$P_{10/400}$	电阻率 ($\times 10^{-6}\Omega \cdot cm$)	密度 (g/cm^3)	居里温度 (℃)
$1J_6$	0.35	12.0～15.0	20.5～25.0	70(退火后)	7.2	730
$1J_{12}$	0.2～0.5	—	—	100(退火后)	6.7	655
$1J_{13}$		—	—	90(退火后) 125～130(淬火后)	6.6	510
$1J_{16}$	0.10	—	—	140～160(淬火后)	6.5	400
	0.20	—	—			
	0.35	—	—			
	0.50	—	—			

五、铁钴系合金

铁钴合金是具有高饱和磁感应强度的磁性材料，含Co 35%的铁钴合金的$B_s=2.45$T(24500 Gs)，是目前具有最高饱和磁感应强度值的合金。铁钴合金具有很高的居里温度(约980℃)，这也高于目前其他种类的软磁材料。含Co 40～60%的铁钴合金具有很高的饱和磁致伸缩系数值($\lambda_s=70\sim80\times10^{-6}$)，这种合金用作磁致伸缩换能器，则有很高的能量输出。铁钴合金经磁场热处理后，成为各向异性的合金，其剩磁比(B_r/B_s)和矫顽力H_c都可进一步得以改善。此外，铁钴合金在高温下还具有良好的机械性能。

由于铁钴合金具有以上这些优点，所以这类合金很适合于做重量轻，体积小的空间技术器件，如微电机、继电器，甚至于电磁铁等等，并能在高温下使用。

铁钴合金的缺点是电阻率低，高频下铁损急增，含Co 35～50%的铁钴合金冷加工较困难，价格也高。因此一般只用于某些特殊的场合，如用于宇宙航行、人造卫星、飞机、潜艇等的仪器仪表中作电源变压器、脉冲变压器、磁放大器等等。

表3-36给出一些典型的铁钴合金的磁性能和物理性能。

铁钴合金(LJ_{22})在冲片或加工成元件后必须进行高温热处理，以提高其磁特性。通常热处理工艺为：在氢气或真空中随炉升温到850°～900℃，并在此温度保温3～6 h，而后以50°～100℃/h的速度冷却到750℃，再以180°～240℃/h的速度冷却到300℃以下出炉即可。

六、磁温度补偿合金

磁温度补偿合金的居里温度一般在25℃～200℃之间，在居里温度以下，合金的磁感应强度随温度的升高，近似线性地急剧减小。通常用磁温度补偿合金作永磁磁路的热磁补偿

表3-36 1J$_{22}$铁钴合金的磁性能和物理性能

厚度 (mm)	直流磁性能							
	不同磁场强度下的磁感应强度值							
	B_4		B_{16}		B_{40}		B_{80}	
	(T)	(Gs)	(T)	(Gs)	(T)	(Gs)	(T)	(Gs)
0.10	1.68～1.785	16800～17850	2.12～2.15	21200～21500	2.28～2.31	22800～23100	2.35～2.40	23500～24000
0.20	1.70～1.80	17000～18000	2.145～2.18	21450～21800	2.30～2.33	23000～23300	2.40～2.41	24000～24100
0.35	1.70～1.81	17000～18100	2.115～2.17	21150～21700	2.275～2.34	22750～23400	2.355～2.39	23550～23900

厚度 (mm)	矫顽力 H_c		铁损 (W/kg)				密度 (g/cm³)	居里温度 (℃)	饱和磁致伸缩系数 λ_s	电阻率ρ ($\times 10^{-6}$ Ω·cm)
	(A/m)	(Oe)	$P_{15/50}$	$P_{20/50}$	$P_{15/400}$	$P_{20/400}$				
0.10	120～148	1.5～1.85	3.54～4.74	6.32～9.05	30.15～39	48.7～63.2	8.2	980	60×10^{-6}	≈27
0.20	115.2～134.8	1.44～1.685	3.68～4.03	6.7～7.87	35.2～36.3	58.4～64.2				
0.35	123.2～135.2	1.54～1.69	3.79～4.19	6.29～8.27	45.1～51.6	77.5～88.4				

表3-37 磁温度补偿合金的牌号、性能、成分、用途、使用温度范围和退火工艺①

牌号	在磁场强度 $H=8000$ A/m 时各温度下的磁感应强度值 (T)					磁感应强度降落差(T)			主要成分				用途	使用温度范围 (℃)
	−20℃	20℃	40℃	60℃	80℃	$B_{-20\,^\circ C}-B_{20\,^\circ C}$	$B_{20\,^\circ C}-B_{40\,^\circ C}$	$B_{20\,^\circ C}-B_{80\,^\circ C}$	Ni	Al	Cr	Fe 和其他		
$1J_{30}$	0.40～0.60	0.20～0.45	—	0.02～0.13	—	—	—	—	29.50～30.50	—	—	余量	风向风速表、行波管、磁控管。	−55～+70
$1J_{31}$	0.60～0.85	0.40～0.65	—	0.15～0.45	—	—	—	—	30.5～31.50	—	—	余量		
$1J_{32}$	0.80～1.10	0.60～0.95	—	0.40～0.75	—	—	—	—	31.50～32.50	—	—	余量		
$1J_{33}$	—	0.47～0.70	—	—	0.10～0.40	—	—	0.22～0.42	32.80～33.80	1.00～2.00	—	余量	电压调节器	−40～+80
$1J_{38}$	0.40～0.50	0.30～0.38	0.20～0.30	—	—	0.10～0.20	0.10～0.18	—	37.50～38.50	—	12.50～13.50	余量	电度表、汽油表、里程速度表	−40～+60

① 将元件在保护气氛或埋入Al_2O_3粉中，加热到800～1000℃保温30～120min，然后随炉冷却。

磁分路（见本章第五节），以使永磁磁路工作气隙中的磁通密度保持不变。

磁温度补偿合金的牌号、性能、用途、使用温度及热处理工艺见表3-37；图3-67给出一些磁温度补偿合金的磁感应强度，随温度的变化曲线。

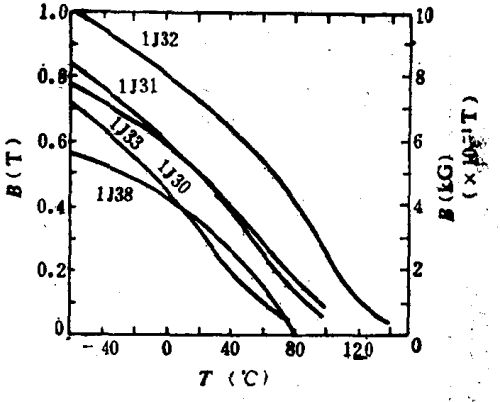


图3-67 一些热磁补偿合金的B-T曲线

七、非晶磁性材料

非晶磁性材料是新近发展起来的一类材料。它可通过快淬、真空蒸镀、化学沉积、电沉积以及等离子溅射等方法制成。这类材料与晶态合金材料相比具有许多优点。例如，它的电阻率较高，可达120～270×10^{-6}Ω·cm；矫顽力较小，经过磁场热处理的H_c可达千分之几$\frac{1000}{4\pi}$A/m (Oe)；此外还具有强度高、韧性好、耐磨、耐腐蚀等特点。另外，通过材料成分、工艺等调节，还可控制或改变磁滞回线的形状以适应各种场合的需要。这类材料可用作磁头、磁屏蔽、变压器、转换器、传感器、漏电保护器、磁开关以及其他磁性元件。非晶磁性材料的不足之处是起始磁导率低、居里温度不高，由于是处于亚稳的状态，所以稳定性也还是个问题。

非晶磁性材料有铁基材料、铁镍基材料和钴基材料等之分。

表3-38和表3-39分别给出一些非晶磁性材料的磁性、物

表3-38 一些非晶磁性材料的特点、性能和用途

代号	状态	磁性能				特点及其用途
		B_m(T)(Gs)	H_c(A/m)(Oe)	$\mu_{max}\times10^4$	P(W/kg)	
FC-11	磁场退火	0.58 (5800)	0.263 (0.0033)	116.2	$P_{1/5K=0.3}$ $P_{1/15K=1.15}$	具有高导磁和低H_c的特点，适用于高频变换器、开关电源、漏电保护开关、脉冲变压器、互感器、磁头、磁屏蔽等
FC-12	淬火	0.75 (7500)	0.796 (0.01)	50	—	
FC-13	磁场退火	0.70 (7000)	0.318 (0.004)	120	—	
FC-14	退火	0.65 (6500)	0.557 (0.007)	—	$P_{5/20K=15.4}$	
FC-21	淬火	1.00 (10000)	1.989 (0.025)	$>2\times104$	$P_{2/20K=7.5}$	具有高磁感、高导磁的特点，适用于电子器件用功率变压器、变换器、传感器等作铁心
FC-22	退火	1.20 (12000)	1.989 (0.025)	$\mu_{1K}=9.2\times104$	$P_{10/1K=3.3}$	
FC-31	退火	1.72 (17200)	1.989 (0.025)	$\mu_{800}=22\times104$	—	具有高磁感、低损耗等特点，适用于电力变压器、电磁传感器、变压器等作铁心
FC-32	退火	1.62 (16200)	3.183 (0.04)	—	$P_{2,20K=10.5}$	
FC-33	退火	1.62 (16200)	2.228 (0.028)	—	$P_{14/50K=0.285}$	
FC-34	退火	1.54 (15400)	2.228 (0.04)	—	$P_{2/20K=9.8}$	

表3-39 几种非晶软磁材料的性能

材料代号	Bs(T)(Gs)	Hc(A/m)(Oe)	最大磁导率μ_{max}或有效磁导率μ_e（f=3kHz）	居里温度Te(℃)	饱和磁致伸缩系数λ_s($\times10^{-6}$)	电阻率ρ($\times10^{-6}$ Ω·cm)	维氏硬度HV	晶化温度Tx(℃)	密度(g/cm³)
Metglas 2826	0.80 (8000)	0.716 (0.009)	$\mu_{max}=83\times10^4$	264	6±1	211	600～750	413	7.51
Metglas2826B	0.488 (4880)	1.194 (0.015)	$\mu_{max}=79\times10^4$	135	5	173	792	—	7.65
Metglas 2615	1.49 (14900)	3.979 (0.05)	$\mu_{max}=6.2\times10^4$	292	29	168	730	327	7.30
Metglas 2605	1.60 (16000)	3.183 (0.04)	$\mu_{max}=32\times10^4$	374	31	139	1100	385	7.40
AmometA	1.31 (13100)	0.477 (0.006)	$\mu_e=5000$	>380	25	160	880	400	
AmometB	0.84 (8400)	0.159 (0.002)	$\mu_e=5\times10^4$	250	±0.1	180	910	500	
AmometC	0.60 (6000)	0.080 (0.001)	$\mu_e=10\times10^4$	150	±0.1	175	900	560	

理性能和用途。

八、软磁铁氧体

软磁铁氧体的最大特点是具有高的电阻率，在20℃时它的电阻率是软磁合金材料的10^6～10^{12}倍，因而在交变场中使用具有趋肤效应和涡流损耗小的优点。另外，软磁铁氧体在高频时有较高的磁导率，所以它的使用频率很高，是高频、超高频领域中不可缺少的材料。它常被用于作滤波器、变压器、可调电感器、轭流圈、中周、偏转及天线等磁心，在高频下使用。软磁铁氧体的价格也低。

软磁铁氧体，由于是属于亚铁磁性，所以它的饱和磁感应强度很低，温度稳定性较差，因而它的使用温度极限也低；在机械性能方面，它既硬又脆、延展性极差，所以不能象软磁合金那样先做成材料而后加工成零件。软磁铁氧体的元件生产和材料生产在大多数情况下是一起完成的。

软磁铁氧体的种类十分繁多，目前不下数十种。但常见的软磁铁氧体系列有如下一些：即锰锌、镍锌、镁锌、镁锰锌、铜锌、钴锌、锂锌、镁锰及镁锰镍等等。

表3-40给出一些常用软磁铁氧体的特性，适用频率及主要用途。

由前面的介绍可知，软磁材料的系列和牌号是繁多的，它们各具特色，那么如何来选择呢？下面我们就来讨论一下选择软磁材料的原则。

如前所述，软磁材料在磁路中，通常做磁导体、铁心。因此，在选择软磁材料时要考虑的是工作磁通密度、磁导率、损耗及价格等。具体的选择原则可从应用场合和磁路对其部件或零件的要求来定，下面分别叙述。

应用场合不同，对材料性能的要求也不同，因此要根据

表3-40　一些常用软磁铁氧体的特性

牌　号	μ_i	$\alpha_\mu/\mu\times10^{-6}$ (+20～+55℃)	比损耗系数		饱和磁通密度		H_c (kA/m) (Oe)	T_c (℃)	ρ (Ω·cm)	密度 d (g/cm³)	适用频率 f (Hz)
			$tg\delta/\mu_i\times10^{-6}$	f (Hz)	B_s(T) (Gs)	H_m (kA/m) (Oe)					
R5X	5^{+2}_{-1}	−20～80	≤1800	50	0.08 (800)	7.958 (100)	3.183 (40)	≥450	10^6	4.1	200
R10X	10±2	−10～40	≤1000	10	0.25 (2500)	7.958 (100)	1.989 (25)	≥350	10^6	4.1	100
R20X	20±5	−10～25	≤300	4	0.30 (3000)	6.764 (85)	0.955 (12)	≥350	10^6	4.2	80
R30	30±7	−30～70	≤300	4	0.30 (3000)	6.764 (85)	0.796 (10)	≥350	10^6	4.4	50
R40	40±10	−30～70	≤200	2	0.32 (3200)	6.764 (85)	0.796 (10)	≥350	10^6	4.4	30
R40X	40±10	−5～20	≤160	2	0.32 (3200)	6.764 (85)	0.796 (10)	≥350	10^6	4.4	30
R60-1	60±25%	−30～70	≤200	2	0.35 (3500)	4.775 (60)	0.637 (8)	≥350	10^6	4.4	12
R60X	60±25%	0～20	≤150	2	0.35 (3500)	6.775 (60)	0.637 (8)	≥350	10^6	4.4	12
R60-2	60±25%	20～60	≤100 ≤350	1 20	0.28 (2800)	3.979 (50)	≤0.398 (≤5)	≥350	10^6	4.4	0.5～30
R100X	100±25%	—	—	—	—	—	—	—	10^6	4.5	—
R100	100±25%	8～10	≤85 ≤150	1 15	0.25 (2500)	3.979 (50)	≤0.398 (≤5)	≥300	10^6	4.6	0.5～12
R200X	200±25%	≤±5	≤60	0.2	0.26 (2600)	1.592 (20)	≤0.159 (≤2)	≥250	10^6	4.6	≤5

（续）

牌号	μ_i	$\alpha_\mu/\mu\times10^{-6}$（+20～+55℃）	比损耗系数		饱和磁通密度		H_c (kA/m) (Oe)	T_c (℃)	ρ (Ω·cm)	密度 d (g/cm³)	适用频率 f (Hz)
			$tg\delta/\mu_i\times10^{-6}$	f (Hz)	Bs(T) (Gs)	H_m (kA/m) (Oe)					
R200	200±25%	≤5	≤27	0.8	0.30 (3000)	2.387 (30)	≤0.119 (≤1.5)	≥450	10^6	4.6	0.2～8.0
R250	250±25%	30～55	≤18	0.8	0.20 (2000)	2.387 (30)	≤0.119 (≤1.5)	≥120	10^7	4.6	0.2～6.0
R400	400±25%	8～10	≤30 ≤100	0.5 2	0.28 (2800)	0.796 (10)	≤0.119 (≤1.5)	≥180	10^2	4.7	0.1～2
R800	800±20%	4	≤27	0.1	0.34 (3400)	1.194 (15)	0.032 (0.4)	≥120	10^2	4.7	0.5
R1K	1000±20%	4	≤40	0.1	0.34 (3400)	—	0.032 (0.4)	≥120	10^2	4.7	0.5
R1.5KB	1500±20%	1.5	≤13	0.1	0.41 (4100)	—	0.020 (0.25)	≥180	10^2	4.8	0.5
R2K	2000±20%	2	≤30	0.1	0.34 (3400)	—	0.032 (0.4)	≥120	10^2	4.8	0.5
R2KX	2000±20%	1	≤7.5	0.1	0.35 (3500)	—	0.020 (0.25)	≥180	10^2	4.8	0.5
R2.5KB	2500 $^{+50\%}_{-20\%}$	—	—	—	0.45 (4500)	—	≤0.016 (≤0.2)	≥230	10^2	4.8	—
R4K	4000±20%	1	≤15	0.1	0.34 (3400)	—	0.023 (0.3)	≥120	10^2	4.85	0.2
R6K	6000±20%	1	≤10	0.01	0.32 (3200)	—	0.020 (0.25)	≥120	10^2	4.9	0.2
R10K	10000±20%	0.5	≤7	0.01	0.32 (3200)	—	0.012 (0.15)	≥110	10^2	4.9	0.1

具体的应用来选择材料。

在强磁场下使用时，往往要求软磁材料在一定的频率和磁感应强度下，具有低的铁损和在一定磁场强度下有高的磁感应强度。铁损低，可降低产品的总损耗，能提高产品的效率；磁感应强度高，可缩小铁心体积、减轻产品重量，或者可节约导线，降低导体电阻引起的损耗。

在强磁场下最常用的软磁材料是硅钢片。但对于不同的产品要选取不同牌号的硅钢片。例如，电力变压器，为了减少损耗，就要选择低损耗和高磁感应强度的材料。而对于小型电机、因对铁损要求可以放宽些，所以选具有高磁感应强度的硅钢片。但对大型电机，因其铁心体积大，铁损在总损耗中所占的比例一般较高，因此对于软磁材料的铁损要有严格的要求。

在弱磁场下使用的场合，要求软磁材料具有高的磁导率和低的矫顽力。磁导率高，当线圈匝数一定时，通以不大的激磁电流就能产生较高的磁感应强度，从而能获得高的输出信号。材料的矫顽力低，磁滞回线所包围的面积就小，因而铁损也小。利用磁导率高、矫顽力低的软磁材料制作产品，可缩小尺寸、提高灵敏度。

在弱磁场下通常选用$1J_{50}$、$1J_{51}$、$1J_{79}$、$1J_{85}$等铁镍合金和$1J_{16}$铁铝合金以及冷轧单取向硅钢薄带等等。这些材料由于磁导率和磁感应强度高、矫顽力低，所以能满足弱信号下使用的要求。但对于不同的产品仍然要选用不同的材料。例如，用作磁放大器的材料，要求具有高的饱和磁感应强度，高的微分磁导率，低的矫顽力和高的剩磁比，通常选用1J55铁镍合金。电源变压器一般要求有高的饱和磁感应强度和高的磁导率材料，通常是选用冷轧单取向硅钢薄带，也有

选取$1J_{50}$铁镍合金的。而对于小功率音频变压器，因它不能有非线性失真，所以常常选用$1J_{79}$、$1J_{16}$等合金。

在高频或较高频率下使用时，要求软磁材料除磁导率高和矫顽力低外，还要求材料具有高的电阻率，以便降低涡流损耗，所以一般选取软磁铁氧体材料。

对于那些特殊应用的场合，软磁材料的选择应根据特殊的具体要求来决定。例如，用于作空间技术器件的软磁材料，除了要保证器件的性能外，还要求器件的体积小、重量轻，为此就要求选择饱和磁感应强度最高的$1J_{22}$铁钴合金等。为了制作记忆元件和开关元件，为了保证元件的状态稳定和易于辨别，就要选用具有矩形磁滞回线的铁氧体或铁镍合金。对于在自动控制系统的校正网络中，做恒电感的扼流圈铁心材料，可选用$1J_{66}$恒导磁合金。在超声技术中，如做超声波换能器等，则要选取具有高磁致伸缩系数的材料，如$1J_{22}$、$1J_{13}$或压磁铁氧体等。

根据磁路对其零部件的要求不同，对软磁材料性能的选择也不一样。对于用来制做铁心、极靴、轭铁及其他磁路零件的，应选取磁导率高的材料。对于用来制造磁屏蔽零部件的，应选取具有起始磁导率和最大磁导率同时高的软磁材料。而对于用来制造磁通集中器，如光线示波器回线极靴和医疗磁铁的极靴等，应选取具有高饱和磁感应强度的材料。对于用来制造热磁分路零件的，则应选择具有温度变化时，磁导率迅速变化的材料。用于需要同时具有磁性部分和非磁性部分的零件，例如，高速磁感发生器的极靴，就应选择具有加热时，磁性能发生不可逆变化的软磁材料。

第四章　永磁磁路的设计与计算

第一节　永磁磁路的分类及其设计基础

永磁磁路的最大特点是在磁路中，作为磁源的材料是永磁材料。永磁材料一旦被磁化，就能长期地保持很强的磁性。永磁磁路就是靠这种能够长期地保持很强磁性的永磁材料，作磁场能源来建立没有激磁电流的恒定磁场。正由于永磁磁路不需要激磁电流，所以不消耗电力、不需要激磁线圈、也无需供电系统，所以结构简单而紧凑，体积也小。图4-1是永磁式（a图）和励磁式（b图）扬声器磁路的比较。

由于永磁路具有以上特点，所以现在绝大部分励磁式

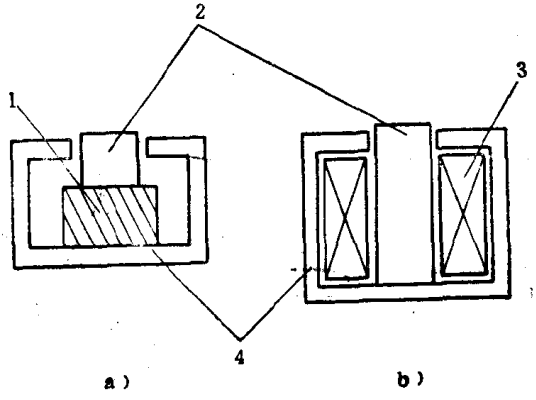


图4-1　扬声器磁路比较

a）永磁式　b）励磁式

1—永磁体　2—中心柱　3—线圈　4—轭铁

磁路已被永磁式磁路所取代。随着永磁材料的发展，永磁磁路的应用面也愈来愈广了，例如，仪器仪表、电机、无线电、通讯广播、国防等工业部门都离不开永久磁路。根据应用场合的不同，永磁磁路有许多不同的结构。归纳起来有以下三大类：

（1）静态永磁路；

（2）半静态永磁路；

（3）在电动条件下工作的永磁路。

静态永磁路是由永磁体组成的、具有固定工作间隙的，使用时保持一定工作状态的磁路。这类磁路占整个永磁路的绝大部分。它们主要用于电气仪表、扬声器、磁控管等等，图4-2为这类磁路的典型例子。图中阴影部分是一段永磁体，当永磁体具有如图所示的极性时，磁路各段上的极性分布情况如图所示。静态永磁路，由于它的工作间隙固定不变，所以永磁体所受的退磁场是恒定的，因而工作点（*D*）是在退磁曲线上。

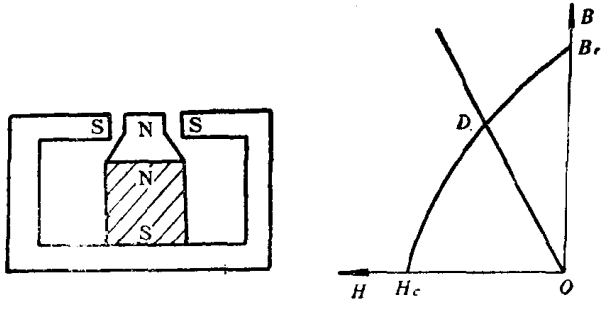


图4-2　静态永磁路

随着永磁材料的发展，静态永磁路又有外磁式和内磁式两种，如图4-3 a 、b 所示。

半静态永磁路是由永磁体组成的，磁系统本身的空隙不会变化，而在工作时，由于铁磁性工件的位置不同（吸住和放开），磁路的工作间隙要发生变化。电磁吸盘、磁性表架、磁选机、瞬动开关、磁门、磁制动器等等都是这类永磁路的例子。

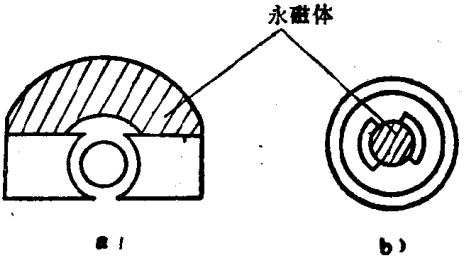


图4-3 静态永磁路的形式
a）外磁式 b）内磁式

图 4-4 给出这类磁路的典型例子。当铁磁性工件被放开时，见 a 图，磁路的工作间隙最大，由于磁路的磁阻很大，磁路工作点处在退磁曲线的 D' 点上，见图 4-4 b。当铁磁性工件被吸住时，磁路的工作间隙最小，由于磁路的磁阻最小，磁路工作点移到回复曲线的 E 点上。在具有变化工作间隙的半静态磁路中，永磁体所受到的退磁场也是变化的。

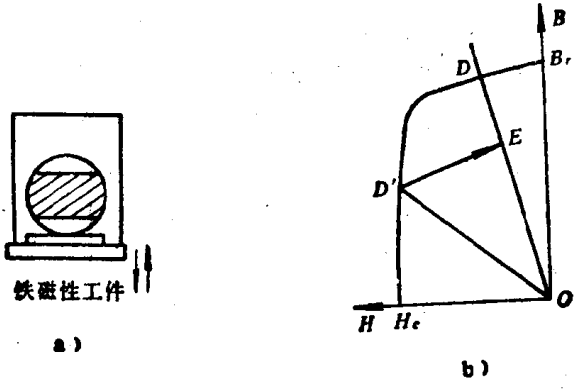


图4-4 半静态永磁路

在电动条件下工作的永磁路，其磁阻、磁通是经常变化的。利用其变化的磁通，可以把机械能转变成电能，也可把电能转变成机械能。所以它多用于永磁电机上。

图4-5示出这类永磁路的典型例子。在电动条件下工作的永磁路，见a图，除永磁体的本身退磁场在不断变化外，还有一个外加的变化磁场，所以其工作状态是不断地在$D'E$局部磁滞回线上往复移动，见b图。

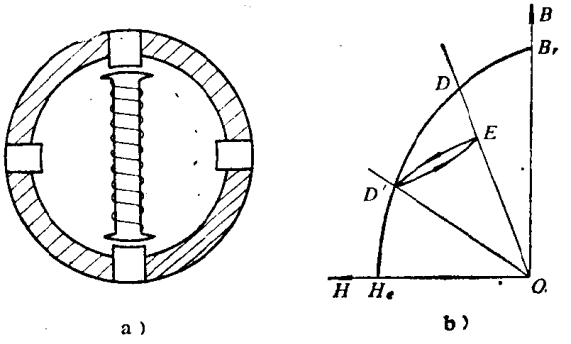


图4-5　在电动条件下工作的永磁路

在实际应用中，随着应用场合的不同，磁路的结构形式是多种多样的。然而在磁路设计和计算中，不可能对各种各样的结构形式分别进行研究，而往往是把常见的磁路结构归结为若干种较典型的类型以简化计算。这样一来，就出现了一个如何归纳各种各样的磁路，或者说对各种具体的磁路如何识别的问题。在此，我们来谈谈永磁磁路类型的识别。

图4-6为永磁磁路中几种常见的类型。图中共示出14种形式的磁路结构，将特点相近的形式归并后可归纳成五个大类，即甲、乙、丙、丁、戊等类型。确定某种形式的结构属于哪一类型的原则，通常是根据永磁体和磁体中性面与空气

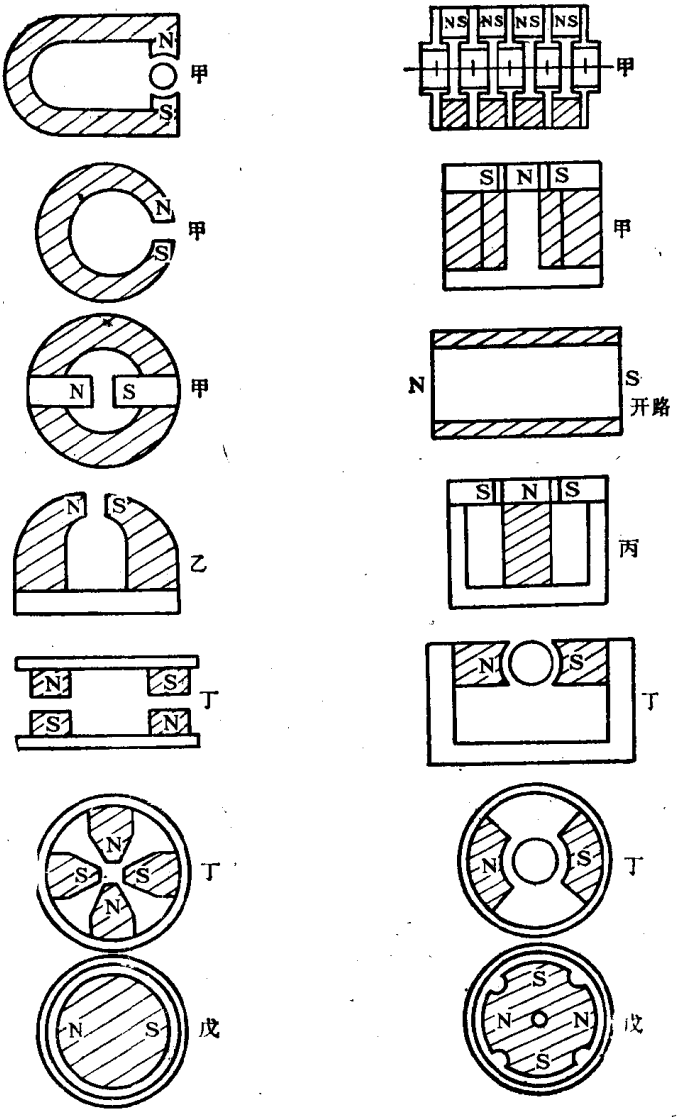


图4-6　常见的永磁磁路类型

隙的相对位置来决定的。各种类型的区分大致如下：

甲型，空气隙位于两磁钝（磁极）之间，或者磁体的中性面与该回路中磁体的几何对称面相重合。

乙型，在同一个磁回路中，有两块永磁体组成，并且两磁体的中性面与空气隙的横截面相重合。

丙型，在同一个磁回路中，只有一块永磁体，且磁体的一端就是该回路的一个磁极。

丁型，在同一个磁回路中，包含有两块永磁体，并且空气隙位于两磁体的磁极端面之间。

戊型，在同一个磁回路中，包含一块永磁体和两个空气隙，且空气隙位于该磁回路磁体的极面上。

当然一个磁系统允许有数个或更多的磁回路，同样也允许这些磁回路属于不同类型的磁路（在电磁和永磁同时存在的非静态磁路中，这种现象很多）。在这种情况下，可以取出一个或者所要研究的某些个磁回路进行设计计算。

以上所述还远不能把识别磁路类型的要点全部归纳进去，但有了这些，就便于具体问题的讨论。

永磁磁路的设计与计算任务主要有二个：其一，已知工作气隙的体积及要求的磁场，选用永磁材料、并确定磁路各部分的尺寸；其二，已知永磁材料的磁性及磁路各部分的尺寸，求工作气隙中的磁场。

设计与计算永磁路，主要是依靠两个原理，即磁通量连续原理和安培环路定理。

为了简单起见，我们考虑图 4-7 的环形磁路。利用安培环路定理，取磁场的环路积分，则有

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{\mathrm{d}l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 = 4\pi \Sigma I$$

对于永磁磁路来说，由于 $I=0$，所以有

$$H_1l_1+H_2l_2+H_3l_3=0$$

此时永磁体与磁轭交界面上出现磁极，它所产生的磁场使磁轭磁化，而对于永磁体来说则相当于一个反向加上的磁场，所以H_1与H_2、H_3方向相反。于是有

$$-H_1l_1=H_2l_2+H_3l_3$$

设H_2、H_3的方向为正，则有

$$|H_1|l_1=H_2l_2+H_3l_3 \quad (4-1)$$

因为，$B=\mu H$，$\Phi=BS$

$$|H_1|l_1=B_2\frac{l_2}{\mu_2}+B_3\frac{l_3}{\mu_3}$$

$$=\Phi_2\frac{l_2}{\mu_2S_2}+\Phi_3\frac{l_3}{\mu_3S_3}$$

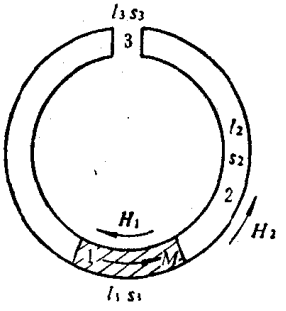


图4-7 环形永磁路

1—永磁体 2—轭铁 3—气隙

利用磁通连续原理，

$$\Phi=\Phi_1=\Phi_2=\Phi_3$$

有

$$|H_1|l_1=\Phi\left(\frac{l_2}{\mu_2S_2}+\frac{l_3}{\mu_3S_3}\right)$$

于是有

$$\Phi=\frac{|H_1|l_1}{\sum\frac{l_i}{\mu_iS_i}} \quad (4-2)$$

注意，分母中的求和不包括永磁体部分。

式（4-1）和式（4-2）就是永磁磁路的磁路定律。

根据磁路定律，当然可以对磁路进行计算和设计，但以上的都是理想的情况。在所有的磁路中都存在着漏磁，这是因为在磁路的实际两点间若有任一磁位差，就有磁通存在，

也就是说，在各段磁路之间，磁通量并不完全连续，该磁通量的大小，等于该磁位差除以磁阻或乘以磁导。漏磁与磁路的几何形状有关，磁路中各段均有漏磁存在。另外，在空隙处，磁力线会往外膨胀，因而取气隙的横截面积时，应该取得大一些。所以，实际在气隙内的磁场要小于计算值。磁路结构不同，这种偏差值也不一样，所以磁路的设计与计算都是近似的。为了尽量使计算与实际接近，通常对具体的磁路都要予以适当的修正，其修正量是通过实验来确定的。由于修正的方法不同，所以出现了许多永磁磁路的计算方法。在这一章里，我们介绍几种常用的永磁路设计与计算方法。其中有：利用磁路定律设计磁路，利用漏磁系数概念（包括磁导法、经验公式法、查阅曲线法等）设计磁路，以及应用自身退磁效应设计磁路，最后是讨论半静态和在电动条件下工作的磁路设计与计算。值得指出的是这些方法各有各的特点，或是简单、或是精确，可根据实际需要加以选用。

最后应该提一下磁路结构的合理性问题。通常磁路结构的合理性是以利用系数 E 来衡量。

$$E=\frac{B_g^2V_g}{V_m(BH)_{max}} \tag{4-3}$$

式中 B_g——工作气隙中的磁感应强度；

V_g——工作气隙的体积；

V_m——永磁体的体积；

$(BH)_{max}$——永磁体在最佳工作点时的磁能积。

显然，E 值愈大愈好，它表明磁路结构愈合理。磁路结构不同，E 值也不一样。一般希望 $E=30\sim60\%$。另外，当材料一定、尺寸一定时，必须兼顾 B_g 和 V_g，而不能单纯提高其中的某一参数。

第二节　利用磁路定律设计磁路

根据磁路定律进行磁路的设计与计算是一种常见的方法，也是最基本的。

一、无漏磁情况下的磁路设计与计算

这是一种理想的情况，实际上很少见到、甚至是不存在的。它只适用于特殊的情况，例如工作气隙很小、漏磁可以忽略不计的场合。

这种磁路设计是以磁路的基尔霍夫第一和第二定律为基础。

我们研究如图 4-8 a 所示的磁路，该磁路完全是由永磁材料构成的。设磁路的工作间隙尺寸为L_g、S_g，所需达到的磁场为H_g，而组成磁路的永磁材料退磁曲线如图4-8 b 所示，求磁路的最佳尺寸S_m、L_m。

根据基尔霍夫第一定律，$\Sigma\phi_i=\Sigma B_iS_i=0$，则有

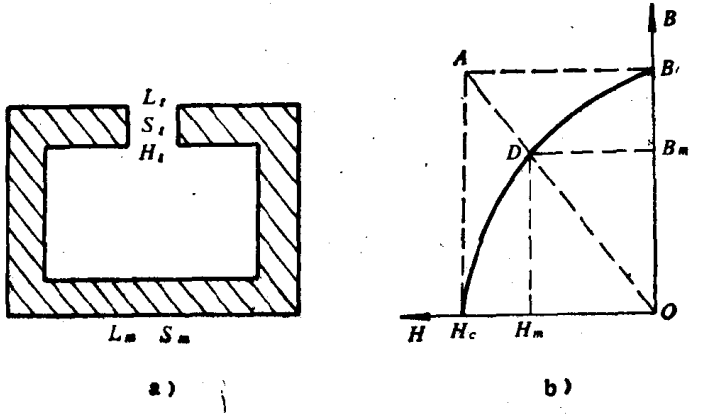


图4-8　纯永磁材料构成的永磁路

a）磁路结构　b）退磁曲线

$$B_m S_m = B_g S_g$$

因为 $B_g = \mu_0 H_g$，所以有

$$B_m S_m = \mu_0 H_g S_g \tag{4-4}$$

根据基尔霍夫第二定律，$\Sigma H_i l_i = 4\pi \Sigma N_i I_i$，则有

$$H_m L_m + H_g L_g = 4\pi \Sigma N_i I_i$$

因为磁路是由永磁体构成的，所以 $I = 0$，于是有

$$H_m L_m = -H_g L_g$$

式中的负号表示H_m和 H_g 方向相反，在计算数值时负号可去掉，于是上式变为

$$H_m L_m = H_g L_g \tag{4-5}$$

将式 (4-4) 乘以式(4-5)，得

$$\mu_0 H_g^2 L_g S_g = B_m H_m L_m S_m$$

因为 $L_g S_g = V_g$，$L_m S_m = V_m$，所以有

$$H_g^2 = \frac{1}{\mu_0} (B_m H_m) \frac{V_m}{V_g}$$

改写上式可得

$$V_m = \frac{\mu_0 H_g^2 V_g}{(B_m H_m)} \tag{4-6}$$

这是永磁体的体积，而永磁体的重量是

$$W_m = V_m \gamma = \frac{\mu_0 H_g^2 V_g}{(B_m H_m)} \gamma$$

式中 γ——永磁材料的密度。

可见，在确定的L_g、S_g及H_g的条件下，要想得到重量轻的磁体，有效的办法是使永磁体工作在最大磁能积所对应的点附近，即 $(B_m H_m)$ 的数值要尽量接近所选材料的$(BH)_{max}$。

将式 (4-5) 除以式(4-4)，可得

$$\frac{H_m L_m}{B_m S_m} = \frac{H_g L_g}{\mu_0 H_g S_g}$$

经整理后得

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\mu_0 L_m S_g}{L_g S_m} \tag{4-7}$$

由此可知，在工作间隙确定的情况下，磁路的实际工作点主要取决于永磁体的尺寸。当选择合适的永磁体尺寸比$\left(\frac{L_m}{S_m}\right)$时，可使磁体工作在最佳工作状态。

在最佳工作点处的$\frac{B_m}{H_m}$一般都近似地等于永磁材料的$\frac{B_r}{H_c}$（证明见第三章第二节）。所以永磁材料的B_r高、H_c低时，如铝镍钴磁体，形状可取细而长；而对于H_c高、B_r低的材料，如钡铁氧体磁体，形状可取短而粗。

这样，式（4-7）可改写成为

$$\frac{L_m}{S_m}=\frac{B_r L_g}{\mu_0 H_c S_g} \tag{4-8}$$

将式（4-6）乘以式(4-8)，并经整理可得

$$L_m^2=H_g^2 L_g^2\frac{B_r}{H_c(BH)_{max}}$$

于是有

$$L_m=H_g L_g\sqrt{\frac{B_r}{H_c(BH)_{max}}} \tag{4-9}$$

将式（4-6）除以式(4-8)，并经整理可得

$$S_m^2=\mu_0^2 S_g^2 H_g^2\frac{H_c}{B_r(BH)_{max}}$$

于是有

$$S_m=\mu_0 S_g H_g\sqrt{\frac{H_c}{B_r(BH)_{max}}} \tag{4-10}$$

由式（4-9）和式（4-10）可以看出，L_g、H_g、S_g是已知条件，B_r、H_c是永磁材料的特性参数，$(BH)_{max}$可从材料的退磁曲线作图得到，μ_0是空气磁导率，因此利用式（4-9）和式（4-10）可以求得磁体的最佳尺寸L_m和S_m。

如果已知磁系统的尺寸（S_m、L_m、S_g、L_g）以及永磁材料的退磁曲线，要求磁路工作气隙中的磁感应强度B_g，则可通过下列步骤求得。

将式（4-4）除以式(4-5)，则有

$$\frac{B_m S_m}{H_m L_m} = \frac{B_g S_g}{H_g L_g}$$

因为，$\mu_0 \approx 1$，所以$B_g = H_g$，于是有

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{L_m}{S_m}\frac{S_g}{L_g} \tag{4-11}$$

这实际上是磁路工作点与坐标原点连线（工作负载线）的斜率，因此有

$$\frac{B_m}{H_m} = \operatorname{tg}\theta \tag{4-12}$$

由此可求得

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B_m}{H_m}\right) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{L_m S_g}{S_m L_g}\right) \tag{4-13}$$

在永磁材料的退磁曲线上（见图4-9）作OP直线，使$\angle POH = \angle\theta$；$OP$线与退磁曲线相交于$D$点，即是磁路的工作点，查$D$点对应的纵坐标值$B_m$，即是磁路的视在磁感应强度。把磁路的视在磁感$B_m$代

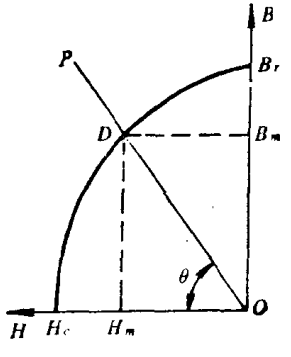


图4-9　由作图法求磁路的视在磁感应强度

入式(4-4)，可得

$$B_g=\frac{B_mS_m}{S_g}$$

这就是磁路工作气隙中的磁感应强度。

二、有漏磁情况下的磁路设计与计算

在考虑漏磁的情况时，磁体中的磁通量ϕ_m就不等于工作气隙中的磁通量ϕ_g，而应该再加上漏掉的磁通ϕ_L，即有

$$\phi_m=\phi_g+\phi_L \qquad (4-14)$$

如果令

$$\phi_L=(\sigma-1)\phi_g$$

则式（4-14）可改写成

$$\phi_m=\phi_g+(\sigma-1)\phi_g=\sigma\phi_g$$

式中 σ ——漏磁系数。

于是有

$$B_mS_m=\sigma B_gS_g \qquad (4-15)$$

另外，当磁路包含有轭铁时，利用永磁路的基尔霍夫第二定律，则有

$$H_gL_g+H_mL_m+H_{轭}L_{轭}+H_{隙}L_{隙}=0 \qquad (4-16)$$

式中 $H_{轭}$、$L_{轭}$——轭铁中的磁场强度和磁路长度；

$H_{隙}$、$L_{隙}$——轭铁与永磁体连接处气隙中的磁场强度和气隙长度。

如果令

$$H_{轭}L_{轭}+H_{隙}L_{隙}=(f-1)H_gL_g$$

则式（4-16）可改写成

$$H_gL_g+H_mL_m+(f-1)H_gL_g=0$$

$$H_mL_m+fH_gL_g=0$$

所以有

$$H_mL_m=-fH_gL_g$$

式中负号表示H_m和H_g方向相反，计算数值时负号可去掉，于是有

$$H_mL_m=fH_gL_g \tag{4-17}$$

式中 f——磁阻系数（也叫磁势损失系数）。

比较式（4-15）、式(4-17)、式(4-4)、式(4-5)，发现它们有类似的形式，只是相差一个系数。因此，可以用不考虑漏磁情况下磁路设计与计算的办法求出与式(4-9)、式(4-10）相类似的永磁体尺寸公式，即

$$L_m=fH_gL_g\sqrt{\frac{B_r}{H_c(BH)_{max}}} \tag{4-18}$$

$$S_m=\mu_0\sigma H_gS_g\sqrt{\frac{H_c}{B_r(BH)_{max}}} \tag{4-19}$$

式中，L_g、S_g、H_g、μ_0都是已知的；B_r、H_c、$(BH)_{max}$又可以从所给永磁材料的退磁曲线上求得；如果知道了磁路的σ和f值，便可从式（4-18）和式（4-19）中求出磁路的磁体尺寸L_m和S_m。因此，问题归结为如何确定磁路的漏磁系数σ和磁阻系数f。

磁阻系数f与轭铁的长短、接合处的多少、接合情况以及工作间隙的大小有关。一般地说，磁阻系数f是在1.1～1.5的范围内。对于选用铝镍钴永磁作磁体的磁路，f取1.35左右；对于钡铁氧体、钐镨钴等作磁体的磁路，f取1.1左右。

漏磁系数σ的确定是比较复杂的。由于磁路结构(尺寸、形式、磁势分布）和轭铁形状的多样化，漏磁系数σ的变化范围是很大的。其下限为2.0，上限在理论上可达到无穷大，

但在实际工程应用上，通常认为σ在2.5～10.0范围内。

在磁路设计时，合理地缩短工作间隙的距离，减少接合面，改善接合情况都有利于减少磁路中的漏磁。

对于已知磁系统的尺寸（S_m、L_m、S_g、L_g）以及永磁材料的退磁曲线，也可以用类似于无漏磁情况下的方法，求出磁路工作气隙中的磁感应强度B_g。

将式（4-15）除以式（4-17），并注意到$B_g=\mu_0 H_g=H_g$，可得

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma}{f}\frac{L_m S_g}{S_m L_g}=\operatorname{tg}\theta \tag{4-20}$$

所以有

$$\theta=\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B_m}{H_m}\right)=\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{L_m S_g}{S_m L_g}\right)\left(\frac{\sigma}{f}\right) \tag{4-21}$$

在永磁材料的退磁曲线上，作磁路的工作负载线，并使其与H轴的交角为θ。查出工作负载线与退磁曲线的交点D（磁路的工作点）所对应的视在磁感应强度B_m。把视在磁感应强度B_m代入式（4-15），可求得

$$B_g=\frac{B_m S_m}{\sigma S_g} \tag{4-22}$$

另外，还可以这样来求磁路工作气隙中的磁感应强度B_g，即把式（4-15）乘以式（4-17）可得

$$B_m S_m H_m L_m=\sigma B_g S_g f H_g L_g$$

因为 $B_g=\mu_0 H_g=H_g$，所以有

$$B_g=\sqrt{(B_m H_m)\frac{V_m}{V_g \sigma f}}$$

式中 V_m——永磁体的体积，$V_m=S_m L_m$；

V_g——磁路工作气隙的体积，$V_g=S_g L_g$；

$(B_m H_m)$——永磁体工作点所对应的磁能积。

三、实例

（一）碗形磁路的设计

设计要求：气隙长度 $L_g=2$cm、工作区间的尺寸 $D_0=6.5$cm、$D_i=4.5$cm、气隙磁场 $H_g=214.859$kA/m≙2700Oe，所选用的永磁体是铝镍钴永磁，其退磁曲线如图4-11所示。

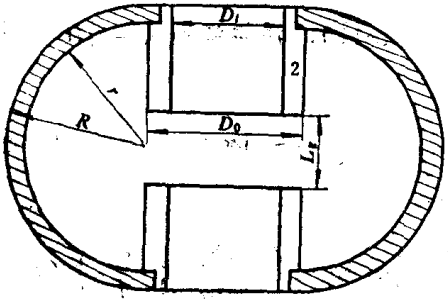


图4-10 碗形磁路
1—永磁体 2—极靴

要设计这样的磁路，不妨先来分析一下碗形磁路的特点。由图4-10不难看出，碗形磁路中的气隙是处于壳体的内部，因而气隙磁场不易受外界磁场的干扰。由于磁路中除极靴外，没有其他导磁结构件。因此，磁势损失系数 f 可取得小一些。我们取 $f=1.2$。

碗形磁路的另一个特点是漏磁通绝大部分存在于壳体的内部，并且与工作气隙的磁场方向相平行。因而，有可能在气隙内获得较均匀的磁场分布。正由于这种磁路在外部的漏磁比重较小，而内部漏磁又局限于在壳体以内有限的空间，这就在一定程度上减少了极靴和气隙周围的漏磁。因此，磁路的漏磁系数也可以取得小一些。经验证明，σ 可取在 7～8 之间，这里取其平均值7.5。

为了充分发挥永磁材料的作用，通常把工作点选在材料的最大磁能点上。对于碗形磁路用的铝镍钴永磁，其最大磁能点是 D（见图4-11），D 点对应的 $B_m=0.9$T(9000Gs)、$H_m=39.789$KA/m(500Oe)，

碗形磁路各部分的尺寸是这样来确定的。

将已知的 $l_g=2\text{cm}$、$H_m=39.789\text{kA/m}\triangleq 500\text{Oe}$、$f=1.2$、$H_g=214.859\text{kA/m}\triangleq 2700\text{Oe}$ 等数值代入下式，即可求出永磁体的长度 L_m

$$L_m=\frac{fL_gH_g}{H_m}$$

$$=\frac{1.2\times 2\times 2700}{500}$$

$$=12.96\text{cm}$$

将已知的 $D_0=6.5\text{cm}$、$D_i=4.5\text{cm}$ 代入下式，可求出气隙截面积 S_g

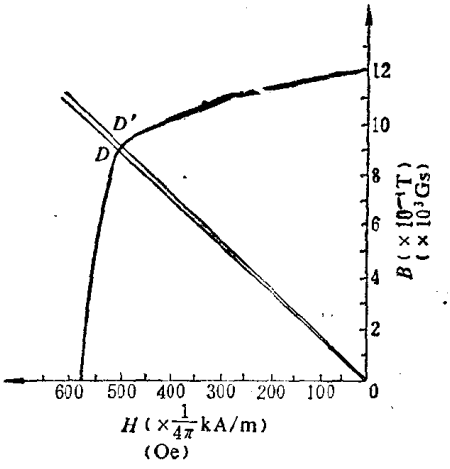


图4-11　铝镍钴永磁的退磁曲线

$$S_g=\frac{\pi}{4}D_0^2-\frac{\pi}{4}D_i^2=\frac{\pi}{4}(6.5^2-4.5^2)$$

$$=17.28\text{cm}^2$$

将已求出的 S_g、B_m、σ 及已知的 H_g 值代入下式，可求出磁体中性面的面积 S_m

$$S_m=\frac{\sigma S_gH_g}{B_m}=\frac{7.5\times 17.28\times 2700}{9000}$$

$$=38.88\text{cm}^2$$

将已求出的 L_m、S_m 及 D_0 代入下面的联立方程组并求解，可得永磁体的弧形外径 R 和内径 r

$$R+r=\frac{2L_m}{\pi}=\frac{2}{\pi}\times 12.96=8.25\text{cm}$$

$$R-r=\frac{S_m}{2L_m+D_0\pi}=\frac{38.88}{2\times 12.96+6.5\pi}=0.84\text{cm}$$

所以有

$$R=4.55\text{cm}$$

$$r=3.71\text{cm}$$

极靴的总长度 l 为

$$l=R-\frac{1}{2}L_g=4.55-\frac{1}{2}\times 2=3.55\text{cm}$$

最后将所求出的尺寸填入碗形磁路图中。

验算可通过磁导计算来进行。

为了方便磁导的计算，根据磁导约略相等的处理方法，将碗形磁体等效成两个平行相对的平面圆环，见图4-12。

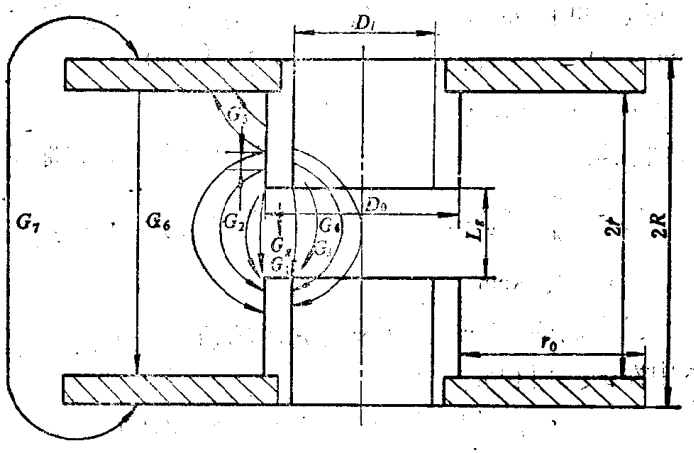


图4-12　把碗形磁体等效成两个平行相对的平面圆环

实际面积S'_m为

$$S'_m=\pi(D_0+R+r)(R-r)$$

$$=\pi(6.5+4.55+3.71)(4.55-3.71)$$

$$=38.95\text{cm}^2$$

等效长度r_0为

$$r_0=1.5r=1.5\times3.71=5.57\text{cm}$$

各处的磁导如下：

$$G_g=\frac{\pi}{4}\frac{(D_0+D_i)(D_0-D_i)}{L_g}=8.64\text{cm}$$

$$G_1=6.15\text{cm}$$

$$G_2=1.679\text{cm}$$

$$G_3=2.87\text{cm}$$

$$G_4=3.41\text{cm}$$

$$G_5=6.5\text{cm}$$

$$G_6=28.43\text{cm}$$

$$G_7=21.966\text{cm}$$

磁路的总磁导G为：

$$G=G_g+G_1+G_2+G_3+G_4+G_5+0.5(G_6+G_7)$$
$$=54.45\text{cm}$$

所以有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{L_m}{S_m}G=\frac{12.96}{38.88}\times54.45=18.149$$

于是有

$$\theta=\text{tg}^{-1}\left(\frac{B_m}{H_m}\right)=86.85^\circ$$

在图4-11的退磁曲线上，作工作负载线，使它与H轴的夹角为86.85°。工作负载线与材料的退磁曲线的交点D'即是磁路的工作点。查磁路工作点D'所对应的H'_m值为39.47kA/m (496Oe)。将H'_m值代入下式，即可求出工作气隙中的磁场强度H_g'，即

$$H_g'=\frac{L_mH'_m}{fL_g}=\frac{12.96\times496}{1.2\times2}$$
$$=2678(\text{Oe})\triangleq213.11\text{kA/m}$$

与设计要求比较偏差Δ为

$$\Delta=\frac{H_g-H_g'}{H_g}\times 100\%=\frac{2700-2678}{2700}\times 100\%$$
$$=0.8\%$$

若验算出的气隙磁场H_g'能接近设计要求的H_g值，则认为设计完成。如果验算出的H_g'与H_g偏差很大，则必需重新选定f、σ值，并重复上述步骤再进行设计和计算，一直到H_g'与H_g两值接近为止。

（二）内磁式扬声器磁路的计算

内磁式扬声器的磁路结构如图4-13所示。

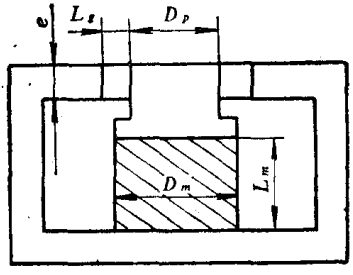


图4-13　内磁式扬声器的磁路

现已知，磁极的直径D_p=1.8 cm、工作气隙长度L_g=0.09 cm、轭铁的厚度e=0.5cm、永磁体的直径D_m=2.54cm、长度L_m=2.0cm，永磁体的材料是铝镍钴永磁，其退磁曲线如图4-14所示。求该磁路的气隙磁场H_g。

根据经验，设$f=1.2$，$\sigma=1.9$。

将已知的D_p、L_g、e数值代入下式，可求出气隙截面积S_g。

$$S_g=(D_p+L_g)\pi e$$
$$=(1.8+0.09)\times 3.14\times 0.5$$
$$=2.97\text{cm}^2$$

将已知的D_m代入下式，可求出磁体的截面积S_m

$$S_m=\frac{\pi D_m}{4}=\frac{\pi}{4}\times 2.54^2=5.067\text{cm}^2$$

将已知的L_m、L_g、σ、f、S_m、S_g代入下式，求工作负载线的斜率。

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma L_m S_g}{f L_g S_m}=\frac{1.9\times 2.0\times 2.97}{1.2\times 0.09\times 5.067}=20.62$$

所以θ角为80°13′。

在铝镍钴退磁曲线上作工作负载线并使其与H轴的交角成80°13′，工作负载线与退磁曲线的交点D就是磁路的工作点。查D点的纵坐标，可得B_m=10000Gs≙1T。将B_m值代入下式，即可求得工作气隙中的磁感B_g。

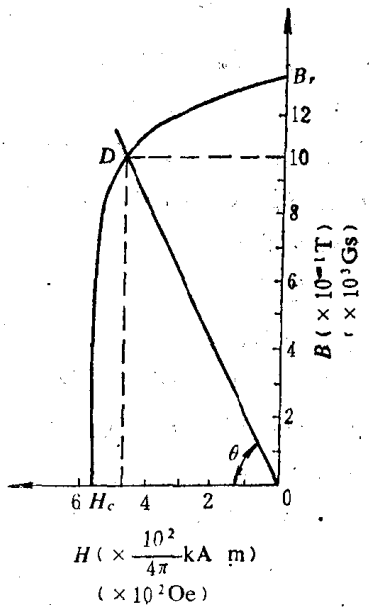


图4-14 铝镍钴永磁的退磁曲线

$$B_g=\frac{B_m S_m}{\sigma S_g}=\frac{10000\times 5.067}{1.9\times 2.97}=9248.7(\text{Gs})\triangleq 0.925\text{T}$$

因为空气隙中的磁导率$\mu_0\approx 1$，所以$B_g=\mu_0 H_g=H_g$，于是工作气隙中的磁场H_g有

$$H_g=B_g=9248.7(\text{Oe})\triangleq 735.988\text{kA/m}$$

第三节 利用漏磁系数概念设计磁路

在上一节的讨论中，我们是利用磁路定律来设计磁路的，这是磁路设计和计算的基本思想。下面再来分析磁路的两个基本方程式，即

$$S_m B_m = \sigma S_g B_g$$

$$L_m H_m = f L_g H_g$$

不难看到，方程给出了磁体主要尺寸（L_m、S_m）和材料工作点（B_m、H_m）以及气隙尺寸（S_g、L_g）与气隙磁场（H_g或B_g）之间的关系。从这两个方程中，我们还可以看到，在选定了永磁材料工作点、气隙磁场和气隙尺寸的情况下，求解永磁体的尺寸问题，实际上就是确定磁势损失系数 f 和漏磁系数 σ 的问题。

如前所述，磁势损失系数 f 也叫磁阻系数，并且可以认为 f 是与磁路的磁阻成比例的。而造成磁路磁阻变化的主要原因是磁轭和磁路各部分的接触状况。轭铁的磁导率 μ 或饱和磁感应强度 B_s 愈低，磁路的磁势损失系数 f 就愈大。如果轭铁因磁通密度过高而接近于饱和时，轭铁的磁导率 μ 就显著下降，从而引起磁路的磁阻增加。磁路各部分接触的不良也造成磁势损失。即使对接合部分进行相当精密的加工之后进行接合，也仍然存在有 0.05mm 左右的间隙。特别是铁氧体，由于制造工艺容易发生歪斜，其平面度往往遭到破坏。此外，永磁体尺寸愈大，磁路的磁势损失系数 f 也愈大。这些因素都是引起磁路的磁势损失的原因。但正如前面已经讲过的那样，通常磁路的 f 变化范围是较窄的，在 1.1～1.5 之间，而且两端的极限值是很少遇到的，因此说磁路的磁势损失系数 f 还是比较好定的。

实际上由磁体出来的磁通，除经工作间隙之外，其余的都是在磁路的其他部分漏掉了。通常称磁体内磁通与工作间隙磁通之比值为漏磁系数 σ。磁路漏磁系数 σ 的大小与磁路的结构形式和尺寸有关。磁路中的漏磁有三种形式，如图 4-15所示。

（1）工作气隙端面漏磁，如图4-15所示，在工作气隙附近呈圆弧状，工作气隙愈长，这种漏磁就愈大。可以认为，这种漏磁与工作气隙长度成比例地增加，而且还受气隙端面的形状及相对位置等因素影响。

（2）磁体表面漏磁，通常，磁体愈长，这种漏磁就愈大。

（3）轭铁间的漏磁，这种漏磁与磁体在磁路中的位置有关。磁体相对位置不同，漏磁差别也大。凡磁体越靠近工作气隙的漏磁就越小。

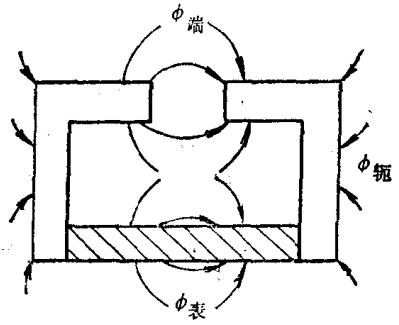


图4-15 静态磁路的漏磁情况

根据以上分析，磁路的漏磁系数σ可以表示成如下的形式

$$\sigma=\frac{\Phi_m}{\Phi_\delta}=1+\frac{\Phi_L}{\Phi_\delta}$$

$$=1+\frac{\Phi_{端}+\Phi_{表}+\Phi_{轭}}{\Phi_\delta} \qquad (4\text{-}23)$$

式中 $\Phi_{端}$——工作气隙端面漏磁通；

$\Phi_{表}$——磁体表面漏磁通；

$\Phi_{轭}$——轭铁间的漏磁通。

由于磁路两点间的磁通决定于两点间的磁势F和磁导G，即

$$\Phi=FG \qquad (4\text{-}24)$$

考虑到这种关系，式（4-23）可改写成

$$\sigma = 1 + \frac{1}{G_\delta}\left(\frac{F_{端}}{F_\delta}G_{端} + \frac{F_{表}}{F_\delta}G_{表} + \frac{F_{轭}}{F_\delta}\right) \quad (4\text{-}25)$$

式中 $F_{端}$、$G_{端}$——工作气隙端面的磁势和磁导；

$F_{表}$、$G_{表}$——磁体表面的磁势和磁导；

$F_{轭}$、$G_{轭}$——轭铁间的磁势和磁导。

式（4-25）即为磁路漏磁系数的通式。

由漏磁系数的通式可以看到如下两点：其一，当认为磁体的性能处处一致、并工作在同一工作点上时，漏磁系数σ仅仅是磁路几何形状的函数。这是因为$\frac{F_{端}}{F_\delta}$、$\frac{F_{表}}{F_\delta}$和$\frac{F_{轭}}{F_\delta}$在上述前题下仅是一个简单的比例系数，其值决定于漏磁体在磁路长度方向上所处的位置，而磁导又仅仅是几何形状的函数。

漏磁系数的这一特点，使磁路的求解问题成为一个“自治”问题。即σ值的计算依赖于磁路的具体尺寸，而磁路的具体尺寸的选定又依赖于σ值的计算。所以，在通常的设计中要采用“初定磁路”，即先假设一些尺寸，例如磁体中性面的面积，而后计算σ，并用计算所得的σ值修正磁路，并且对修正之后的磁路进行σ的再计算，直到前后两次计算出的σ值相近为止。但这种叠代计算方法并不是解决“自治”问题的唯一方法，关于其他方法，我们后面还要介绍。

其二，磁导和磁势都是随着位置而连续变化的参数。在处理具体问题时，为了方便都近似地把它们简化成集中参数进行计算。对于同一磁路，如果采用不同的简化方法，则会导致磁势比和磁导的不同表达式，因而漏磁系数σ的公式和漏磁模型是一一对应的。这种一一对应性应引起特别的注意。例如，稀土钴永磁，由于具有很大的矫顽力，使其具有

比铝镍钴永磁大得多的抗退磁能力。所以对于同一形式的磁路，由于所选用的材料不同，也会造成漏磁系数公式的明显差别。

通常漏磁系数σ的确定有磁导法、经验公式法和图算法等几种，我们将分别加以讨论。

一、磁导法

利用磁导法来确定漏磁系数σ，是把磁路等效成电路来进行计算的。即先把磁路等效成电路，接着分别计算磁路各部分的磁导，而后再根据磁路的基尔霍夫定律计算出磁路的漏磁系数σ。

设有一静态永磁路，其结构如图4-16 a所示，其等效电路如b图所示。由磁路定律可得

$$\Phi_m=\frac{F_m}{r+R+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_b}+\dfrac{1}{R_i}+\dfrac{1}{R_g}}} \qquad (4-26)$$

式中 Φ_m——磁体的总磁通；

F_m——磁路的总磁动势；

r——内阻；

R——磁体与磁轭的接触磁阻及磁轭本身的磁阻；

R_b——工作气隙上、下边沿的磁阻；

R_g——工作气隙磁阻；

R_i——磁体外侧面的磁阻。

依照磁导的定义，有

$$g_b=\frac{1}{R_b} \quad g_g=\frac{1}{R_g} \quad g_i=\frac{1}{R_i}$$

由于R_b、R_g和R_i是并联的，所以它们的合磁导为

$$G=g_b+g_g+g_l=\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_g}+\frac{1}{R_l} \tag{4-27}$$

把式（4-27）代入式（4-26）可得

$$\Phi_m=\frac{F_m}{r+R+\dfrac{1}{G}}$$

于是有

$$F_m=\Phi_m r+\Phi_m R+\Phi_m\frac{1}{G} \tag{4-28}$$

另外，由磁路定律可以直接得出

$$F_m=\Phi_m(r+R)+\Phi_g R_g \tag{4-29}$$

把式（4-28）和式（4-29）联立，可解得

$$\Phi_g R_g=\frac{\Phi_m}{G}$$

所以有

$$\frac{\Phi_m}{\Phi_g}=R_g G=\frac{1}{g_g}(g_b+g_l+g_g)$$

$$=1+\frac{g_b+g_l}{g_g}$$

根据漏磁系数的定义$\sigma=\dfrac{\Phi_m}{\Phi_g}$，所以有

$$\sigma=1+\frac{g_b+g_l}{g_g} \tag{4-30}$$

由式（4-30）可见，如果把磁路各部分的磁导都计算出来了，则磁路的漏磁系数σ便可求得。而有了漏磁系数σ，便可运用上节的方法来设计和计算磁路了。

利用磁导法设计磁路的一般步骤如下：

（1）根据设计要求（B_g、L_g、S_g）和已知永磁材料的特性，选择磁路结构形式和磁体的工作点。在选择磁路结构

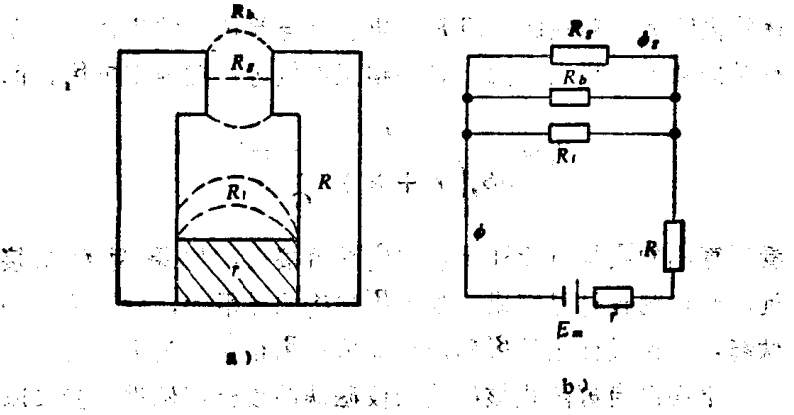


图4-16 静态磁路及其等效电路

a）磁路结构 b）等效电路

时，需结合材料的性能来考虑磁体的尺寸，并设法使磁体的位置尽量靠近工作气隙。而磁轭的尺寸要足够大，以便使通过磁轭的磁通不致于使磁轭饱和，即

$$\Phi = B_t S_t$$

式中 S_t——磁轭的横截面积；

B_t——磁轭的磁通密度。

B_t最好是相当于磁轭材料最大磁导率μ_{max}处的磁通密度。

（2）初估磁路的磁势损失系数f和漏磁系数σ值，然后利用磁路基本方程，即

$$B_m S_m = \sigma B_t S_t$$

$$H_m L_m = f H_t L_t$$

初步算出磁体的尺寸，即S_m、L_m。

（3）根据初算的S_m、L_m和相配的磁轭尺寸，计算出整个磁路的总磁导G。这是利用磁导法设计磁路工作中最繁重的部分，因为它牵涉到漏磁系数σ的计算。

（4）根据已算出的磁路总磁导G和漏磁系数σ以及磁

体的内阻 r、磁轭的磁阻 R，再加上与原选定的磁体工作点有关的数值，代入下式计算磁路工作气隙的磁通密度 B'_g，即

$$B'_g=\frac{F_m}{\sigma S_g\left(r+R+\frac{1}{G}\right)}$$

看所算出的 B'_g 与原设计要求的 B_g 是否接近，如果两数值接近，则说明设计已完成，如果 B'_g 和 B_g 偏差很大，则必需从头做起，直至设计出的 B'_g 和设计要求的 B_g 相接近为止。

下面以自屏蔽式核磁共振仪磁铁的设计实例进一步加以说明。

核磁共振波谱仪是一种大型的现代分析仪器，磁铁是该仪器的重要组成部分。为了保证仪器有高的灵敏度、分辨率和稳定性，要求磁铁应具有高的磁场强度、高的均匀性和高的稳定性。设计的具体要求是：工作气隙中的磁通密度 $B_g=1.41\text{T}\triangleq 14100\text{Gs}$、工作气隙长度 $L_g=1\text{cm}$、磁极工作面的直径 $D_g=6\text{cm}$。

为了满足仪器提出的要求，磁路结构形式选箱式自屏蔽型，因为这种形式较易加工、漏磁和受外界影响都小，如图4-17所示。

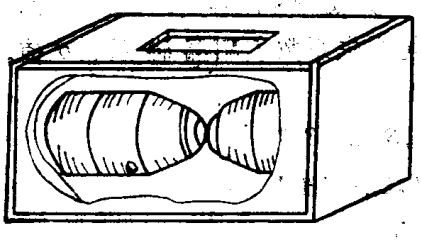


图4-17 自屏蔽式箱形磁铁结构

磁体材料选铝镍钴永磁，其退磁曲线见图4-18。考虑到磁铁的稳定性和磁老化处理，工作点选在稍高于材料最大磁能积对应的点，即 $B_m=1.22\text{T}\triangleq 12200\text{Gs}$、$H_m=39.789\text{kA/m}\triangleq 500\text{Oe}$。

根据经验，初估磁路的漏磁系数$\sigma=3.5$、磁势损失系数$f=1.2$。磁极工作面的面积S_t可由下式算出

$$S_t=\frac{\pi}{4}D_t^2=\frac{\pi}{4}\times6^2=28.3\text{cm}^2$$

利用磁路的两个基本方程，可以算出磁体的长度L_m和截面积S_m。

$$L_m=\frac{fH_tL_t}{H_m}=\frac{1.2\times14100\times1}{500}=34\text{cm}$$

$$S_m=\frac{\sigma B_tS_t}{B_m}=\frac{3.5\times14100\times28.3}{12200}=114\text{cm}^2$$

考虑到磁铁安装时，中心必需穿孔以便于固定，所以磁体的横截面积增大为123cm²，于是磁体的直径D_m为

$$D_m=\sqrt{\frac{4S_m}{\pi}}\sqrt{\frac{4\times123}{\pi}}$$

$$=12.5\text{cm}$$

磁路的其他主要参数、箱磁轭的横向内间距以及磁铁端锥度与磁极锥度等，经过反复计算比较后，选取了如图4-19所示的尺寸。

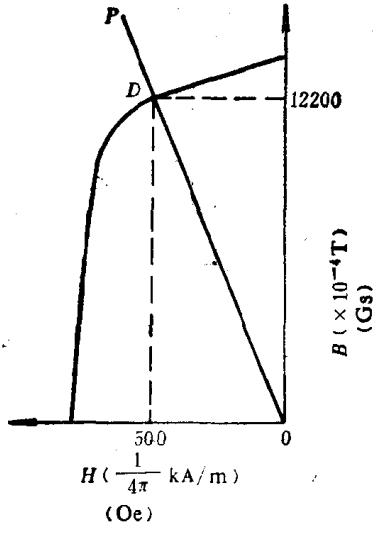


图4-18 铝镍钴永磁的退磁曲线

根据上述尺寸进行磁导计算。对于自屏蔽式箱形磁铁的空间磁通分布可划分为如图4-20所示的形式。其等效电路见图4-21。

磁铁工作间隙磁导G_t为

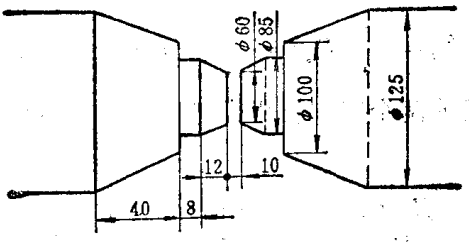


图4-19　磁铁各部分的初定尺寸

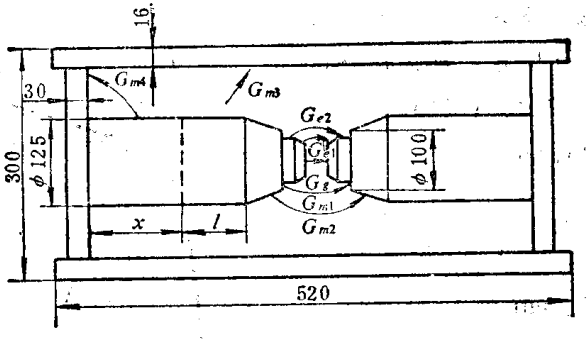


图4-20　磁路的空间磁通分布

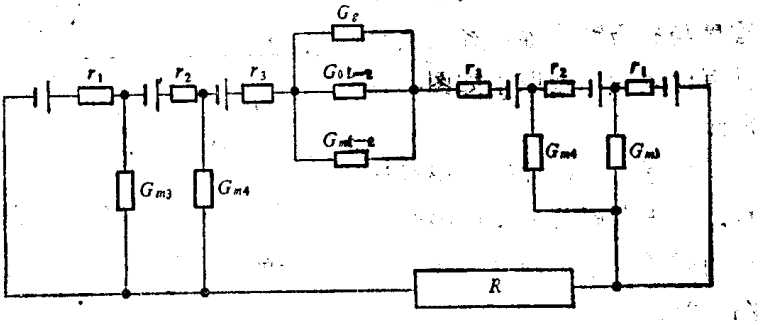


图4-21　磁铁的等效电路

$$G_g=\frac{\pi D_g^2}{4L_g}=\frac{\pi\times 6^2}{4\times 1}=28.27\text{cm}$$

极头锥形表面间的磁导G_{g_1}，可把两个相对的圆锥等效为两个圆柱表面间的磁导来计算，等效的条件是两者体积相等，如图4-22所示。因此有

$$\pi\left(\frac{8.5}{2}\right)^2 x_1=\frac{1}{3}\pi\times 1.2\left[\left(\frac{8.5}{2}\right)^2+\left(\frac{6}{2}\right)^2+\frac{8.5\times 6}{4}\right]$$

可解得$x_1=0.882\text{cm}$。

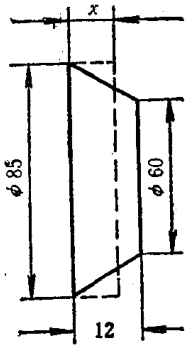


图4-22 把圆锥台形等效成圆柱形

对于两圆柱形表面间的磁导G有如下的公式（见图4-23）：

$$G=\frac{\pi\sqrt{y^2-x^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)}\quad(\text{当}\ y>x\ \text{时})$$

$$G=\pi x\quad(\text{当}\ y=x\ \text{时})$$

$$G=\frac{\pi\sqrt{y^2-x^2}}{\ln\left[\frac{x+\sqrt{y^2-x^2}}{y}\right]}\quad(\text{当}\ y<x\ \text{时})$$

式中

$$y=\frac{d}{2}\ln\left[1+\frac{2(x+\sqrt{x^2+xL_g})}{L_g}\right]$$

对于$d_1=8.5\text{cm}$、$x_1=0.882\text{cm}$、$L_{g1}=2\times(1.2-0.882)+1=1.636\text{cm}$，于是有

$$y_1=\frac{8.5}{2}\ln\left[1+\frac{2(0.882+\sqrt{0.882^2+0.882\times 1.636})}{1.636}\right]$$

$$=5.78\text{cm}$$

因为$y_1>x_1$，所以G_{e1}有

$$G_{e1}=-\frac{\pi\sqrt{y_1^2-x_1^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1}{y_1}\right)}=\frac{\pi\sqrt{5.78^2-0.882^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{0.882}{5.78}\right)}=12.66\text{cm}$$

极头锥面后的圆柱表面间的磁导G_{e2}，这里的$x_2=0.8\text{cm}$，$d_1=8.5\text{cm}$、$L_{g2}=2\times1.2+1=3.4\text{cm}$，于是有

$$y_2=\frac{8.5}{2}\ln\left[1+\frac{2(0.8\sqrt{0.8^2+0.8\times3.4})}{3.4}\right]=2.64\text{cm}$$

所以有

$$G_{e2}=\frac{\pi\sqrt{y_2^2-x_2^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{x_2}{y_2}\right)}=\frac{\pi\sqrt{2.64^2-0.8^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{0.8}{2.64}\right)}=6.26\text{cm}$$

磁体未被极头覆盖住的部分，两相对圆环面之间的磁导G_{m1}（见图4-24）为

$$G_{m1}=\frac{\pi(d_1^2-d_2^2)}{4L_{g3}}$$

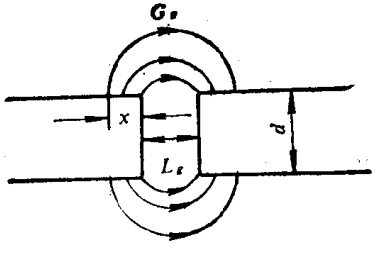


图4-23　两圆柱形表面间的磁导

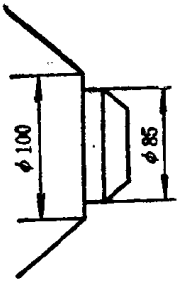


图4-24　磁体未被极头覆盖部分的磁导

式中的 $d_1=8.5\text{cm}$、$d_2=10\text{cm}$、$L_{g3}=2\times(0.8+1.2)+1=5\text{cm}$，于是有

$$G_{m_1}=\frac{\pi(10^2-8.5^2)}{4\times 5}=4.36\text{cm}$$

磁体圆锥台面（见图4-25）之间的磁导 G_{m_2}，其计算方法与 G_{e_1} 相似。

$$\pi\left(\frac{12.5}{2}\right)^2 x_2=\frac{1}{3}\pi\times 4\left[\left(\frac{12.5}{2}\right)^2+\left(\frac{10}{2}\right)^2+\frac{12.5\times 10}{4}\right]$$

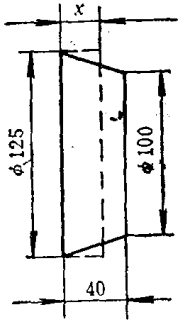


图4-25 把磁体圆锥台形等效成圆柱形

由上式可解得

$$x_2=3.25\text{cm}$$

这样有

$$L_{t4}=2\times[(4-3.25)+0.8+1.2]+1=6.5\text{cm}$$

$$y_3=\frac{12.5}{2}\ln\left[1+\frac{2\times(3.25+\sqrt{3.25^2+3.25\times 6.5})}{6.5}\right]$$

$$=8.23\text{cm}$$

于是有

$$G_{m2}=\frac{\pi\sqrt{8.23^2-3.25^2}}{\cos^{-1}\left(\frac{3.25}{8.23}\right)}=20.39\text{cm}$$

磁体根部圆柱表面与箱形磁轭端板之间的磁导 G_{m3}，如图4-26所示，它可按下式来计算。

$$G_{m3}=3.3\left(\frac{d_3}{2}+0.425x_3\right)$$

式中 $d_3=12.5\text{cm}$，x_3 的长度确定原则是弧 $\widehat{AB}\leqslant\frac{h}{2}-$

$\frac{d_3}{2}$，而 $h=30-3.2=26.8$cm，所以

$$x_3=\frac{h-d_3}{\pi}=\frac{26.8-12.5}{\pi}=4.55\text{cm}$$

于是有

$$G_{m3}=3.3\left(\frac{12.5}{2}+0.425\times4.55\right)=27\text{cm}$$

磁体外圆柱表面与箱形磁轭之间的磁导G_{m_4}，见图4-26。为了简化计算采用等效为两个同心圆柱体表面间的磁导来算，即

$$G_{m_4}=\frac{2\pi l}{\ln\frac{h}{d_3}}$$

式中，$l=17-x_3-4=17-4.55-4=8.45$cm

这样有

$$G_{m_4}=\frac{2\pi\times8.45}{\ln\left(\frac{26.8}{12.5}\right)}=69.6\text{cm}$$

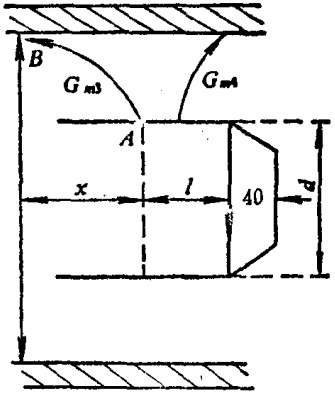


图4-26 磁体外圆柱面与磁轭间的磁导

由图4-21磁路的等效电路中可以看到，磁导G_δ、$G_{\sigma1}$、$G_{\sigma2}$、G_{m_1}和G_{m_2}是并联的，G_{m_3}和G_{m_4}也是并联的，而后两者是串联的。另外，G_{m3}和G_{m_4}两端的磁动势比总磁动势小，为了使其两端的磁动势等效于总磁动势，则需使其磁导减小0.5倍（磁阻增加一倍，以便磁流与原来的相同）。这样，整

个磁路的总磁导G便为

$$G=G_g+G_{l_1}+G_{l_2}+G_{m_1}+G_{m_2}+\frac{1}{4}(G_{m_3}+G_{m_4})$$

$$=28.27+12.66+6.26+4.36+20.39+\frac{1}{4}(27+69.6)$$

$$=96.09\text{cm}$$

根据漏磁系数σ的定义有

$$\sigma=\frac{\Phi_m}{\Phi_g}=\frac{\Sigma F_iG_i}{F_gG_g}$$

而从以上的磁导计算过程中可知，各部分的漏磁导都已等效地转移到工作间隙的端部，即各磁导对应的磁动势均为磁极间的总磁动势F_g，于是有

$$\sigma=\frac{G}{G_g}=\frac{96.09}{28.27}=3.4$$

永磁体的工作点可由磁路的两个基本方程求得

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma S_gL_m}{fS_mL_g}=\frac{3.4\times28.3\times34}{1.2\times114\times1}=23.91$$

在铝镍钴永磁的退磁曲线图(图4-18)上，做工作负载线PO使其斜率为23.91，PO线与退磁曲线的交点D即为永磁体的工作点。由图可查得D点对应的$B_m=1.2\text{T}\triangleq12000\text{Gs}$、$H_m=39.789\text{kA/m}\triangleq500\text{Oe}$。

磁路工作间隙的磁感应强度B_g为

$$B_g=\frac{B_mS_m}{\sigma S_g}=\frac{12000\times114}{3.4\times28.3}=14217\text{Gs}\triangleq1.4217\text{T}$$

这个结果与原设计要求的工作气隙磁通密度十分接近，所以设计可用。

二、经验公式法

经验公式法确定漏磁系数σ，是先加工一批尺寸比不同的磁体、磁轭，并按一定的磁路形式装配起来，而后测量其

气隙中的磁通密度，最后再根据磁体的某些特性，找出与磁路各部分尺寸的关系公式。当然，不同的磁路结构，其漏磁系数σ的经验计算公式不同；就是对于同一结构的磁路若采用不同类型的永磁材料，其漏磁系数σ的经验计算公式也不尽相同。下面给出一些常见的磁路结构及其对应的漏磁系数σ的经验计算公式。

对于如图4-27所示的结构形式：

无极靴时

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \times 0.75 L_m \sqrt{\frac{U_m}{C} + 0.25}$$

有极靴时

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \left(\frac{1.7 U_b b}{b + L_g} + 0.75 L_m \sqrt{\frac{U_m}{C} + 0.25} \right)$$

式中 U_b——极靴的横截面周长；

C——两牛角磁体脚之间的距离；

L_m——牛角形磁体的全长；

U_m——磁体平均横截面的周长；

b——极靴的厚度。

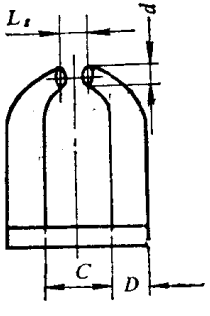


图4-27 牛角形磁路

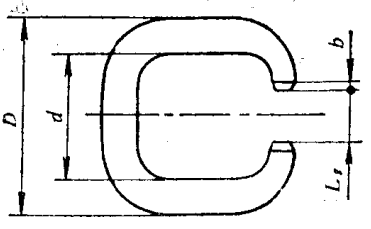


图4-28 C形磁路

对于如图4-28所示的结构形式：

无极靴时

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S}\ \frac{1.1U_m + 0.67a}{0.67a + L_g}\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

有极靴时

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left[\frac{1.7U_b b}{b + L_g} + \frac{1.1U_m \times 0.67a}{0.67a + L_g + 2b}\left(1 + \frac{L_g}{a}\right)\right]$$

式中 $a = \frac{\pi}{6}(D + d - 2L_g)$；

b ——极靴厚度；

U_b——极靴横截面的周长；

U_m——磁体平均横截面的周长。

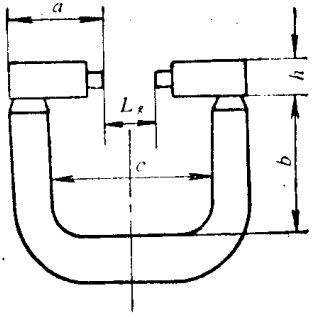


图4-29 马蹄形磁路

对于如图4-29所示的结构形式：

单马蹄形的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g - 0.4Sg_0}\left(\frac{1.7U_a a}{a + L_g} + 1.4h + 0.94b\sqrt{\frac{U_b}{C} + 0.25}\right)$$

双马蹄形的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g - 0.4S_{g0}}\left(\frac{1.7U_a a}{a + L_g} + 1.4h + 1.88b\sqrt{\frac{U_b}{C} + 0.25}\right)$$

式中 U_a——极靴平均横截面周长；

U_b——磁体 b 部平均横截面周长；

S_{g0}——极靴孔面积。

对于如图4-30所示的结构形式则有

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g - 0.4S_{g0}}\left[\frac{1.7U_b b}{b + L_g} + \frac{2.2U_m \times 0.67a}{0.67a + L_g + 2b} \times \left(1 + \frac{L_g}{a}\right)\right]$$

式中 U_m——磁体平均横截面周长；

U_b——极靴平均横截 面周长；

S_{g0}——极靴孔 面积；

$$a = \frac{\pi}{6}(D + d - 2L_g).$$

对于如图4-31所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \times 1.1U_a \frac{0.67a}{0.67a + L_g}\left(1 + \frac{L_g}{a}\right)$$

磁体材料是钡铁氧体恒磁的

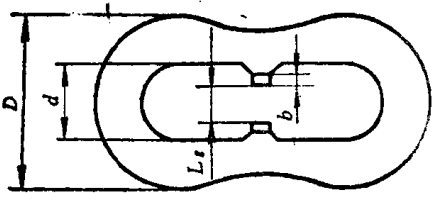


图4-30 双马蹄形磁路

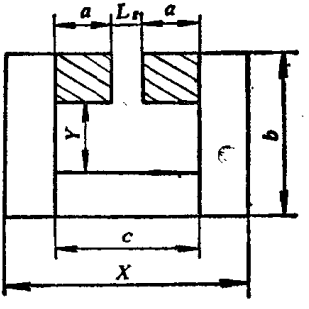


图4-31 C型磁路

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} 1.1 U_a \left(\frac{0.67a}{0.67a + L_g} + \frac{L_g}{2a} \right)$$

式中 U_a——磁体的横截面周长；

a——磁体的长度。

对于如图4-32所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \left(1.7 U_a \frac{a}{a + L_g} + 0.64 b \sqrt{\frac{U_b}{C}} + 0.25 + 0.33 U_b \right)$$

磁体材料是钡铁氧体恒磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \left[1.7 U_a \frac{a}{a + L_g} + 0.67 \left(1.4 \times 0.67 b \times \sqrt{\frac{U_b}{c}} + \frac{c}{2b} U_c \right) \right]$$

式中 U_a——极靴的横截面周长；

a——极靴的长度；

b——磁体的长度；

c——磁轭的长度；

U_b——磁体的横截面周长；

U_c——磁轭的横截面[illegible]，

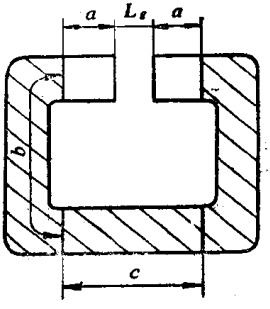


图4-32 C形磁路

对于如图4-33所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a\frac{a}{a+L_g} + 1.4b\frac{U_b}{c} + 0.25 + 0.67U_c\right)$$

磁体材料是钡铁氧体的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a\frac{a}{a+L_g} + 1.4b\frac{U_b}{c} + 0.67U_c\right)$$

式中 U_a——极靴的横截面周长；

U_b——磁轭的横截面周长；

U_c——磁体的横截面周长；

a——极靴的长度；

b——磁轭的长度；

c——磁体的长度。

对于如图4-34所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

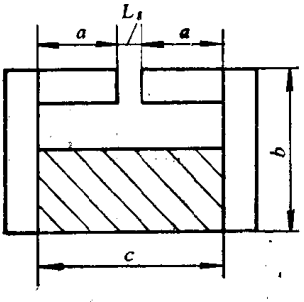


图4-33 C形磁路

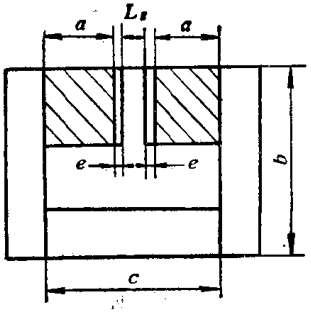


图4-34 C形磁路

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \times 1.7U_a\left[\frac{e}{e+L_g} + 0.67\frac{0.67a}{0.67a+L_g+2e} \times \left(1 + \frac{L_g+2e}{a}\right)\right]$$

磁体材料是钡铁氧体恒磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_\delta}{S_\delta}\left[1.7U_a\left(\frac{e}{e+L_\delta}+0.67\frac{0.67a}{0.67a+L_\delta+2e}+0.67\frac{L_\delta}{2a}\right)\right]$$

式中 e——极靴的长度；

a——磁体的长度；

U_a——磁体横截面的周长；

S_δ——气隙截面积，对于钡铁氧体恒磁做磁体的磁路，极靴是台形的，所以S_δ为台形气隙的截面积。

对于如图4-35所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_\delta}{S_\delta}\left(1.7U_a\frac{a}{a+L_\delta}+1.4h+0.94b\sqrt{\frac{U_a}{c}+0.25}\right)$$

磁体材料是钡铁氧体恒磁的

$$\sigma = 1+\frac{L_\delta}{S_\delta}\left\{1.7U_a\left[\frac{a}{a+L_\delta}+1.4\left(h+0.46b\right)\sqrt{\frac{U_a}{b}}+\frac{0.67cU_b}{2(b+2h)}\right]\right\}$$

式中 a——极靴的长度；

b——磁体的长度；

c——磁轭的长度；

h——极靴的宽度；

U_a——极靴的横截面周长；

U_b——磁体的横截面周长；

U_c——磁轭的横截面周长。

对于如图4-36所示的结构形式：

磁体材料是铝镍钴永磁的

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g}\left(1.7U_a\frac{a}{a+L_g} + 0.94b\sqrt{\frac{U_b}{c}+0.25}\right)$$

式中 a——极靴的长度；

b——磁体直部分的长度；

c——磁体弯曲部分的长度；

U_a——极靴横截面的周长；

U_b——磁体的横截面周长。

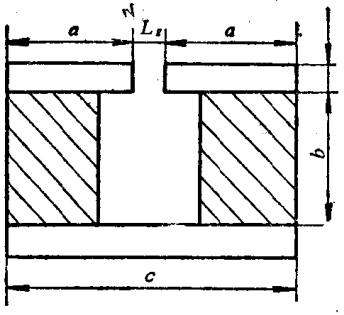


图4-35 C形磁路

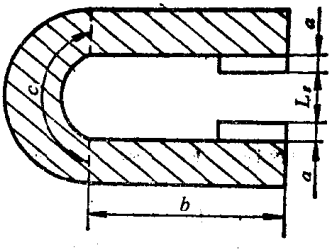


图4-36 马蹄形磁路

有了漏磁系数σ的计算公式之后，就不难进行一些具体磁路的设计和计算。利用经验公式法设计磁路的步骤大致如下：

（1）根据设计要求（B_g、S_g、L_g等）和已知永磁材料的特性，选择磁路的结构形式。在选择磁路结构形式时，需结合材料特性来考虑磁体的尺寸。为了减少磁势损失，要保证磁轭的尺寸足够大，磁轭的磁感应强度值应尽量相应于磁

轭材料最大磁导率μ_{max}所对应的磁感应强度，并且尽量使永磁体靠近工作气隙。

（2）选定磁体的工作点，如果是选永磁材料最大磁能积点作工作点，可在选定材料的退磁曲线上，用作图法求取，并从该图上可求得工作点所对应的磁感应强度B_m和磁场强度H_m。

（3）假定已知磁路的磁势损失系数f，并代入下式，可求出磁体的长度L_m

$$L_m=\frac{fH_gL_g}{H_m}$$

（4）假定磁体中性面的面积为S_m，然后根据S_m、L_m作初步外形安排并画出磁路草图。

（5）针对已画出的磁路草图，计算漏磁系数σ。

（6）将已算出的漏磁系数σ和磁体工作点所对应的磁感应强度B_m值，代入下式求出磁体中性面的面积S'_m

$$S'_m=\frac{\sigma B_gS_g}{B_m}$$

如果计算出来的S'_m值与前面所假定的S_m值近似相等时，则磁路设计可告完成。若S'_m与S_m两值相差太大，则要按计算值重新画磁路草图，并重复（5）、（6）步骤，直至前后两次的结果相近为止。

下面举个实例进一步加以说明。

设计一个磁控管用的磁路，要求工作气隙的长度L_g=1.2cm、极靴端面直径D_g=1.9cm、极靴内孔直径D_{g0}=0.45cm、老化前工作间隙中的平均磁通密度B_g=0.48T(4800Gs)。

磁控管是一种重入式谐振型正交场振荡器，是微波技术

中的一种高功率源。磁路是磁控管的重要组成部分，由它提供互作用空间所需要的磁场。通常要求有一个恒定的、分布合适的和均匀的磁场，而且磁场的稳定性要高。所以选用居里温度高的铝镍钴永磁。由于铝镍钴永磁用来作磁体时，希望长径比大些，所以选择双E形磁路，其结构形式如图4-37所示。双E形磁路是由两块E形磁体组合而成的，因而结构紧凑、漏磁较小。

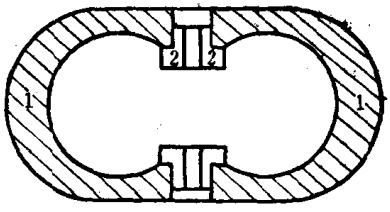


图4-37 双E形磁路
1—永磁体 2—极靴

为了使磁体工作时保持性能稳定，一般工作点选在材料最大磁能积对应点的上方，这里取$\frac{B_m}{H_m}=21$。在铝镍钴永磁的退磁曲线上，作斜率$\frac{B_m}{H_m}=21$的工作负载线，如图4-38所示。工作负载线和退磁曲线的交点D即是磁路的工作点。可查得对应于D点的磁感应强度$B_m=0.87\text{T}(8700\text{Gs})$、磁场强度$H_m=32.63\text{kA/m}(410\text{Oe})$。

对于包含有极靴的双E形磁路，虽然它的工作气隙不大，但除了磁体中性面有一对接触面外，还要考虑到软铁极头也会引起磁势损失，所以f一般要取在1.3～1.4之间，这里取$f=1.35$。

把已知的f、B_g、L_g和H_m值代入下式，可求得磁体的平均长度L_m，注意$B_g=\mu H_g=H_g$。

$$L_m=\frac{fH_gL_g}{H_m}=\frac{fB_gL_g}{H_m}=\frac{1.35\times1.2\times4800}{410}=19\text{cm}$$

磁体的中性面面积S_m是利用下式来求的，

$$S_m=\frac{\sigma S_g B_g}{B_m}=\frac{\sigma\frac{\pi}{4}D_g^2 B_g}{B_m} \qquad (4\text{-}31)$$

由公式（4-31）可知，要求解S_m，必需先知道漏磁系数σ，对于双E形磁路，漏磁较小，这里取$\sigma=11$。

将初步估计的σ值和已知的S_g、B_g及B_m值代入式（4-31），即可求出S_m值。

$$S_m=\frac{11\times\frac{\pi}{4}\times1.9^2\times4800}{8700}$$

$=17.2\text{cm}^2$

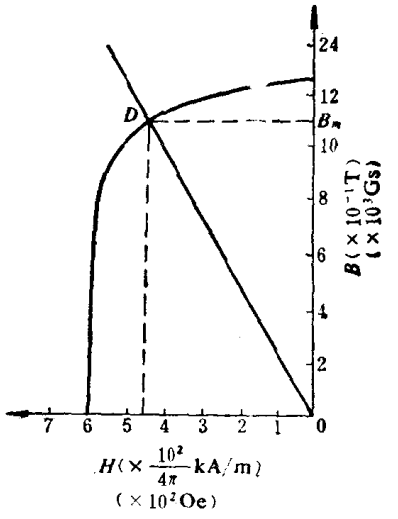


图4-38 含有极靴的双E形磁路的工作图

根据已知的和已求出的数据设计磁路，并作出磁路草图，如图4-39所示。

图4-39中有关的尺寸如下：

$D=8.2\text{cm}$，$D_g=1.9\text{cm}$，$D_{g0}=0.45\text{cm}$，$d=4.6\text{cm}$，$b=0.53\text{cm}$，$L_g=1.2\text{cm}$，$z=2\text{cm}$，$g=3.1\text{cm}$，$l=4.4\text{cm}$。

根据磁路部分草图所示的尺寸，利用双E形磁路漏磁系数的公式，就不难算出磁控管用磁路的σ值。

由上面给出的数据可得：

磁体的平均横截面的周长U_m

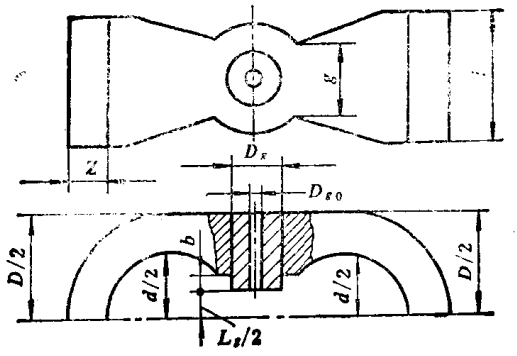


图4-39　磁控管用双E形磁路部分草图

$$U_m=\frac{2(e+z)+2(g+D_g)}{2}$$

$$=\frac{2(4.4+2)+2(3.1+1.9)}{2}$$

$$=11.4\text{cm}$$

极靴的平均横截面周长U_b

$$U_b=\pi D_g^2=\pi\times 1.9^2$$

$$=5.96\text{cm}$$

极靴孔的面积S_{g0}

$$S_{g0}=\frac{1}{4}\pi D_{g0}^2=\frac{1}{4}\times\pi\times 0.45^2=0.15\text{cm}^2$$

$$a=\frac{\pi}{6}(D+d-2L_g)=\frac{\pi}{6}(8.4+4.6-2\times 1.2)$$

$$=5.55\text{cm}$$

将以上求出的数值和已知的L_g、S_g等值代入下式，便可求得磁路的漏磁系数σ。

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g - 0.4S_{g0}}\left[\frac{1.7U_b b}{b + L_g} + \frac{2.2U_m \times 0.67a}{0.67a + L_g + 2b}\right.$$
$$\left.\times\left(1 + \frac{L_g}{a}\right)\right] = 1 + \frac{1.2}{2.84 + 0.4 \times 0.15}$$
$$\times\left[\frac{1.7 \times 5.96 \times 0.53}{0.53 + 1.2} + \frac{2.2 \times 11.4 \times 0.67 \times 5.55}{0.67 \times 5.55 + 1.2 + 2 \times 0.53}\right.$$
$$\left.\times\left(1 + \frac{1.2}{5.55}\right)\right] = 10.6$$

将已算出的σ值和已知的S_m、B_m、S_g值代入下式，便可求出磁路气隙中的磁通密度B_g

$$B_g = \frac{S_m B_m}{\sigma S_g} = \frac{17.2 \times 8700}{10.6 \times \frac{\pi}{4} \times 1.9^2} = 4979(\text{Gs}) \triangleq 0.4979\text{T}$$

求出的这个B_g值与原设计要求的气隙磁通密度较为接近，因此上面的设计可用。倘若两者偏差很大，则必需重新估计漏磁系数σ，并重复以上步骤，直至设计出的气隙磁通密度与原设计要求的气隙磁通密度相接近为止。

由上可知，利用经验公式确定漏磁系数σ来设计磁路的方法，实际上是一种叠代计算过程。这种方法有时显得很麻烦，这是因为它往往要经过2～3次，甚至更多的次数计算才能确定好磁体的中性面面积。下面介绍一种能通过一次计算确定磁体中性面面积的方法。

在公式（4-31）中，有两个参数是未知的，即漏磁系数σ和磁体中性面面积S_m。但这两个参数都仅仅是几何尺寸的函数。对于一个具体的磁路进行设计时，可根据设计要求和需要，将一切能够定下来的尺寸都尽量地定下来，最后只剩下一个尺寸待定，而该尺寸既包含在磁体中性面面积S_m里，又包含在漏磁系数σ里。这样式（4-31）就变成了一个一元

一次方程。求解这个方程，就能求得待定的尺寸，于是磁体中性面的面积也就能一次地求出了。下面我们以牛角形磁路（见图4-27）略加说明。

对于不带极靴的牛角形磁路，其漏磁系数σ的经验计算公式是

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \times 0.75 L_m \sqrt{\frac{U_m}{c} + 0.25} \qquad (4-32)$$

式中 L_m——磁体的全长；

U_m——磁体平均横截面的周长。

而U_m又有如下的关系式

$$U_m = 2\tau\left(\frac{R+r}{2}\right) = \pi(R+r) \qquad (4-33)$$

式中 R——磁体最大截面的半径；

r——磁体端面的半径。

将式（4-33）代入式(4-32)，可得

$$\sigma = 1 + \frac{L_g}{S_g} \times 0.75 L_m \sqrt{\frac{\pi(R+r)}{c} + 0.25} \qquad (4-34)$$

而磁体的中性面面积S_m可表示为

$$S_m = \pi R^2 \qquad (4-35)$$

把式（4-34）、式（4-35）代入式（4-31），可得

$$\pi R^2 = \left[1 + \frac{L_g}{S_g} \times 0.75 L_m \sqrt{\frac{\pi(R+r)}{c} + 0.25}\right] \times \frac{S_g B_g}{B_m} \qquad (4-36)$$

式中，L_g、S_g、B_g是设计要求的，L_m、B_m是在确定S_m前求出

的，r、c（两牛角磁体脚之间的距离）根据实际需要而定，所以式中仅有R待定。解此方程式（必要时也可作图求解）即能确定R值。然后，将由式（4-36）解出的R值代入式（4-35），就能求出待确定的磁体中性面面积S_m。这样做的好处是避免了初定磁路的迭代计算，显然是简单多了。值得指出的，这种方法只在一些场合下适用。

三、查阅曲线法

在前面的磁路设计和计算中，无论是磁导法还是经验公式法都是比较繁的。特别是在磁导法中，通常要把磁路分成若干段，而后分别计算各段的磁导，手续颇为繁琐，最后所得到的结果仍然是近似的。下面我们介绍两种较为简单的查阅曲线法。

查阅曲线法，就是事先对一些类型的磁路经过计算得出一些图表、曲线；然后根据已知条件，通过作图和查阅曲线定出磁路的漏磁系数σ，再进行一些简单的计算，即可求得所需要的量。

图4-40给出三种结构形式的永磁路。图中画阴影的部分为磁体，“⊲-”表示磁极的方向、“→”表示磁体的磁化方向。a图为永磁体和气隙反向平行；b图为永磁体与气隙相互垂直；c图为永磁体与气隙相向平行。图4-41是与图4-40相对应的三种结构形式磁路的漏磁系数σ与气隙长度L_δ的关系曲线。

利用图4-41确定磁路σ的步骤大致如下：

对于系统尺寸未知的磁路，则必须事先估计一个永磁体及整个磁系统的尺寸和形状，然后按比例作图。对于磁系统尺寸已知的磁路，则可直接按比例作图。而后在磁路结构图上作大、小两个圆，并使大、小两圆所构成的圆环面积相应

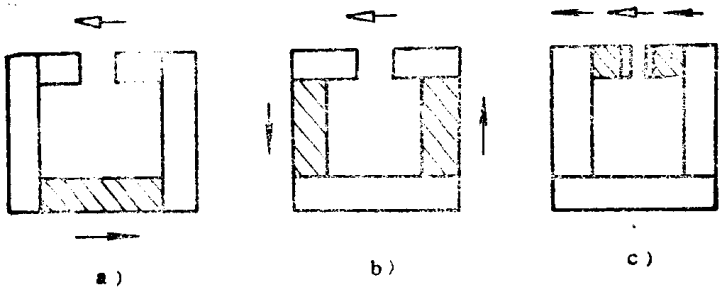


图4-40　三种结构形式的永磁路

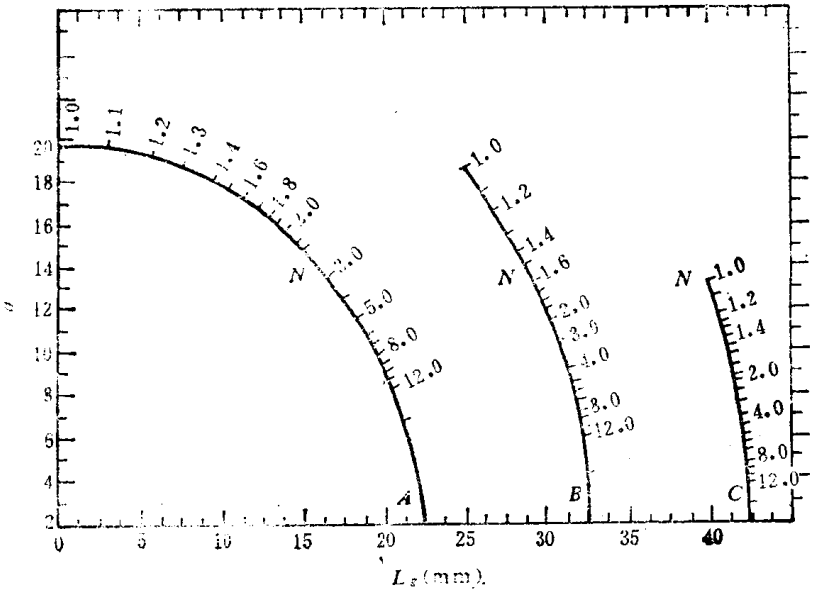


图4-41　三种结构磁路的σ-L_g关系曲线

地与磁系统内边沿及外边沿所包围的面积大约相等。具体的作法是，大圆的圆周要尽量地与磁系统的外边沿吻合；而小圆的圆周要尽量地与磁系统的内边沿吻合。然后分别量出大、小两个圆的直径D_e和D_i，并且求出大、小两圆直径的比值N

$$N=\frac{D_e}{D_i}$$

再确定磁路形式，就是把待定的磁路与已知磁路形式作对比，看是属于哪一种的。

利用图4-41曲线确定磁路的漏磁系数σ。具体的作法是：根据所判定的磁路形式，决定采用哪一条曲线，由已求出的N值在曲线上找出相应的点P，连接0、P两点（0点为坐标的原点），根据已知的磁路气隙长度L_g值在L_g轴上找到Q点，并过Q点作L_g轴的垂线，此垂线必与$0P$直线相交，设交点为R；过R点作σ轴的垂线，此垂线交σ轴于S点，则S点所对应的σ值就是磁路的漏磁系数。见图4-42。

确定了磁路漏磁系数σ值，就不难对磁路进行计算和设计了。

1．已知所需要的工作气隙参数（B_g、L_g、S_g）和所选用永磁材料的退磁曲线，求磁体的最佳尺寸L_m、S_m

这个问题，可通过以下几个步骤解决：

（1）初步估计永磁体和整个磁系统的尺寸，并把初估的尺寸按比例地画成磁路结构图。

（2）利用上述的方法求取磁路漏磁系数σ值。

（3）根据磁路的结构形式，设定一个磁势损失系数f。

（4）在永磁材料的退磁曲线上，用作图法求得最大磁能积点，并查出该点所对应的B_m和H_m值。

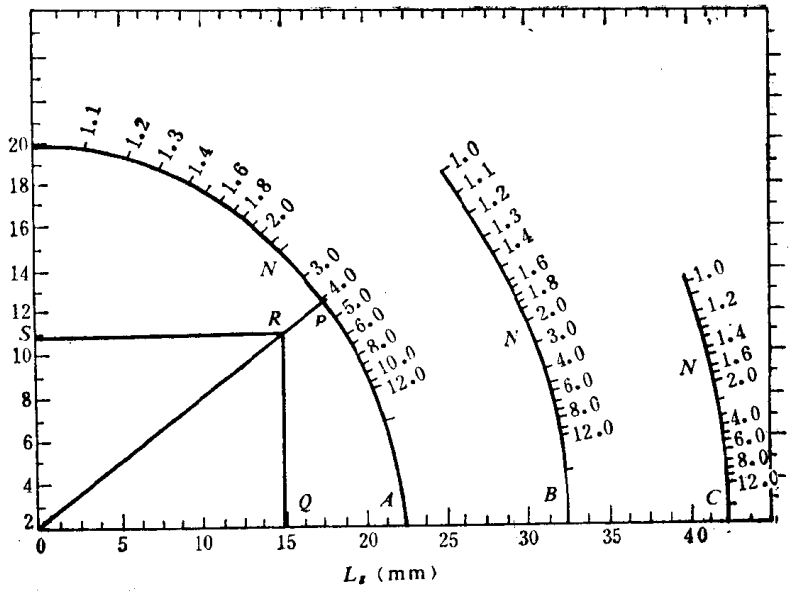


图4-42　查阅曲线求 σ 值

（5）把查出的 B_m、H_m 值代入磁路基本方程，可分别求出磁体的中性面面积 S_m 和磁体长度 L_m

$$S_m=\frac{\sigma B_g S_g}{B_m}$$

$$L_m=\frac{fH_g L_g}{H_m}=\frac{fB_g L_g}{H_m}$$

（6）把计算出的尺寸 S_m、L_m 与原估计的磁体尺寸作比较，若两者相近，则说明设计可行；若差别较大，须根据求出的 S_m 和 L_m 对原估计的系统作修正图，并根据修正图重新求 σ 值而且再重复（2）～（4）步骤，求出磁体的尺寸，直至先后两次计算值相近为止。

2. 已知磁系统的尺寸 L_m、S_m、L_g、S_g 和工作气隙的磁

感B_{g1}，当要求把气隙磁感从B_{g1}值提高到B_{g2}，而不改变磁系统尺寸时，确定选用何种永磁材料

解决这个问题的步骤如下：

（1）利用前述的方法确定磁路的漏磁系数σ值。

（2）假定一个磁路的磁势损失系数f值。

（3）把已知的参数（B_{g2}、S_g、L_g、L_m、S_m）和σ、f值代入磁路基本方程，可分别求出磁体的B_m和H_m。

$$B_m=\frac{\sigma B_{g2}S_g}{S_m}$$

$$H_m=\frac{fB_{g2}L_g}{L_m}$$

（4）将求出的B_m、H_m值作为坐标，在画有各类永磁材料退磁曲线的图上作磁路工作点，如工作点的位置与某永磁材料最大磁能积点最靠近，则该永磁材料就应该被选用。

3．已知磁系统的尺寸及材料的退磁曲线，求磁路工作气隙的磁感B_g

这个问题，可通过以下几个步骤解决：

（1）用前述的方法求取磁路的漏磁系数σ值。

（2）假定一个磁势损失系数f值。

（3）由磁路的两个基本方程，可求得工作负载线的斜率$\frac{B_m}{H_m}$

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma S_gL_m}{fS_mL_g}$$

（4）在永磁材料的退磁曲线图上做斜率为$\frac{B_m}{H_m}$的工作负载线，而工作负载线与退磁曲线的交点即为工作点。查工作点对应的磁感应强度B_m值。

（5）将查出的B_m值代入下式，即能求出磁路工作气隙的磁感B_g。

$$B_g=\frac{B_mS_m}{\sigma S_g}$$

下面举个实例加以说明。

现有如图4-43所示的某仪表磁路，其尺寸见图，所用的磁体材料是铝镍钴永磁，其退磁曲线如图4-44所示。求该磁路工作气隙中的磁感应强度B_g。

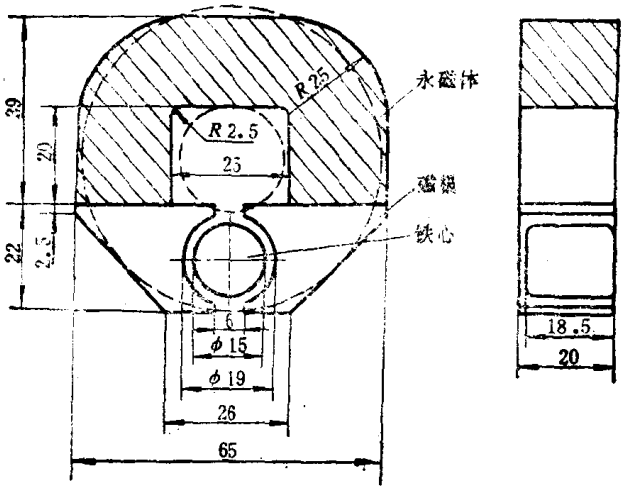


图4-43　仪表磁路

首先在图4-43磁路结构图上画大、小两个圆，使大圆与磁系统的外轮廓线相切；使小圆与磁系统的内轮廓线相切。分别测量出两个圆的直径，$D_e=6.3$cm、$D_i=2.25$cm。

将测量出的D_e、D_i值代入下式求大小圆直径比N

$$N=\frac{D_e}{D_i}=\frac{6.3}{2.25}=2.8$$

由磁路结构图4-43可以看出，该磁路永磁体的磁化方向与磁极方向是垂直的，因此属于图4-40 b 的形式。所以应该用图4-45 中的 B 曲线。在 B 曲线上，取 $N=2.8$ 的点 P。连接 0、P 成一直线。根据磁路的有关尺寸，可算得 L_s，

$$L_s=1.9-1.5$$
$$=0.4\text{cm}$$

在 L_s 轴上找出 $L_s=0.4$cm 的点，并过此点作 L_s 轴的垂线交 $0P$ 直线于 R 点。查 R 点的纵坐标，可得磁路的漏磁系数 $\sigma=3$，见图4-45。

取磁路的磁势损失系数 $f=1.35$。

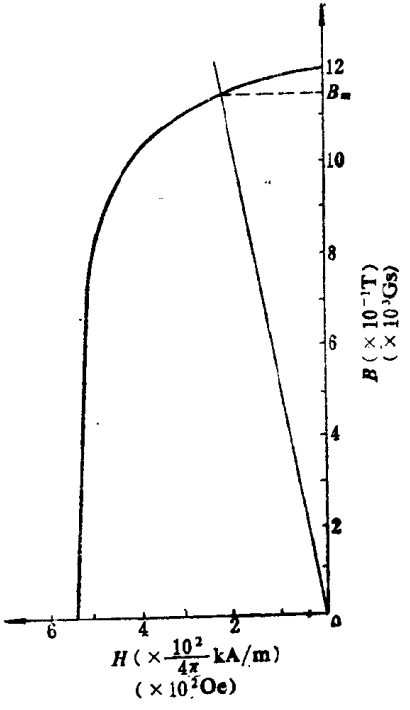


图4-44 铝镍钴永磁退磁曲线

由图4-43所给的尺寸可求得磁路的 L_m、S_m 和 S_s。

$$L_m=20\times 2+25+\pi\times 10=96.4\text{mm}=9.64\text{cm}$$

$$S_m=20\times 20=400\text{mm}^2=4\text{cm}^2$$

$$S_s=\left(\frac{143}{360}\times\pi\times 17+2\times 1\right)\times 20=464\text{mm}^2$$

$$=4.64\text{cm}^2$$

于是工作负载线的斜率 $\frac{B_m}{H_m}$ 有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma S_g L_m}{f S_m L_g}=\frac{3\times 4.64\times 9.64}{1.35\times 4\times 0.4}=62.12$$

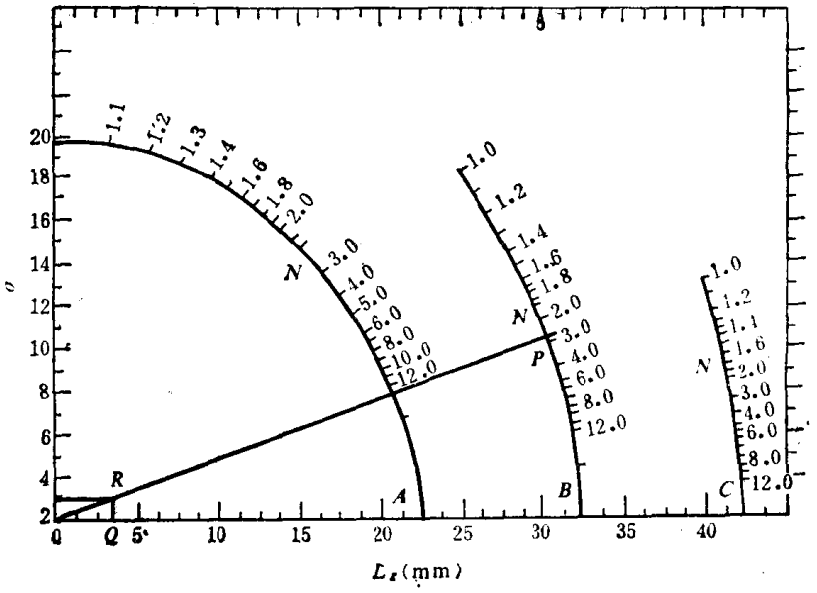


图4-45 查曲线求取 σ 值

在图4-44材料的退磁曲线图上做工作负载线并使其斜率为62.12，交退磁曲线于D点。可查得 $B_d=11600\text{Gs}=1.16\text{T}$。

最后将B_d、S_m、S_g、σ值代入下式求出磁路工作气隙中的磁感应强度B_g。

$$B_g=\frac{B_d S_m}{\sigma S_g}=\frac{11600\times 4}{3\times 4.64}=3333\text{Gs}\triangleq 0.3333\text{T}$$

通常的磁路设计和计算都有一个假设作前提，即都假定磁路中磁场的分布是均匀的，而实际上磁路中的磁场分布是不均匀的。磁导和磁势在整个磁路中是变化的。它们依赖于磁路的几何形状与材料的性能。磁导、磁势变化的复杂性

导致了在磁路周围空间中磁通密度和方向的多变。在实际进行磁路设计和计算时，往往把它们作了简化。例如，利用磁导法对牛角磁铁进行设计和计算时，为了计算方便，常常把如图4-46 a 所示的漏磁模型简化成如图4-46 b 的形式。这种简化会给磁路设计带来相当的误差。另外，在磁导公式的推导过程中，因引进了一些理想的假定，例如常常把气隙假定得很小，这在实际上是难以符合的。在磁体方面，特别是对铝镍钴磁体，其工作负载线斜率常常取在20左右，这样磁体的长径比$\left(\frac{L}{D}\right)$约在4～5之间，这样大的长径比已经使得磁体有效长度减缩为原来的70～80%。再者，在两块磁体的接触处将会引起等势面的移动，这种等势面的移动又会使磁体的有效长度进一步缩短，因而造成磁路设计与计算的误差。另外，磁体工作点的另散性和实际材料性能达不到设计要求（在磁路设计和计算时往往是采用标准试样测出的退磁曲线，这是与实际样品不符合的），也是造成磁路设计与计算误差的原因。

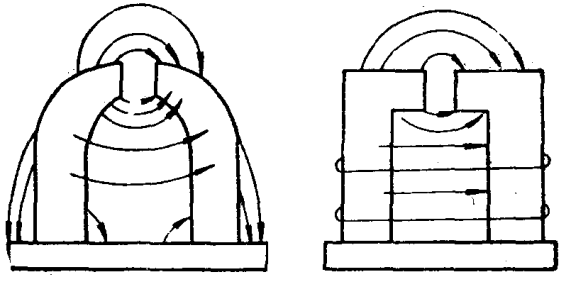


图4-46 牛角磁铁的漏磁模型

根据对磁路基本方程的研究，磁通密度B是一个与面积有关的量、磁场强度H是一个与长度有关的量。因此，在实际磁路中，磁通密度B和磁场强度H都要采用体平均值，即

$$\bar{B}=\frac{\int_V B\mathrm{d}V}{V}$$

$$\bar{H}=\frac{\int_V H\mathrm{d}V}{V}$$

相应于气隙和磁体的磁通密度和磁场强度有：$\bar{B}_{gV}$、$\bar{H}_{gV}$、$\bar{B}_{mV}$、$\bar{H}_{mV}$。此时磁路的漏磁系数是

$$\sigma=\frac{\bar{B}_{mV}S_m}{\bar{B}_{gV}S_g}$$

它们可以用规一化计算得到。

图4-47是利用电子计算机对如图4-48所示的轴对称自屏蔽磁路作规一化计算得出的$\sigma-\frac{L_g}{D}$曲线，它们随着$\frac{D_0}{D}$值的不同而不同。有了这些曲线，就能对同类磁路进行设计与计算了。

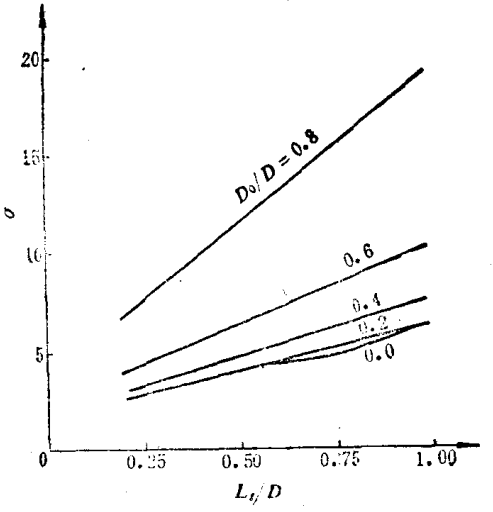


图4-47 $\sigma-L_g/D$曲线

下面我们举两个实例略加说明。

例Ⅰ 已知磁路的尺寸（见图4-48）$D_0=2.4$cm、$D_1=6$cm、$D_3=8.4$cm、$L_m=10.6$cm、$L_g=3$cm，磁体材料是铝镍钴永磁，其退磁曲线如图4-49所示。求磁路

工作间隙的磁场H_g。

由给定的磁路尺寸，很容易算出以下参数

$$\frac{D_0}{D_1}=\frac{2.4}{6}=0.4$$

$$\frac{L_g}{D_1}=\frac{3}{6}=0.5$$

$$S_g=\pi\left[\left(\frac{D_1}{2}\right)^2-\left(\frac{D_0}{2}\right)^2\right]$$

$$=\pi\left[\left(\frac{6}{2}\right)^2-\left(\frac{2.4}{2}\right)^2\right]$$

$$=23.75\text{cm}^2$$

$$S_m=\pi\left[\left(\frac{D_3}{2}\right)^2-\left(\frac{D_0}{2}\right)^2\right]$$

$$=\pi\left[\left(\frac{8.4}{2}\right)^2-\left(\frac{2.4}{2}\right)^2\right]$$

$$=50.89\text{cm}^2$$

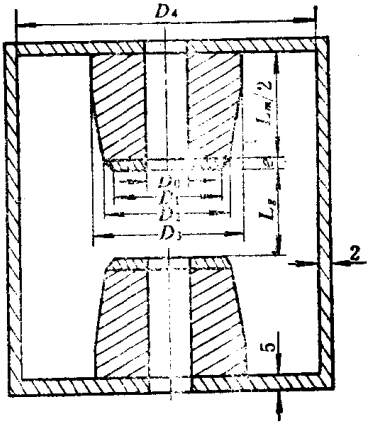


图4-48　一种轴对称自屏蔽磁路

根据$\frac{D_0}{D_1}=0.4$和$\frac{L_g}{D_1}=0.5$，由图4-47中可查得磁路的漏磁系数$\sigma=4.71$。

取磁路的磁势损失系数$f=1.35$。

将σ、S_g、L_m、f、S_m、L_g代入下式，可求得磁体工作负载线的斜率$\frac{B_m}{H_m}$，即

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\sigma S_g L_m}{f S_m L_g}=\frac{4.71\times23.75\times10.6}{1.35\times50.89\times3}=5.75$$

在图4-49铝镍钴永磁退磁曲线图上，做工作负载线，使其斜率$\frac{B_m}{H_m}=5.75$；交退磁曲线于D点，查D点对应的磁感$B_m=7200\text{Gs}\triangleq0.72\text{T}$。

将查出的B_m及已求的S_m、S_g、σ值代入下式，即可求得工作间隙的磁感$\bar{B}_{gv}$

$$\bar{B}_{gv}=\frac{B_mS_m}{\sigma S_g}=\frac{7200\times 50.89}{4.71\times 23.75}=3276\text{Gs}\triangleq 0.3276\text{T}$$

因为 $B=\mu H$，在空气中$\mu\approx 1$，所以磁路工作间隙的磁场$\bar{H}_{gv}=3276\text{Oe}\triangleq 260.696\text{kA/m}$。

例Ⅱ 某微波管要求其轴对称自屏蔽磁路其$D_0=4.8\text{cm}$、$D_1=8\text{cm}$、$L_g=4\text{cm}$，$\bar{B}_{gv}=2800\text{Gs}\triangleq 0.28\text{T}$，磁体选用铝镍钴永磁，其最大磁能积对应的$B_m=7000\text{Gs}\triangleq 0.7\text{T}$、$H_m=1000\text{Oe}\triangleq 79.577\text{kA/m}$，求磁体的尺寸$S_m$和$L_m$。

由设计要求，可求出如下的参数：

$$\frac{D_0}{D_1}=\frac{4.8}{8}=0.6$$

$$\frac{L_g}{D_1}=\frac{4}{8}=0.5$$

$$S_g=\pi\left[\left(\frac{D_1}{2}\right)^2-\left(\frac{D_0}{2}\right)^2\right]=\pi\left[\left(\frac{8}{2}\right)^2-\left(\frac{4.8}{2}\right)^2\right]=32.17\text{cm}^2$$

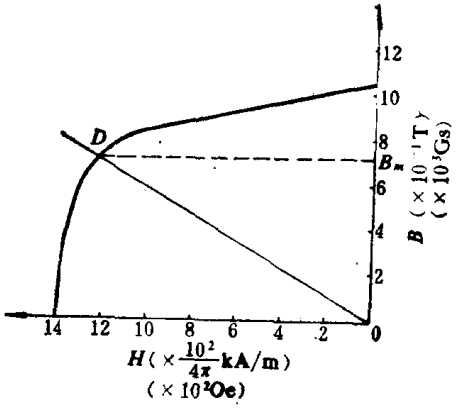


图4-49 铝镍钴永磁的退磁曲线

根据$\frac{D_0}{D_1}=0.6$、$\frac{L_g}{D_1}=0.5$，在图4-47中可查得磁路的漏磁系数$\sigma=6.2$。

取磁路的磁势损失系数$f=1.35$。

将S_g、$\bar{B}_{gV}$、σ、B_m值代入下式，可求得磁体的中性面面积S_m

$$S_m=\frac{\sigma\bar{B}_{gV}S_g}{B_m}=\frac{6.2\times2800\times32.17}{7000}=79.78\text{cm}^2$$

将f、$\bar{B}_{gV}$、L_g、H_m值代入下式，可求得磁体的长度L_m

$$L_m=\frac{f\bar{B}_{gV}L_g}{H_m}=\frac{1.35\times2800\times4}{1000}=15.12\text{cm}$$

值得指出的，图4-47的$\sigma-\frac{L_g}{D}$曲线只适用于铝镍钴永磁作磁体的磁路。对于回复磁导率$\mu_{rec}\approx1$的材料，例如铁氧体永磁和稀土钴永磁，则要用其他曲线。图4-50给出另一种轴对称自屏蔽磁系统的$\frac{L_g}{D_1}-\sigma$及$\frac{L_g}{D_1}-\frac{H_{go}}{\bar{H}_{gV}}$的曲线。其对应的磁路结构如图4-51所示。曲线是由电子计算机对磁路作规一化计算得到的。由图可见，它们随L_m和D_1的比值不同而不同。利用这些曲线，再通过一些简单的计算，可以得到较为满意的磁路计算结果。下面，我们举例说明。

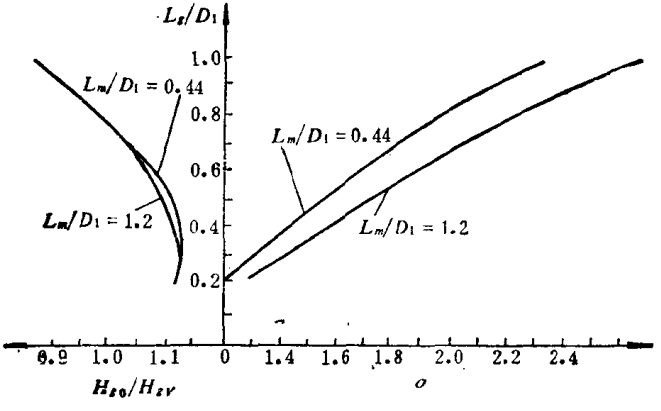


图4-50 $\frac{L_g}{D_1}-\sigma$和$\frac{L_g}{D_1}-\frac{H_{go}}{\bar{H}_{gV}}$曲线

某一轴对称自屏蔽磁路结构如图4-51所示，已知$D_0=0$、$D_1=4.5$cm、$L_g=1.4$cm、$L_m=5$cm，永磁体所用的材料是稀土钴永磁，其性能为$B_r=8500$Gs≙0.85 T、$H_c=7500$Oe≙596.831kA/m。求磁路工作气隙中的磁场H_{g0}。

由给出的数据，可求出如下参数：

$$\frac{L_g}{D_1}=\frac{1.4}{4.5}=0.31$$

$$\frac{L_m}{D_1}=\frac{5}{4.5}=1.11$$

从图4-50的右半部可查得磁路的漏磁系数$\sigma=1.42$。

取磁路的磁势损失系数$f=1.1$。

计算$\frac{\bar{B}_{mv}}{\bar{H}_{mv}}$、$\bar{H}_{mv}$、$\bar{H}_{gv}$

$$\frac{\bar{B}_{mv}}{\bar{H}_{mv}}=\frac{\sigma S_g L_m}{f L_g S_m}$$

$$=\frac{1.42\times 5}{1.1\times 1.4}=4.61$$

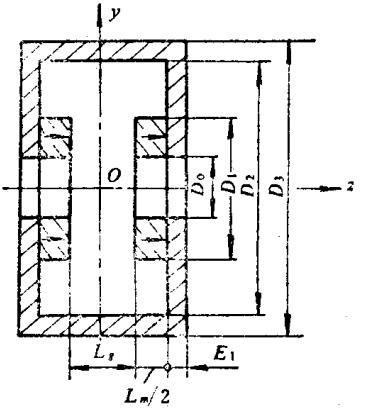


图4-51 另一种轴对称自屏蔽磁路

$$\bar{H}_{mv}=\frac{B_r H_c}{B_r+\frac{\bar{B}_{mv}}{\bar{H}_{mv}}H_c}=\frac{8500\times 7500}{8500+4.61\times 7500}$$

$$=1480\text{Oe}\triangleq 117.775\text{kA/m}$$

$$\bar{H}_{gv}=\frac{\bar{H}_{mv}L_m}{f L_g}=\frac{1480\times 5}{1.1\times 1.4}=4805\text{Oe}\triangleq 382.37\text{kA/m}$$

根据$\frac{L_g}{D_1}=0.31$和$\frac{L_m}{D_1}=1.11$，在图4-50左半部查得$\frac{H_{g0}}{\bar{H}_{gv}}=1.13$。所以可求得磁路工作气隙内的磁场强度$H_{g0}$，即

$$H_{g0}=\frac{H_{g0}}{H_{gV}}H_{gV}=1.13\times4805$$
$$=5429\text{Oe}\triangleq432.026\text{kA/m}$$

第四节　磁路工作点及其坐标比的计算

一个包含永磁体的磁路在工作状态下一定是有气隙的。有气隙磁路的磁体是属于有限大小的磁体。对于有限大小的磁体，由于自身退磁效应，存在有退磁场H_d（见第一章第五节）。磁体在退磁场作用下，其磁通密度不再是材料的B_r，而是比B_r小的值B_d。对于静态永磁磁路来说，此时的工作状态是在永磁材料的退磁曲线上。例如图4-52中的D点。也就是说，磁路中的永磁体是在D点上工作的，所以D点常被称作磁路的工作点。磁路设计的一个关键就是确定这个工作点。通常，在工程设计与计算中，当进行数值考虑时，退磁场常取绝对值。

一、磁路工作点坐标比K

工作点在$H-B$坐标系中，是表示一个确定的H（取绝对值）与B的比例关系。显然，其位置是由永磁材料的退磁曲线的形状和退磁场H_d的大小来决定的。我们知道，退磁曲线上的任一点都对应于一个磁场强度值和一个磁感应强度值。例如图4-52中的D点，对应于H_d、B_d。这个H_d和B_d，实际上是D点在$H-B$坐标系中的坐标。既然D点被称为磁路的工作点，所以$\frac{H_d}{B_d}$就是磁路工作点的坐标比，我们以K

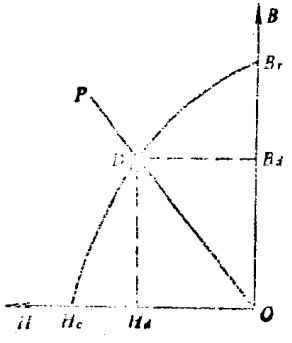


图4-52　静态永磁路的工作点

来表示。于是有

$$K=\frac{H_d}{B_d} \tag{4-37}$$

或者

$$H_d=KB_d$$

在无气隙的磁路中，$H_d=0$，则$K=0$；在有气隙的磁路中，K是被研究的主要对象之一。

连接D、O(见图4-52)并把它延长得PO直线，这条直线即是磁路的工作负载线。显然工作负载线的斜率是$\frac{1}{K}$，并且它与永磁体的退磁因子有关。如前所述（见第一章第五节)，退磁因子的数值决定于永磁体的几何形状和尺寸，所以磁路工作点坐标比K也与磁路的几何尺寸和形状有关。当磁路的形状和几何尺寸确定之后，磁路工作点坐标比K也就相对地被确定了，即磁路工作负载线被确定了。

实践证明，具有气隙的磁路之几何尺寸相同，而做成磁路的材料性能不同，它们的工作点$(B_{d1}、H_{d1})$、$(B_{d2}、H_{d2})$……与$H-B$坐标系原点O的连线是同一条直线(见图4-53)，这说明它们的工作负载线是同一条．如果改变磁路的尺寸，同样可以得到另一些工作点$(B_{d1}'、H_{d1}')$、$(B_{d2}'、H_{d2}')$……，它们与$H-B$坐标原点O的连线也是同一条直线OP_2(见图4-53)。只是OP_1线和OP_2线的斜率不同而已。由此不难看到，研究磁路工作点坐标比K的意义有二点，其一，可以根据磁路工作点坐标比K的大小来合理地选择永磁材料；其二，可以通过控制影响磁路工作点坐标比K的因素，设计合理的磁路结构和磁路各部分尺寸。

研究影响磁路工作点坐标比 K 值的因素，可以借助于具有漏磁系数的永磁磁路基本方程，即

$$S_m B_m = \sigma S_g B_g \qquad (4\text{-}38)$$

$$H_m L_m = f H_g L_g \qquad (4\text{-}39)$$

令 $\varepsilon = \frac{1}{\sigma}$，$f' = \frac{1}{f}$，则方程 (4-38) 和(4-39) 变成为

$$S_g B_g = \varepsilon S_m B_m \qquad (4\text{-}40)$$

$$H_g L_g = f' H_m L_m \qquad (4\text{-}41)$$

式中 S_g——气隙截面积；

B_g——气隙中的视在磁感；

ε——磁通利用系数；(见本章第五节)

S_m——磁体中性面面积；

B_m——磁体中性面处的视在磁感；

H_g——气隙磁场强度；

L_g——气隙长度；

H_m——磁体内的磁场强度；

L_m——磁体的有效长度；

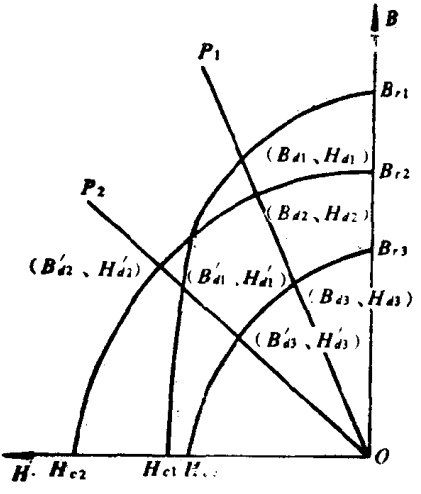


图4-53 尺寸和材料对磁路工作点的影响

f'——磁势的比例系数。

将式（4-41）除以式(4-40)，并经整理后得

$$\frac{H_m}{B_m}=\frac{H_g L_g S_m \varepsilon}{B_g L_m S_g f'} \tag{4-42}$$

在这里，由于永磁磁路没有外加的激励磁场，所以磁体内的磁场即是退磁场，即$H_m=H_d$。在退磁场H_d的作用下，磁体内的视在磁感为$B_m=B_d$。又由于气隙中的介质是空气，而空气的磁导率可近似地看成1，所以有

$$B_g=\mu_0 H_g=H_g$$

于是式（4-41）可改写为

$$\frac{H_d}{B_d}=\frac{L_g S_m \varepsilon}{L_m S_g f'}$$

考虑到式(4-37)，即有

$$K=\frac{H_d}{B_d}=\frac{L_g S_m \varepsilon}{L_m S_g f'} \tag{4-43}$$

这样，我们从磁路的两个基本方程出发，导出了在有漏磁情况下的磁路工作点坐标比K的表达式。由式（4-43）可以看出，影响磁路工作点坐标比K值的因素有磁体中性面的面积S_m、磁体的有效长度L_m、磁路工作气隙的长度L_g、气隙截面积S_g以及与漏磁等有关的系数$\frac{\varepsilon}{f'}$。进一步研究表明，当磁体、磁轭、磁极等在磁路中的位置一定时，改变几何尺寸可得到不同的K值；反之，磁体、磁轭、磁极的几何尺寸一定时，改变它们的相对位置，也会得到不同的K值。这种现象的根源在于$\frac{\varepsilon}{f'}$，它决定于磁路的类型。对于不同类型的磁路，有不同的$\frac{\varepsilon}{f'}$。因而每种类型的磁路都有它自己的磁路

工作点坐标比K的计算方程。

假定把影响磁路工作点坐标比K值的因素总称为磁路尺寸比例系数，并以A来表示，并且令

$$A^{(1+0.05\delta)}=0.41\frac{S_g L_m f'}{S_m L_g \varepsilon} \tag{4-44}$$

把式（4-44）和式（4-43）联立，可解得

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05\delta)}} \tag{4-45}$$

有了式(4-45)，就不难想到，对于任一磁路，只要根据磁路的有关尺寸求出磁路尺寸比例系数A后，就可求得磁路工作点坐标比K的值。

磁路尺寸比例系数A，主要是由磁通所经过的平均路径$L_{m\phi}$与磁体断面的等效边长a_m决定，即

$$A=\frac{L_{m\phi}}{a_m} \tag{4-46}$$

通常，磁通所经过的平均路径$L_{m\phi}$为磁体的有效长度L_m和磁轭的有效长度L_ϕ之和，即

$$L_{m\phi}=L_m+L_\phi$$

这样，式（4-46）又可写为

$$A=\frac{L_m+L_\phi}{a_m} \tag{4-47}$$

这就是磁路尺寸比例系数的一般表示式。

值得指出的是，式(4-47)中的磁轭有效长度L_ϕ不能无限地延长，当磁体的一端附有磁轭，其有效长度$L_\phi \geqslant a_m$（或$L_\phi \geqslant \sqrt{S_m}$）时，则要以$a_m$（或$\sqrt{S_m}$）代替$L_\phi$，即$L_\phi=a_m$（或$\sqrt{S_m}$）。当两块永磁体之间连以轭铁时，无论轭铁如何长，磁轭的有效长度L_ϕ均看作为零，即$L_\phi=0$。

下面讨论几种情况。为了方便起见，常把要研究的带有

气隙的磁路分成“开路磁路”（包括不带磁轭的和带磁轭的）和“闭路磁路”（广义地说）。

笼统地说，如图4-54 a 、b 、c 、d 所示的形式，均为开路磁路。当磁轭的有效长度$L_\phi=0$时，称为无磁轭的开路磁路，如图4-54 a 所示。对于无磁轭的开路磁路，其磁路尺寸比例系数A的表达式可简化为

$$A=\frac{L_m}{a_m} \tag{4-48}$$

式中 L_m——磁体的有效长度 (cm)；

a_m——磁体横断面的等效边长(cm)。

由于磁体断面形状的差异，磁体横断面的等效边长a_m的表达式也不相同。

对于正方形的断面，如图4-55 a 所示，则a_m有

$$a_m=a$$

式中 a——正方形的边长(cm)。

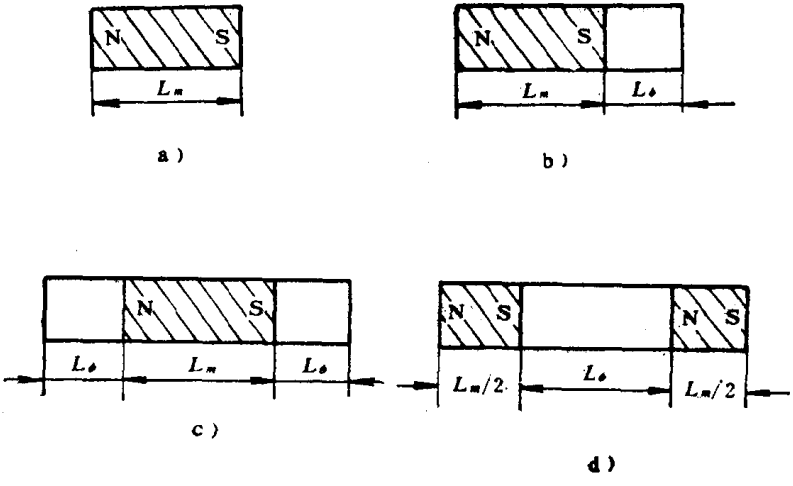


图4-54 开路磁路

对于矩形的断面，如图4-55 b 所示，a_m有

$$a_m=\frac{2ab}{a+b}$$

式中　a、b分别为矩形的长和宽（cm）。

对于圆形的断面，如图4-55 c 所示，则a_m有

$$a_m=\frac{\pi}{4}d$$

式中　d——圆截面的直径（cm）。

对于环形断面，如图4-55 d 所示，则a_m有

$$a_m=\frac{S_m}{D}$$

式中　S_m——环形断面的面积（cm²）；

D——环形断面的外径（cm）。

在某些场合下，为了有效地提高一定空间内的磁场强度，常常把磁通加以集中，集中到所需要的空间。于是就出现了"异形磁路"，如C形磁路、马蹄形磁路等形式。这类磁

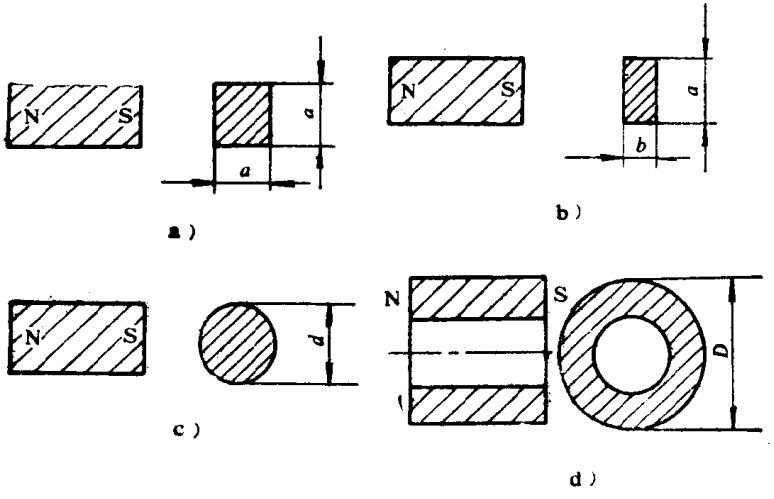


图4-55　磁体的几种断面

路具有以下几个特点，即它们具有很长的磁体有效长度L_m，并且磁极形状和磁体中性面的形状无关。另外，它们由于把两个异性磁极即N极和S极靠近，因而磁体的自身退磁效应减弱了。由于这样，这类磁路的磁路尺寸比例系数A的表达式中，出现了一个附加的修正项L_{mg}。而L_{mg}有

$$L_{mg}=A_gL_u \tag{4-49}$$

式中 L_u——单位长度 (cm)；

A_g——气隙尺寸比，A_g实际上是一个修正系数。

这样，对于异形磁路，其磁路尺寸比例系数A为

$$A=\frac{L_m+A_gL_u}{\sqrt{S_m}} \tag{4-50}$$

而气隙尺寸比A_g可写为

$$A_g=\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1 \tag{4-51}$$

式中 L_m——磁体的有效长度 (cm)；

S_m——磁体中性面面积 (cm^2)；

L_g——气隙长度 (cm)；

S_g——气隙截面积 (cm^2)。

值得注意的是，式 (4-51) 只取正值或零。

当磁轭的有效长度$L_g\neq 0$的磁路称为带磁轭的开路磁路，如图4-54 b所示。带磁轭的开路磁路的出现是由于高矫顽力永磁材料的出现，为了用较短的永磁体得到较高的视在磁感、为了把磁路中的磁束集中到一定的空间，常常借助于具有较高导磁能力的高饱和磁感的铁磁材料，如铁硅合金、铁钴合金及工业纯铁等来完成。通常是把它们做成连接件，连在磁体的一端或两端构成磁轭。磁轭的作用是把磁路的有效磁通

拉长，也可改变磁极端面和磁体中性面的距离。由于磁路中附加了磁轭，磁路的磁路尺寸比例系数 A 也随之发生变化。

一般地说，当磁体的长度一定时，A 值也随着附加的磁轭长度的增加而增大，但当 L_ϕ 增加到一定数值（$L_\phi=a_m$ 或 $L_\phi=\sqrt{S_m}$）时，A 值就不再明显地增大了，即 L_ϕ 的极限值是 a_m 或 $\sqrt{S_m}$。由于这样，当磁路的 $L_\phi \geqslant a_m$（或 $L_\phi \geqslant \sqrt{S_m}$）时，$L_\phi$ 只取 a_m（或 $\sqrt{S_m}$）；而当 $L_\phi < a_m$（或 $L_\phi < \sqrt{S_m}$）时，L_ϕ 取其本身的实际值。

带磁轭的开路磁路的磁路尺寸比例系数 A 的表达式，随着附加磁轭是一端的还是两端而不同。另外，当附加的磁轭形状与磁体断面的形状是相同的还是不同的，磁路的磁路尺寸比例系数 A 的表达式也不一样。

对于磁体的一端附有磁轭；且磁轭和磁体的断面形状相同时，有

$$\begin{aligned} A&=\frac{L_m+L_\phi}{a_m} \quad (L_\phi<a_m) \\ A&=\frac{L_m+a_m}{a_m} \quad (L_\phi \geqslant a_m) \end{aligned} \tag{4-52}$$

对于磁体的一端附有磁轭，而磁轭与磁体的断面形状不同时，有

$$\begin{aligned} A&=\frac{L_m+L_\phi}{\frac{\sqrt{S_m}+a_m}{2}} \quad (L_\phi<\sqrt{S_m}) \\ A&=\frac{L_m+\sqrt{S_m}}{\frac{\sqrt{S_m}+a_m}{2}} \quad (L_\phi \geqslant \sqrt{S_m}) \end{aligned} \tag{4-53}$$

对于磁体的两端都附有磁轭，且磁轭和磁体的断面形状

相同时，有

$$A=\frac{L_m+2L_\phi}{a_m}\quad(L_\phi<a_m)$$
$$A=\frac{L_m+2a_m}{a_m}(L_\phi\geqslant a_m)\qquad(4\text{-}54)$$

对于磁体的两端都附有磁轭，且磁轭和磁体的断面形状不一样时，有

$$A=\frac{L_m+2L_\phi}{\sqrt{S_m}}\quad(L_\phi<\sqrt{S_m})$$
$$1=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}}{\sqrt{S_m}}(L_\phi\geqslant\sqrt{S_m})\qquad(4\text{-}55)$$

如图4-56所示磁路的形式称为“闭路磁路”，对于“闭路磁路”，由于磁体断面形状不同和组成磁路的类型不同也有不同的磁路尺寸比例系数A的表达式。几种基本磁路类型的磁路尺寸比例系数A的经验公式如下：

对于甲型磁路

$$A_{甲}=\frac{L_m+(L_m-L_g)\ominus+2\sqrt{S_m}+\left(\frac{S_g}{2\sqrt{S_mL_g}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_m}}\qquad(4\text{-}56\,a)$$

对于乙型磁路

$$A_{乙}=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_m}}\qquad(4\text{-}56\,b)$$

⊖ 表示该括号内均为由异极的吸引作用而增设的附加项，当其为负值时该项无意义，此时均可看作为零。

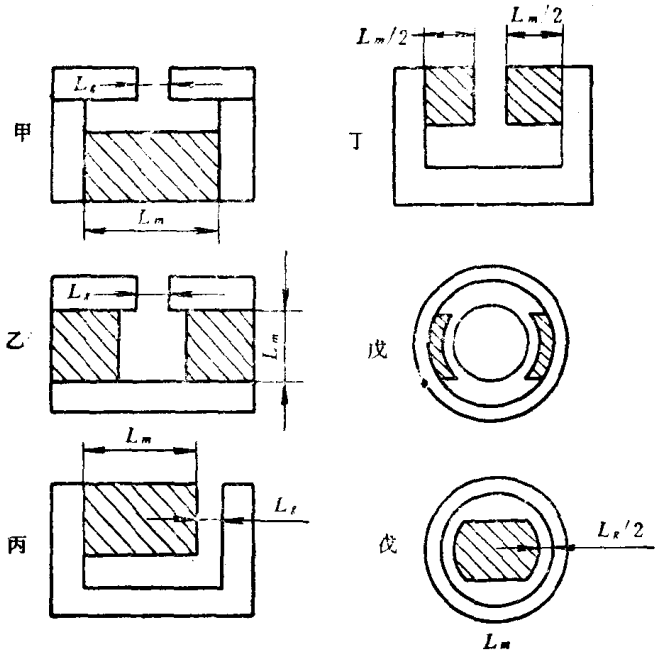


图4-56　几种基本磁路类型

对于丙型磁路

$$A_{丙}=\frac{L_m+(L_m-L_g)\ominus+\sqrt{S_m}+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\dfrac{1}{2}(a_m+\sqrt{S_m})} \tag{4-56 c}$$

对于丁型磁路

$$A_{丁}=\frac{L_m+(L_m-2L_g)\ominus+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{a_m} \tag{4-56 d}$$

⊖ 表示该括号内均为由异极的吸引作用而增设的附加项，当其为负值时该项无意义，此时均可看作为零。

对于戊型磁路

$$A_{戊}=\frac{L_m+(L_m-L_g)\ominus+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\dfrac{1}{2}(a_m+\sqrt{S_m})} \tag{4-56e}$$

式中 L_m——磁体的有效长度 (cm)；

L_g——气隙的长度 (cm)；

S_m——磁体中性面的面积 (cm^2)；

S_g——气隙截面积 (cm^2)；

a_m——磁体横断面的等效边长 (cm)；

L_u——单位长度 (cm)。

由于不能无限制地缩小磁体的长度L_m，而只靠磁体两端所附加的磁轭（即仅增加L_ϕ）来提高磁路工作点的视在磁感，凡是在带有磁轭的磁路中，无论是"开路磁路"还是"闭路磁路"，磁体的长度L_m都不应小于磁体断面的等效边长a_m(或磁体中性面面积的平方根$\sqrt{S_m}$)。

在满足下述条件的情况下，式 (4-56) 的计算值与实测值基本吻合。

磁路的连接件如磁轭等的截面积S_t应满足

$$S_t\geqslant\frac{B_mS_m}{B_t}$$

式中 B_t——连接件材料的膝部磁感。

丁型磁路的磁体，可以呈现台锥形。其S_m、L_m值应根据中性面的位置和磁体的体积V_m来决定。如图 4-57 a 所示

⊖ 表示该括号内均为由异极的吸引作用而增设的附加项，当其为负值时该项无意义，此时均可看作为零。

的磁体，其中性面位置是在直柱部分；而图4-57 b所示的磁体，其中性面位置约在离小端面三分之二处，它们的有效长度L_m为

$$L_m = \frac{V_m}{S_m}$$

对于非典型的磁路，如图4-58 a所示的形式，应属于甲型，但它又不同于图4-56中的甲型，而是有附加磁极而无附加磁轭的甲型磁路。图4-58 b所示的形式则是无附加磁极的乙型磁路。图4-58 c所示的是气隙面积不受磁体面积影响的丙型磁路。由于这样，它们的磁路尺寸比例系数A的经验公式变为：

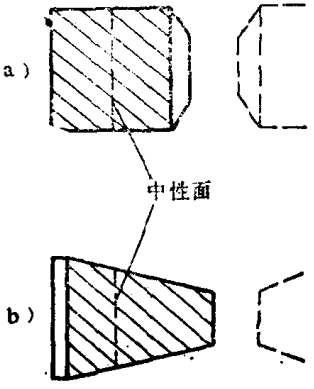


图4-57 台锥形磁体

对于图4-58 a所示的磁路

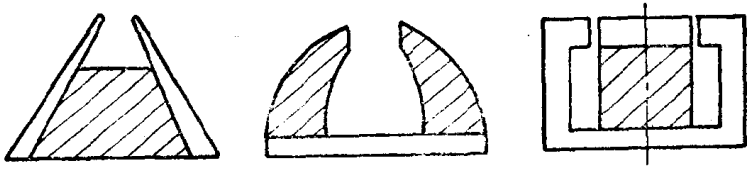


图4-58 几种异型磁路

$$A_a=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)\ominus L_u}{\sqrt{S_m}} \tag{4-57-1}$$

对于图4-58 b所示的磁路

$$A_b=\frac{L_m+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_m}} \tag{4-57-2}$$

对于图4-58 c所示的磁路

$$A_c=\frac{L_m+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\sqrt{S_m}+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_m}} \tag{4-57-3}$$

式中 L_m——磁体的有效长度（cm）；

S_m——磁体的中性面面积（cm^2）；

S_g——气隙的截面积（cm^2）；

L_g——气隙的长度（cm）；

L_u——单位长度（cm）。

有了磁路尺寸比例系数A值后，就不难算出磁路工作点的坐标比K了。这就是根据已知的磁路各部分尺寸，先算出磁路尺寸比例系数A值，然后代入式（4-45）就可算出磁路工作点坐标比K值。下面举二个例子略加说明。

例Ⅰ 如图4-59所示的带有磁轭的开路磁路，其$L_m=5cm$、$L_g=2.5cm$、$a=3cm$、$b=1.5cm$，试计算该磁路的工作点坐标比K。

⊖ 表示该括号内均为由于异极的吸引作用而增设的附加项，当其为负值时该项无意义，此时均可看作为零。

由于磁体的横截面是矩形的，所以有

$$a_m=\frac{2ab}{a+b}=\frac{2\times3.0\times1.6}{3.0+1.5}=2\text{cm}$$

因为$L_\phi=2.5$cm，它大于磁体的横断面等效边长a_m，所以在磁路尺寸比例系数A的计算公式中应以a_m代替L_ϕ，这样有

$$A=\frac{L_m+a_m}{a_m}=\frac{5+2}{2}=3.5$$

将$A=3.5$值代入式（4-45），可得

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}=\frac{0.41}{3.5^{(1+0.05\times3.5)}}=0.094$$

这就是图4-59所示磁路的工作点坐标比。

例Ⅱ 某磁电式仪表的磁路结构如图4-60所示，试求该磁路的工作点坐标比K。

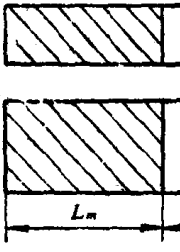


图4-59 带磁轭的开路磁路

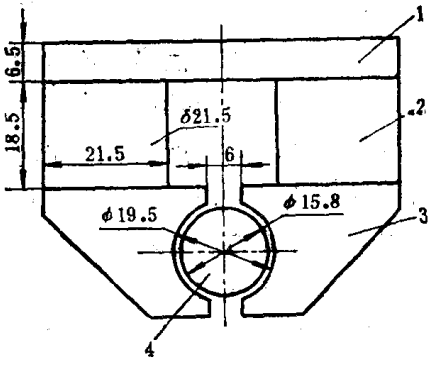


图4-60 某磁电式仪表磁路
1—磁轭 2—永磁体 3—磁极 4—铁心

由图4-60所给的有关尺寸，不难算出磁路的以下参数：

$$L_m=2\times1.85=3.7\text{cm}$$

$$S_m=2.15\times2.15=4.62\text{cm}^2$$

$$L_g=1.95-1.58=0.37\text{cm}$$

$$S_g=\left(\frac{1.95}{2}\times\pi-0.6\right)\times2.15=5.3\text{cm}^2$$

该磁路属于“闭路磁路”而且是乙型的，所以磁路的尺寸比例系数A有

$$A=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_m}{\sqrt{S_m}}$$

$$=\frac{3.7+2\sqrt{4.62}+(\sqrt{4.62}-0.37)+\left(\frac{5.3}{2\times0.37\times\sqrt{4.62}}-1\right)}{\sqrt{4.62}}$$

$$=5.187$$

于是磁路工作点坐标比K有

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}=\frac{0.41}{5.187^{(1+0.05\times5.187)}}=0.0516$$

二、磁路工作点坐标比计算的几种方法

磁路工作点坐标比的计算，实际上就是计算磁路工作负载线的斜率。如前所述，一个磁路有了工作负载线和永磁材料的退磁曲线，则磁路工作点也就可定。关于磁路工作负载线斜率的计算方法有数种，这里简要地介绍一些。

（一）$K-A$曲线

前述的求磁路工作点坐标比K的方法，是先从已知的磁路尺寸算出A，而后把A值代入式（4-45）求出K。如果把磁路工作点坐标比K与磁路尺寸比例系数A的关系画成曲线，则可得到如图4-61所示的关系曲线。

利用这条曲线，只要由已知的各部分尺寸求出磁路的尺寸比例系数A后，就可直接由曲线查得该磁路工作点的坐标

⊖ 表示该括号内均为由异极的吸引作用而增设的附加项，当其为负值时该项无意义，此时均可看作为零。

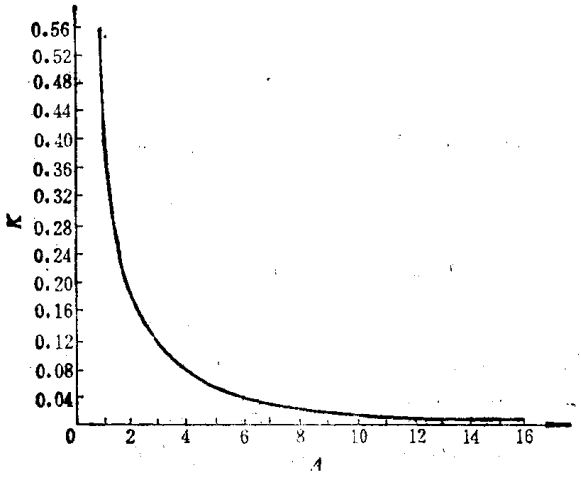


图4-61　磁路的$K-A$关系曲线

比K值。反过来，当求得磁路工作点坐标比K值后，就可由曲线查得磁路尺寸比例系数A。后一点在磁路设计中是非常重要的。例如，已知磁路类型、气隙要求(L_δ、S_δ、B_δ)和所选用的永磁材料性能（退磁曲线），要确定磁路的最佳尺寸，就是先求出磁路工作点坐标比K值后，再求磁路尺寸比例系数A的。又如，已知磁路的L_δ、S_δ、B_δ和永磁材料的退磁曲线，求磁体体积最小的磁路类型也是这样。

我们把式（4-45）改写一下，可得

$$A^{(1+0.054)}=\frac{0.41}{K}$$

这是一个超越方程，已知K值，求解这个方程故然是可以得到磁路尺寸比例系数A的。然而，它是一件相当麻烦的事。而有了$K-A$关系曲线，就可以根据所求出的K值很方便地从曲线上查出A值。

(二)$\frac{B}{H}$-尺寸比曲线法

$\frac{B}{H}$-尺寸比关系曲线是Parker Studders采用磁体长度L_m与磁体直径(对于圆柱形磁体)之比，或者磁体长度L_m与磁体横断面等效边长a_m之比，同磁路工作负载线斜率$\frac{B}{H}$的关系画成的。这些关系是根据等效磁荷球的原理导出的，有关的曲线和计算式已在第二章中给出（见图2-65～图2-69)。由图不难看出，它们的特点是磁体的形状不同、尺寸不同，曲线就不一样。因此，要想计算形状复杂的磁路是比较困难的。但对简单形状的磁体可根据图解法来求得磁体工作负载线的斜率$\frac{B}{H}$，也可根据已发表的计算公式来进行计算。下面举例说明。

例Ⅰ 已知一个长$L_m=9$ cm、直径$D=2$ cm的圆柱形铝镍钴磁体，求其工作负载线的斜率$\frac{B}{H}$。

由于$L_m=9$ cm、$D=2$ cm，所以它的尺寸比$\frac{L}{D}$有

$$\frac{L}{D}=\frac{9}{2}=4.5$$

根据$\frac{L}{D}=4.5$，在图2-65中可查得磁体的工作负载线斜率$\frac{B}{H}=20$。

直接利用图2-65中所给的计算公式，也可以进行计算。

例Ⅱ 已知圆柱形钡铁氧体磁体的$L_m=9$ cm、$D=2$cm，试求其工作负载线斜率。

因为 $D=2$ cm，所以 $R=\frac{D}{2}=1$ cm。把已知的数据代入下式，即可求出$\frac{B}{H}$。

$$\frac{B}{H}=\frac{L_e}{R^2}\sqrt{R(R+L_m)}=\frac{9}{1^2}\times\sqrt{1\times(1+9)}=28.46$$

这个结果，对于回复磁导率$\mu_{rec}\approx 1$的材料是对的。但对于铝镍钴永磁$\mu_{rec}>3$的材料偏差相当大（比较例Ⅰ和例Ⅱ的结果）。造成这种偏差的原因是，计算公式中的L_e是磁体的有效长度，对于$\mu_{rec}\approx 1$的材料，随着磁体$\frac{L}{R}$的增大，有效长度和磁体长度之比几乎都等于1。而对于$\mu_{rec}>3$的材料（如铝镍钴永磁体），当$\frac{L}{R}=9$时，$L_e=0.7L_m$（见图2-64）。

例Ⅲ 已知圆柱形铝镍钴永磁体的$L_m=9$ cm、$D=2$cm，求其工作负载线斜率$\frac{B}{H}$。

由已知可求出，$R=1$ cm、$\frac{L}{R}=9$，查图2-64可得$\frac{L_e}{L_m}=0.7$，所以$L_e=0.7\times 9=6.3$cm。

$$\frac{B}{H}=\frac{L_e}{R}\sqrt{R(R+L)}=\frac{6.3}{1^2}\times\sqrt{1\times(1+9)}=19.92$$

这个结果与例Ⅰ就十分接近了。

应当指出，这里的$\frac{B}{H}=P$，而磁路工作点坐标比$K=\frac{H}{B}$，显然它们正相反，所以有

$$K=\frac{1}{P}$$

这就不难理解$K-A$关系曲线和P-尺寸比关系曲线的走向相反。

（三）Evershed-D·Seijz公式

D.Seijz根据Evershed提出的把一个棒形磁体看成由两个球形磁体组成的，将每个球形磁体的磁导串联后，可求得棒形磁体总磁导的方法推广到圆柱形和矩形磁体上去，得到一些计算磁体工作负载线斜率的公式和图表。

Evershed公式的普遍形式为

$$\frac{B_m}{H_m}=\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{S_0}{2}}\frac{L_m}{S_m}k$$

式中 S_0——磁体的表面积；

L_m——磁体的长度；

S_m——磁体的横截面积；

k——修正系数；

B_m——磁体工作点的磁感应强度；

H_m——磁体工作点对应的磁场强度。

而D.Seijz的结果如下：

对于用铝镍钴永磁做成的圆柱形磁体，已知磁体的有效磁极间距界于0.7与0.8之间，并取$k=\frac{\pi}{4}$时，有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\pi L_m}{2D_m^2}\sqrt{D_m(2L_m+D_m)}$$

对于由铁氧体永磁做成的圆柱形磁体，其修正系数k可取为1（仅在材料的回复磁导率$\mu_{rec}=1$时适用），此时有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{2L_m}{D_m^2}\sqrt{D_m(2L_m+D_m)}$$

式中 L_m——磁体的长度；

D_m——磁体的直径。

矩形磁体看来比较复杂，因为磁体横截面积$S_m=ab$出现

在因式$\frac{L_m}{ab}$的分母中，式中a为矩形磁体的短边尺寸、b为矩形磁体的长边尺寸。

对于由铝镍钴永磁做成的矩形磁体则有

$$\frac{B_m}{H_m}=\sqrt{\pi}\ \sqrt{a(b+L_m)+bL_m}\ \frac{\pi L_m}{4ab}$$

对于由铁氧体永磁做成的矩形磁体则有

$$\frac{B_m}{H_m}=\sqrt{\pi}\ \sqrt{a(b+L_m)+bL_m}\ \frac{L_m}{ab}$$

图4-62和图4-63分别为钡铁氧体永磁体与铝镍钴永磁体工作负载线斜率的计算图（是用双对数坐标画成的）。应用这些计算图来计算磁体工作负载线的斜率，首先应决定磁体的形状和尺寸，接着是算出$\frac{L_m}{a}$或$\frac{L_m}{D_m}$，如果是矩形截面的磁体，则还要算出$\frac{b}{a}$，最后从曲线组中相应的曲线上找出纵坐标上的$-\frac{B_m}{H_m}$值，就是该磁体的工作负载线斜率。

对于轴向磁化的环形（或管形）磁体，工作负载线的斜率公式有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{2kL_m}{D_a^2-d_i^2}\sqrt{(D_a+d_i)(D_a-d_i+2L_m)}$$

式中 D_a——环（或管）的外径；

d_i——环（或管）的内径；

k——修正系数。

对于径向磁化的环行磁体，由于铝镍钴环（见图4-64 b）和钡铁氧体环（图4-64 a）的磁力线流向不同，所以它们的工作负载线斜率计算公式也不同。

对于径向磁化的铝镍钴环则有

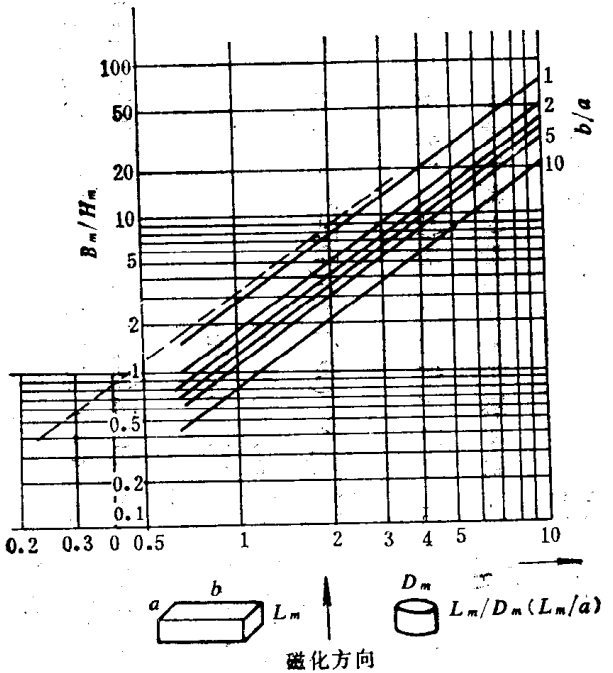


图4-62　钡铁氧体永磁体的计算图

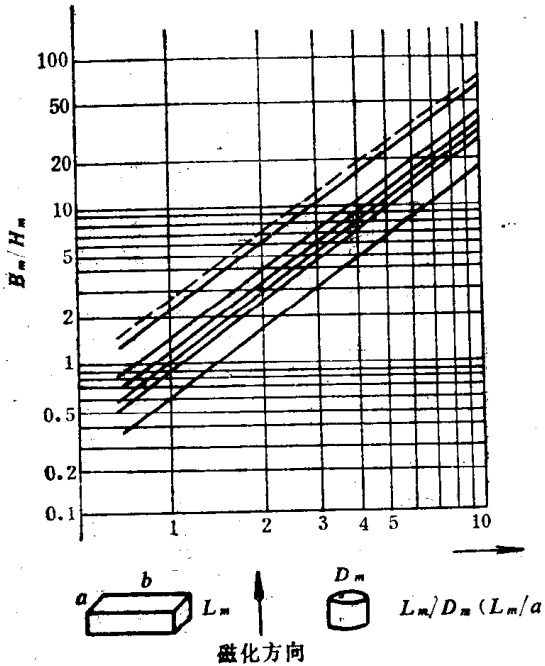


图4-63　铝镍钴永磁体的计算图

矩形——　圆柱形－－

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{\pi k(D_a+d_i)}{4h_m(D_a-d_i)}\sqrt{(D_a+d_i)(D_a-d_i+2h_m)}$$

对于径向磁化的钡铁氧体环则有

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{k(D_a-d_i)}{h_m(D_a+d_i)}\sqrt{(D_a+d_i)(D_a-d_i+2h_m)}$$

式中 D_a——磁环的外径；

d_i——磁环的内径；

h_m——磁环的高度；

k——修正系数。

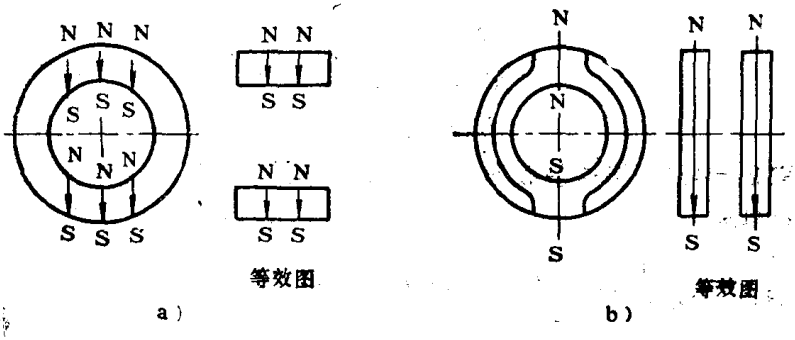


图4-64 磁环的磁力线

a) 钡铁氧体 b) 铝镍钴

对于各向同性的铝镍钴环，k可取0.5，对于各向异性的铝镍钴环，k可取0.25，对于各向同性的钡铁氧体环，k可取0.5。通常，修正系数k要通过比较计算和测量来加以确定。

利用D.Seijz的计算公式，可以对一些简单的磁体进行计算。例如，某仪器用的钡铁氧体环，是轴向磁化的，其尺寸如图4-65所示，试求其工作负载线的斜率。

由图4-65给出的尺寸，可知：

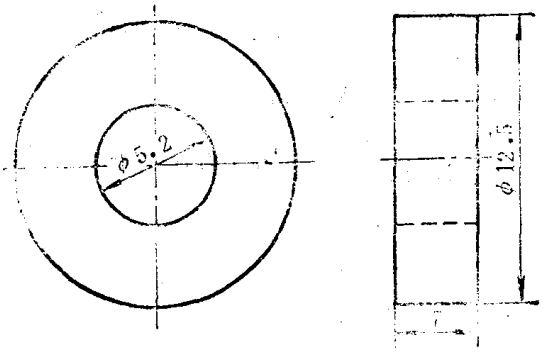


图4-65 钡铁氧体磁环

$$D_a=1.25\text{cm}$$

$$d_i=0.52\text{cm}$$

$$L_m=0.7\text{cm}$$

取 $k=0.5$，将这些数据代入下式，即可求出磁环工作负载线斜率，即

$$\frac{B_m}{H_m}=\frac{2kL_m}{D_a^2-d_i^2}\sqrt{(D_a+d_i)(D_a-d_i+2L_m)}$$

$$=\frac{2\times0.5\times0.7}{1.25^2-0.52^2}\sqrt{(1.25+0.52)(1.25-0.52+2\times0.7)}$$

$$=1.05$$

第五节 利用自退磁效应设计磁路

磁路设计与计算的主要任务在于建立最佳的保证在工作气隙中，具有指定的磁场强度或吸引力的结构。归结起来，主要有两个方面的问题。其一，是已知磁路的结构形式，磁路各部分的尺寸及组成磁路的材料性质，求出工作间隙内的磁通（或磁感应强度）。其二，是已知工作间隙的尺寸和要求达到的磁感应强度，选择合适的磁性材料并确定磁路各部分

的尺寸。这一节就专门讨论这两个问题。

一、工作气隙磁感应强度的计算

(一) 不考虑漏磁时的工作气隙磁感应强度计算

在不考虑漏磁的情况下，问题比较简单，计算工作气隙的磁感应强度只要通过以下几个步骤：

(1) 根据已知磁路的各部分尺寸，利用有关的公式，求出磁路尺寸比例系数A。

(2) 根据算出的A值，利用式(4-45)或者$K-A$曲线，求出磁路工作点坐标比K。

(3) 在磁路材料的退磁曲线上，作斜率为$\frac{1}{K}$的工作负载线，工作负载线和退磁曲线的交点就是该磁路的工作点，工作点所对应的B_m就是永磁体在工作状态下的视在磁感应强度。

(4) 根据磁路尺寸和磁体的视在磁感应强度，利用磁通连续原理，即可求出磁路工作气隙的磁感应强度B_g。有了B_g，可利用$H_g=\frac{1}{\mu}B_g=B_g$或$\phi_g=B_gS_g$等公式，求出磁路工作间隙中的磁场强度或磁通量。

下面举个实例进一步加以说明。

一永磁磁路的结构和各部分的尺寸，如图4-66所示，所用的永磁材料退磁曲线见图4-67，在不考虑漏磁情况下，计算磁路工作间隙内的磁感应强度B_g。

由图4-66所给的尺寸，不难算出以下参数：

$$L_m=3\times 2=6\ \text{cm}$$

$$S_m=2\times 2.9=5.8\text{cm}^2$$

$$S_g=2.9\times 0.9=2.61\text{cm}^2$$

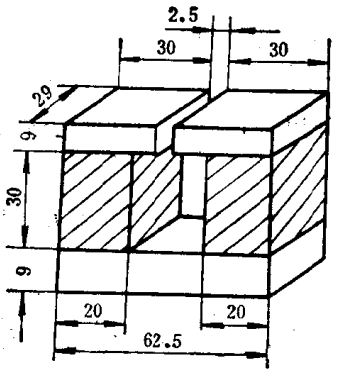


图4-66　一种乙型永磁路

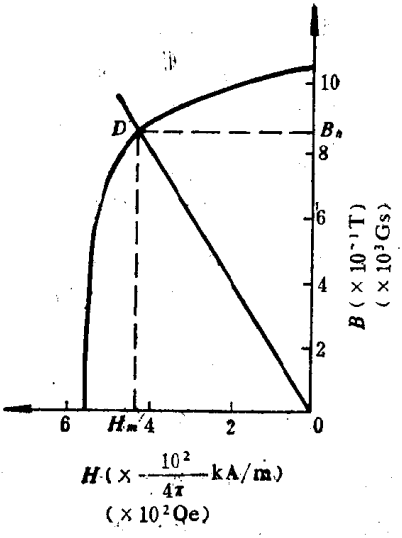


图4-67　铝镍钴退磁曲线

$$L_g=0.25\text{cm}$$

该磁路属于乙型磁路，所以它的磁路尺寸比例系数 A 为

$$A=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_g}{\sqrt{S_m}}$$

$$=\frac{6+2\times\sqrt{5.8}+(\sqrt{5.8}-0.25)+\left(\frac{2.61}{2\times0.25\times\sqrt{5.8}}-1\right)}{\sqrt{5.8}}$$

$$=5.87$$

磁路工作点坐标比 K 为

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.064)}}=\frac{0.41}{5.87^{(1+0.05\times5.87)}}=0.0415$$

⊖ 括号内为负值时该项无意义，此时看作为零。

在图4-67上，过坐标原点0做磁路的工作负载线并使其斜率为$\frac{1}{K}$，工作负载线与退磁曲线的交点D(工作点)所对应的$B_m=11000\text{Gs}\triangleq 1.1\text{T}$，就是永磁体在该工作状态下的视在磁感应强度。

将查出的视在磁感应强度B_m及S_g、S_m代入下式，即可求出磁路工作间隙的磁感应强度。

$$B_g=\frac{B_m S_m}{S_g}=\frac{11000\times 5.8}{2.61}=2.4\times 10^4\text{Gs}\triangleq=2.4\,\text{T}$$

(二) 磁通利用系数和气隙长度修正系数

实际上，如图4-66所示那样结构的磁路，在其工作间隙内是得不到以上所计算出的那么高的磁感值，其原因是漏磁。也就是说，除了在工作间隙通过一定的磁通量外，在磁路的周围空间还散失了大量的磁通。正因为许多磁通散失到非工作空间中去，所以在磁路的工作间隙内的磁感值大大下降了。

这里就出现了一个磁通利用率问题。为了描述这个问题，引入磁通利用系数ε。

假如把磁路内磁体中性面提供的磁通以Φ_m表示，磁路间隙的工作磁通以Φ_g表示，磁路漏磁通以Φ_L表示，根据磁通连续原理则有

$$\Phi_m=\Phi_g+\Phi_L$$

式子的两边同除以Φ_m可得

$$1=\frac{\Phi_g}{\Phi_m}+\frac{\Phi_L}{\Phi_m}$$

对等式右边第二项的分子、分母同乘以ϕ_g，并经过整理后可得

$$1=\frac{\Phi_g}{\Phi_m}\left(1+\frac{\Phi_L}{\Phi_g}\right)$$

令$\frac{\phi_g}{\phi_m}=\varepsilon$，则上式变成为

$$1=\varepsilon\left(1+\frac{\Phi_L}{\Phi_g}\right)$$

于是有

$$\varepsilon=\frac{1}{1+\frac{\Phi_L}{\Phi_g}} \tag{4-58}$$

因为，$\phi_m=B_mS_m$；$\phi_g=B_gS_g$，所以ε还有如下的形式

$$\varepsilon=\frac{\Phi_g}{\Phi_m}=\frac{B_gS_g}{B_mS_m} \tag{4-59}$$

于是有

$$B_gS_g=\varepsilon B_mS_m \tag{4-60}$$

由式（4-60）可见，要解决磁路问题，必须先求出ε，由于ε常常用百分比(%)表示，所以通常也叫磁通利用率。

上面给出的有关磁通利用系数ε的式子，即式（4-58）和式（4-59）只是表征了磁通利用系数的物理意义，而要想使它有实用价值，还必需把ε与磁路的其他参数加以联系。

对影响磁通利用系数ε的因素进行归纳，可综合成气隙长度修正系数L_{g0}。只要不是十分离奇的磁路，磁路的磁通利用系数ε完全可以由气隙长度修正系数L_{g0}给予确定。下面给出一些不同磁路类型的气隙长度修正系数经验公式。

计算气隙磁场几何平均值的L_{g0}经验公式：对于如图4-56所示的甲型、乙型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g\sqrt[3\cdot 2]{S_{m_1}L_u}}{S_g} \tag{4-61a}$$

对于如图4-56所示的丙型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g\sqrt[3.2]{\frac{S_{m_s}+a^2_{m_s}}{2}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}61\ b)$$

对于如图4-56所示的丁型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g\sqrt[3.2]{a^2_{m_s}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}61\ c)$$

对于如图4-56所示的戊型磁路为

$$L_{g0}=\frac{\frac{L_g}{2}\sqrt[3.2]{a^2_{m_s}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}61\ d)$$

计算与两个磁极表面等距离的气隙中间磁场时的L_{g0}经验公式：

对于如图4-56所示的甲型、乙型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g(1+0.04L_{gs})\sqrt[3.2]{S_{m_s}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}62\ a)$$

对于如图4-56所示的丙型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g(1+0.04L_{gs})\sqrt[3.2]{\frac{S_{m_s}+a^2_{m_s}}{2}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}62\ b)$$

对于如图4-56所示的丁型磁路为

$$L_{g0}=\frac{L_g(1+0.04L_{gs})\sqrt[3.2]{a^2_{m_s}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}62\ c)$$

对于如图4-56所示的戊型磁路为

$$L_{g0}=\frac{\frac{1}{2}L_g(1+0.04L_{gs})\sqrt[3.2]{a^2_{m_s}}L_u}{S_g} \qquad (4\text{-}62\ d)$$

式（4-61）和式（4-62）中的符号意义如下：

L_g——磁路工作气隙长度（cm）；

L_{g*}——气隙长度的纯几何数学值；

S_{m*}——磁体中性面面积的纯几何数学值；

a_{m*}——磁体中性面等效边长的纯几何数学值；

S_g——工作气隙截面积（cm^2）；

L_u——单位长度（cm）。

磁通利用系数 ε 与磁路长度修正系数 L_{g0} 的关系可以表示为

$$\varepsilon = \frac{1}{QL_{g0} + 1} \tag{4-63}$$

式中 Q——磁路类型常数。

ε 和 L_{g0} 的关系也可以用图表示，如图 4-68所示。

（三）磁路类型常数 Q

磁路类型常数 Q 是一个经验常数，它是由如图4-68所示的 $\varepsilon - L_{g0}$ 实验曲线归纳得出的。对于不同类型的磁路其 Q 值是不同的。如图4-56所示的几种典型磁路的磁路类型常数 Q 约略值如下：$Q_{甲}=15$、$Q_{乙}=Q_{丙}=11$、$Q_{丁}=6$、$Q_{戊}=5.5$。如图4-58 a所示的三角形磁路的磁路类型常数 Q 随着磁极伸出长度的多少而变化，其范围在 11～6 之间。图4-58 b所示的牛角形磁

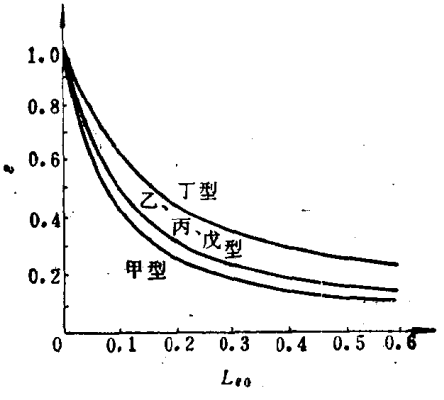


图4-68 几种类型磁路的 ε-L_{g0} 曲线

路，其磁路类型常数Q随着磁极端面面积与磁体中性面面积的接近程度，在8.5～6之间变动。如图4-69所示的C型磁路，其磁路类型常数Q值一般在10.5～6之间。

对于用稀土钴做成的磁路，则磁路类型常数Q值又有所不同。当磁体组成丁型或“悬吊”式磁路（见图4-70）时，

$$Q=1 \qquad (L_g \leqslant \frac{1}{2}a_m \text{时})$$

$$Q=\frac{2L_g}{a_m} \qquad (L_g > \frac{1}{2}a_m \text{时})$$

当磁体组成丙型（不包括内磁式）磁路时，

$$Q=4 \qquad (L_g \leqslant \frac{1}{2}a_m \text{时})$$

$$Q=\frac{11+\frac{L_g}{a_m}}{3} \qquad (L_g > \frac{1}{2}a_m \text{时})$$

当磁体组成戊型磁路时，

$$Q=\frac{5.5+\frac{L_g}{a_m}}{3}$$

式中 L_g——气隙长度（cm）；

a_m——磁体横截面的等效边长（cm）。

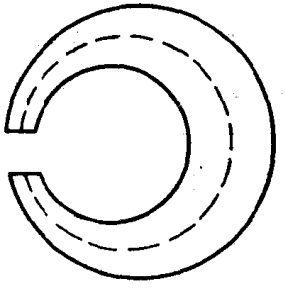


图4-69 C型磁路

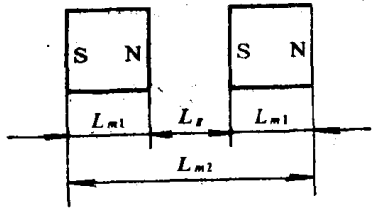


图4-70 “悬吊”式磁路

影响磁路类型常数Q值的因素除上述几种外，还有许多，诸如磁路工作点的选择、磁极端头的增设、磁极形状等等。

1．增设磁极端头

在如图4-56所示的丙、丁、戊等类型的磁路中的磁体磁极端面上增设磁极端头，如图4-71所示的形式。由于这些附加件（磁极端头）材料（软磁材料）的磁导率远高于永磁体的磁导率，而且是各向同性的，所以对由永磁体中性面来的磁力线没有定向约束能力，因此它会增加磁力线的散射而增加漏磁。由此改变了该磁路中工作气隙磁通ϕ_g与磁体中性面所提供的磁通ϕ_m的比例关系。通常，随着磁极端头的增设和磁极端头长度的增加，磁路类型常数Q值也就增加。



图4-71　磁极端头

2．工作点的选择

在电磁路中，铁心工作点选择得太高（如选择在膝部以上），和磁轭工作点选择太高具有同样的后果。在正常情况下，磁轭和磁极面积不会大于铁心的面积。铁心在一定的激励磁场作用下，其工作点可能处于膝部以上，但在这种情况下，磁极和磁轭的磁导率很低，这样，它就不容易把铁心中的磁通按正常比例导入工作气隙，而使更多的磁通从它们的侧面漏掉。这就导致了磁路类型常数的增加。所以，一般都

不把工作点选得太高。

3. 锥形磁极

如上所述，通常永磁路和电磁路的工作点一般均处在材料的退磁曲线或等值退磁曲线（见第五章第一节）的膝部。由于漏磁的存在，从磁体中性面逐渐向磁极端面过渡，其磁通密度也逐渐减小。为了保证工作气隙的磁通有较高的密度，常常把磁路中的磁极做成锥形，由于锥形磁极过渡段磁通密度的正常减小是有限的，磁体本身所容纳的磁通也是有限的。如果磁极端面的面积与磁体中性面的面积相差太大，则会造成磁路类型常数Q值的增大。

由上所述，影响磁路类型常数Q值的因素是很多的。所以很难对各种类型磁路给出一个确切的Q值。前面提了，磁路类型常数Q是一个经验常数，本文中所给的各种磁路的Q值，实在是个粗略的参考值。对于一个具体的磁路，其磁路类型常数Q值最好是经过试验来确定。但也可从已知的磁路各参数，倒推出该类型磁路的Q值，而后再利用这个Q值去计算或设计同类型的磁路，则可得到较好的结果。实践证明，这样做是可行的。

（四）考虑漏磁情况时磁路气隙磁感的计算

考虑漏磁时，磁路气隙磁感的计算一般步骤如下：

（1）判断磁路结构类型。

（2）根据磁路尺寸计算磁路尺寸比例系数A。

（3）利用式（4-45）或$K-A$关系曲线求磁路工作点坐标比K。

（4）在磁路所用材料的退磁曲线上作斜率为$\frac{1}{K}$的工作负载线，并求出工作点。

（5）查出工作点所对应的视在磁感B_m。

（6）根据磁路尺寸及所属磁路类型的Q值算出磁通利用系数ε。

（7）利用考虑漏磁情况下的磁通连续原理方程$B_gS_g=\varepsilon B_mS_m$，求出磁路工作气隙的磁感$B_g$。

下面举两个实例进一步加以说明。

例Ⅰ 我们仍然考虑图4-66所示的磁路。由于该磁路属于乙型，所以有

$$\varepsilon=\frac{1}{\dfrac{Q_Z L_g(1+0.04L_{gs})\sqrt[3.2]{S_{ms}L_u}}{S_g}+1}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{11\times0.25\times(1+0.04\times0.25)\sqrt[3.2]{5.8}}{2.61}+1}$$

$$=0.3517$$

于是，磁路工作气隙的磁感强度B_g为

$$B_g=\frac{\varepsilon B_mS_m}{S_g}=\frac{0.3517\times11000\times5.8}{2.61}$$

$$=8597(\mathrm{Gs})\triangleq0.86\mathrm{T}$$

这个结果与实际情况接近多了（本例的其他过程见不考虑漏磁时的B_g计算实例）。

例Ⅱ 某电度表阻尼磁系结构及尺寸如图4-72所示，所用的永磁材料退磁曲线如图4-73所示，求其气隙磁感应强度B_g。

由图4-72结构可见，该磁系统属于丁型磁路。由图所给的尺寸可求出如下参数：

$$S_m=(1.85-0.9)\times1.9=1.8\mathrm{cm}^2$$

$$S_g=\frac{1.7+1.4-0.95}{2}\times1.9=2.0\mathrm{cm}^2$$

$$L_g=2\times0.25=0.5\text{cm}$$

$$L_m=\frac{3.4+0.95}{2}+1.85+0.95=4.9\text{cm}$$

$$a_m=\frac{2\times(1.85-0.9)\times1.9}{1.85-0.9+1.9}=1.27\text{cm}$$

将以上数据代入丁型磁路的磁路尺寸比例系数计算式可求出A值，即

$$A=\frac{L_m+(L_m-2L_g)\ominus+\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_u}{a_m}$$

$$=\frac{4.9+(4.9-2\times0.5)+\left(\dfrac{2.0}{2\times0.5\times\sqrt{1.8}}-1\right)}{1.27}$$

$$=7.3$$

将已求出的A值代入下式求磁路工作点坐标比K。

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.06A)}}$$

$$=\frac{0.41}{7.3^{(1+0.06\times7.3)}}=0.0273$$

在图4-73上，通过原点作斜率为$\frac{1}{0.0273}$的工作负载线；交材料退磁曲线于D点，查D点的纵坐标得$B_m=6400\text{Gs}\triangleq0.64\text{T}$。

将有关的数值代入下式并取$Q=6$，可求得磁通利用系数ε

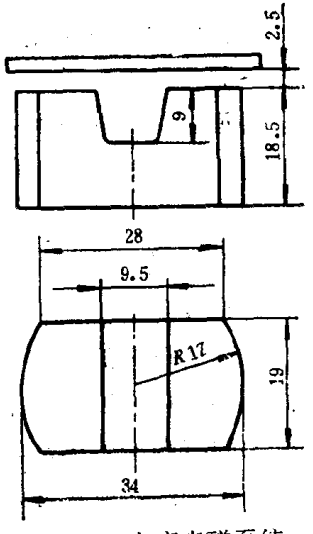


图4-72 电度表磁系统

⊖ 括号内为负值时，此项无意义，此时看作为零。

$$\varepsilon = \frac{1}{1+\dfrac{QL_g(1+0.04L_{gs})\cdot\sqrt[3.2]{S_{ms}}}{S_g}}$$

$$= \frac{1}{1+\dfrac{6\times0.5\times(1+0.04\times0.5)\times\sqrt[3.2]{1.8}}{2}}$$

$$=0.36$$

于是磁路工作气隙的磁感B_g为

$$B_g=\frac{\varepsilon B_m S_m}{S_g}$$

$$=\frac{0.36\times6400\times1.8}{2}$$

$$=2074\text{Gs}\triangleq0.21\text{T}$$

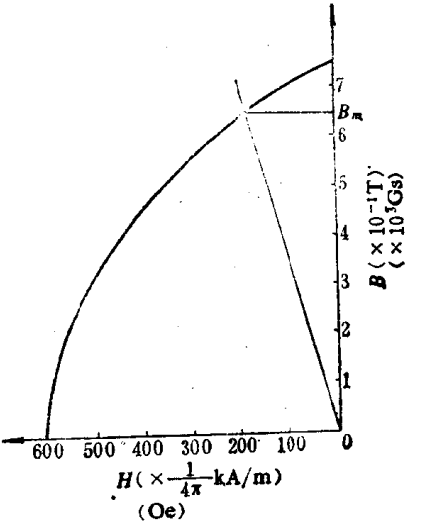


图4-73 铝镍永磁退磁曲线

二、静态永磁路设计的一般步骤

前面的讨论和有关的计算，主要是分析了与磁路设计和计算有关的参数，并建立了各种类型磁路计算的基本公式。比较各有关的计算公式，不难看到以下几个问题：同一材料、相同气隙，要得到最大的气隙磁感B_g，有一个最佳磁路类型的问题；同一磁路类型、相同磁路尺寸，要得到最大的气隙磁感B_g，有一个选择材料的问题；固定材料和磁路结构类型，还有一个磁路的最佳尺寸的确定问题。总之，磁路设计的任务，就是要解

决在需要的工作气隙中，达到预定的磁感要求，如何选择最佳磁路类型、确定最佳磁路尺寸和选择最适宜的磁性材料。为了方便，下面分几种情况分别加以讨论。

（一）确定磁路最佳尺寸

已知磁路类型、所要求的工作气隙尺寸（S_g、L_g）、气隙磁感B_g和所选用材料的磁特性（退磁曲线等），确定磁路的最佳尺寸。

这种情况是常常遇到的。它的设计过程大致如下：

（1）根据所属的磁路类型，大致地画出磁路草图。

（2）根据所选用的永磁材料的退磁曲线，找出材料最大磁能积对应的点，也叫最大磁能点（D）；查出D点的坐标B_d、H_d，并求出最大磁能点D的坐标比 $K\left(\frac{H_d}{B_d}\right)$。

（3）初步估计一个永磁体中性面的面积S_m。

（4）把初估的S_m和已知的L_g、S_g值代入有关的L_{g0}公式，求出气隙长度修正系数L_{g0}。

（5）将求出的L_{g0}值及所取的磁路类型常数Q值代入式(4-63)，算出磁通利用系数e。

（6）把初估的S_m和已知的S_g、已求的e、$B_d(\doteq B_m)$等代入式(4-60)，便可求出磁路工作气隙中的磁感值。如果求出的气隙磁感值与原设计的要求相符，说明初步估计的磁体中性面面积S_m是正确的；否则就必需重新估计S_m值，并重复(3)～(6)步骤，直至求出的工作气隙中的磁感值与设计所要求的磁感值一致(或接近)为止。通常经过2～3次反复，就可得到较好的结果。这样，便确定了永磁体中性面面积S_m。

（7）根据已求出的K_D值，在$K-A$关系曲线（图4-60）上，查出磁路尺寸比例系数A。

（8）把S_g、S_m、a_m、A值代入有关的磁路尺寸比例系数A的计算式，求出永磁体的长度L_m。

（9）根据所选用的磁轭材料参数B_t（磁轭材料磁化曲线膝部磁感）和已求出的B_m、S_m值代入下式，求出磁轭的截面积S_t。

$$S_t=\frac{B_mS_m}{B_t}$$

（10）磁轭长度是根据已知的磁路类型确定的。但要考虑到磁路的漫散磁通对磁体和工作气隙磁感的影响和磁路的紧凑性。一般可大致根据图4-74来选择确定。

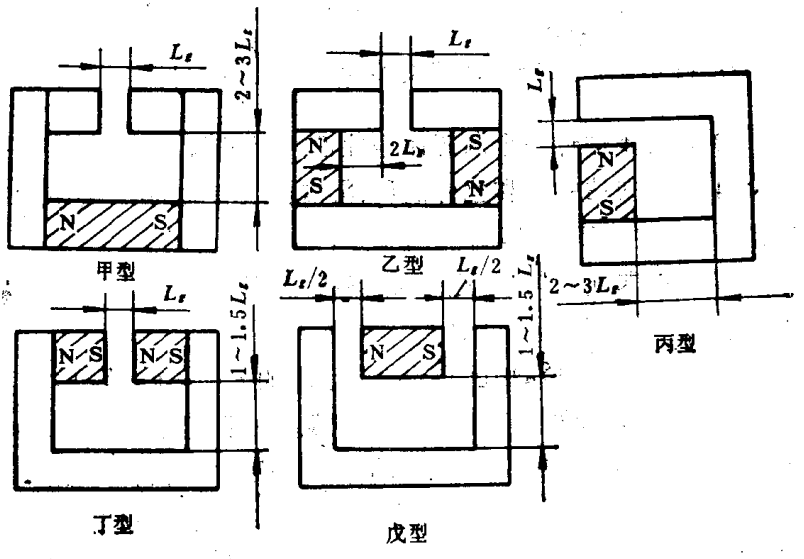


图4-74　各类磁路的磁轭

至此，磁路的主要尺寸S_m、L_m、S_t、L_t均已求得，将它们填入磁路图中，就算完成了最佳磁路尺寸的设计。

下面，举个实例加以说明。

试设计一个磁控管用的丁型磁路，要求气隙磁感B_g=1900Gs≙0.19T、气隙截面积S_g=63.5cm²、气隙长度L_g=9.3cm，所用的永磁材料的退磁曲线如图4-75所示。

设计过程如下：

1）先画出丁型磁路草图，如图4-76所示。

2）在永磁材料的退磁曲线图4-75上，过B_r、H_c两点分别作直线平行于H轴和B轴，两直线相交于P点，连接P、O(坐标原点)，直线OP与退磁曲线相交于D点，则D点就是最大磁能点。查D点的坐标，可得B_d=10000Gs=1T、H_d=550Oe≙43.768kA/m。根据B_d、H_d值，可求得最大磁能点坐标比K_D

$$K_D=\frac{H_d}{B_d}=\frac{550}{10000}=0.055$$

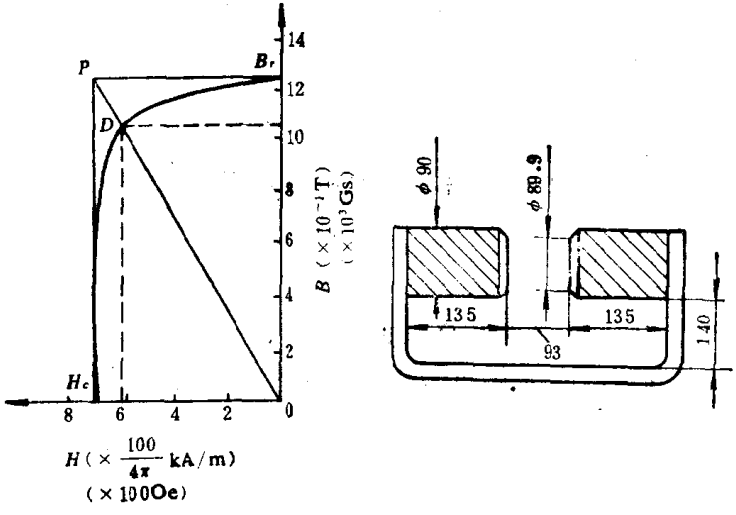


图4-75　永磁材料的退磁曲线　　图4-76　磁控管磁路草图

3）初步估计一个永磁体中性面的面积S_m。由于丁型磁路在不增设磁极端头时，是永磁体与工作气隙直接联系，所以可假设$S_m=S_g=63.5cm^2$。

4）求磁通利用系数ε。因为永磁体的横断面是圆形的，所以有

$$a_m=\frac{\pi}{4}d=\sqrt{\frac{\pi}{4}S_m}$$

于是磁通利用系数ε为

$$\varepsilon=\frac{1}{1+QL_{g0}}$$

$$=\frac{1}{1+\dfrac{QL_g(1+0.04L_{gs})\times\sqrt[3.2]{a_{ms}^2L_m}}{S_g}}$$

$$=\frac{1}{1+\dfrac{QL_g(1+0.04L_{gs})\times\sqrt[3.2]{\dfrac{\pi}{4}S_{ms}L_m}}{S_g}}$$

$$=\frac{1}{1+\dfrac{6\times9.3(1+0.04\times9.3)\times\sqrt[3.2]{\dfrac{\pi}{4}\times63.5}}{63.5}}$$

$$=19.64\%$$

计算中，磁路类型常数Q取6。

5）把S_g、ε及$B_d=B_m$代入下式求磁路工作气隙的磁感B_g。

$$B_g=\frac{\varepsilon B_mS_m}{S_g}=\frac{0.1964\times10000\times63.5}{63.5}$$

$$=1964\quad Gs=0.1964T$$

这里是把永磁材料的最大磁能点作为磁路的工作点来进行计算的，也就是说，磁路的工作点是选在永磁材料的最大磁能积所对应的点上。

以上的结果，即气隙磁感稍大于且接近于原设计的要求，因此认为初步估计的永磁体中性面面积 $S_m=63.5\text{cm}^2$ 是合理的。否则，就要重新估计，重新计算。

6）根据已求出的 $K_D=0.055$，在 $K-A$ 关系曲线（图4-60）上可查得磁路尺寸比例系数 $A\approx5$。

7）把 S_g、L_g、S_m、A 等值代入下式，可求得永磁体的长度 L_m，即

$$L_m=\frac{a_mA+2L_g-\left(\dfrac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_m}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{\dfrac{\pi}{4}}\times63.5\times5+2\times9.3-\left(\dfrac{63.5}{2\times9.3\times\sqrt{63.5}}-1\right)}{2}$$

$$=27\text{cm}$$

注意，括号内为负值，故取作零。

8）把已求出的 B_m、L_m 及磁轭材料的磁化曲线膝部磁感 B_t（对于纯铁 DT_1 或 DT_2，B_t 可选在 1.4T≙14000Gs；对于铁钴合金，B_t 可选在 18000～20000Gs≙1.8～2.0T，这里选用 TD_1，故 $B_t=14000\text{Gs}\triangleq1.4\text{T}$）代入下式，则可算出磁轭的截面积 S_t

$$S_t=\frac{S_mB_m}{B_t}=\frac{63.5\times10000}{14000}=45.4\text{cm}^2$$

9）由图 4-74 可知，对于丁型磁路，其部分磁轭的长度 L_t 应取气隙长度 L_g 的1～2倍，这里取1.5倍，于是有

⊖（　）括号内为负值时，该项无意义，此时看作为零。

$$L_t = 1.5 \times L_g = 1.5 \times 9.3 = 14\text{cm}$$

10）将设计出的$S_m = 63.5\text{cm}^2$、$L_m = 27\text{cm}$、$S_t = 45.4\text{cm}^2$、$L_t = 14\text{cm}$等值填入磁路图中，即完成了磁路设计任务。

（二）选择最适宜的永磁材料

已知磁路类型和磁路各部分的尺寸L_m、S_m、L_g、S_g及工作气隙中的磁感B_g，选择最适宜的永磁材料。

对于这个问题，可按下列步骤进行：

（1）将已知的L_m、S_m、L_g、S_g代入有关的磁路尺寸比例系数计算式求A值。

（2）将求出的磁路尺寸比例系数A值代入式(4-45)，求出磁路工作点坐标比K。

（3）将L_g、S_g及S_m代入有关的L_{g0}计算式，求出气隙长度修正系数L_{g0}。

（4）将L_{g0}值和所取的磁路类型常数Q代入式（4-63），求出磁路的磁通利用系数ε。

（5）把S_m、S_g、B_g及ε等值代入式（4-60）求出磁体的视在磁感B_m。

（6）在画有若干退磁曲线的图上（图4-78），通过坐标原点O，作斜率为$\frac{1}{K}$的工作负载线，在该图上作$B = B_m$的水平线（平行于H轴），两线的交点即为磁路的工作点D。凡最大磁能点就是D的退磁曲线，或最大磁能点与D点最接近的退磁曲线，所对应的永磁材料，便是应该选取的最适宜材料。

下面，举个实例进一步加以说明。

一磁控管用的牛角形磁路，如图4-77所示。其各部分尺寸为：$L_g = 9.3\text{cm}$、$S_g = 63.5\text{cm}^2$、$L_m = 66\text{cm}$、$S_m = 133\text{cm}^2$，

工作气隙磁感值B_g=1966Gs≙0.1966T。试选择最适宜的永磁材料。

对于这个问题，首先是辨别磁路类型。显然，此种牛角磁铁属于无附加磁极的乙型磁路。

把已知的L_m、S_m、L_g及S_g代入下式，求出该磁路的磁路尺寸比例系数A，即

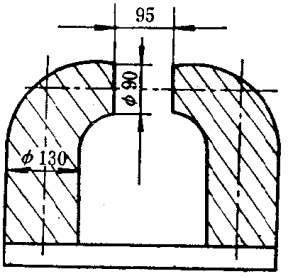


图4-77　磁控管用的磁路

$$A=\frac{L_m+2\sqrt{S_m}+(\sqrt{S_m}-L_g)\ominus+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_m}}-1\right)^{\ominus}L_g}{\sqrt{S_m}}$$

$$=\frac{66+2\times\sqrt{133}+(\sqrt{133}-9.3)+\left(\frac{6.35}{2\times9.3\times\sqrt{133}}-1\right)}{\sqrt{133}}$$

$$=6.92$$

由于第二个括号内为负值，故取作零。

将求出的A值代入下式，求磁路工作点坐标比K

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}=\frac{0.41}{6.92^{(1+0.05\times6.92)}}=0.0303$$

将L_g、S_g及S_m代入下式，求磁路的气隙长度修正系数L_{g0}。

（3）由磁路最佳工作点对应的坐标值H_d、B_d，可求得磁路工作点坐标比K。

⊖ 括号内为负值时，此项无意义，此时看作为零。

$$L_{g0}=\frac{L_g(1+0.04L_{g\delta})\times\sqrt[3.2]{S_m L_m}}{S_g}$$

$$=\frac{9.3\times(1+0.04\times9.3)\times\sqrt[3.2]{133}}{63.5}=0.926$$

将求出的L_{g0}值和所取的磁路类型常数$Q=11$代入下式，求磁路的磁通利用系数ε。

$$\varepsilon=\frac{1}{1+QL_{g0}}=\frac{1}{1+11\times0.926}=0.089$$

把S_m、S_g、B_g及ε等值代入下式，求磁体的视在磁感B_m。

$$B_m=\frac{B_gS_g}{\varepsilon S_m}=\frac{1996\times63.5}{0.089\times133}=10707\text{Gs}\triangleq1.07\text{T}$$

最后，在画有若干材料退磁曲线的图上（图4-78），通过原点0作斜率为$\frac{1}{0.0303}$的工作负载线，过$B=B_m=10707\text{Gs}\triangleq1.07\text{T}$的点，作$H$轴的平行线，两线相交于$D$点。由图可见，退磁曲线4的最大磁能点与$D$点最接近，所以退磁曲线4所对应的永磁材料——LNG35就是应选择的。

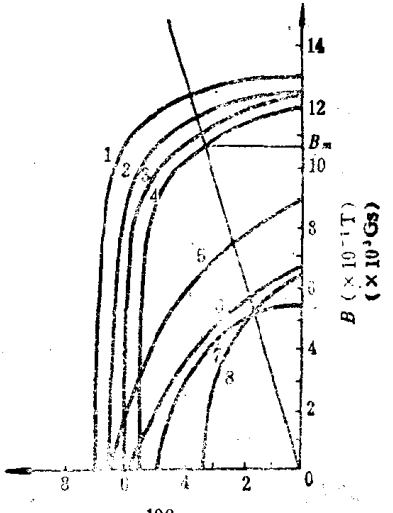


图4-78 几种材料的退磁曲线
1—LNG52 2—LNG40 3—LNG40
4—LNG35 5—LNG20 6—LNG13
7—LNG10 8—LNG8

（三）确定磁体体积最小的磁路类型

已知磁路的L_g、S_g、B_g和所用永磁材料的退磁曲线，求磁体体积最小的

型的磁体体积，然后视磁体体积的大小决定舍取，即选取磁体体积最小的磁路类型。其一般步骤如下：

我们比较甲型和丁型磁路。

（1）由式（4-59）和式（4-63）可得

$$\varepsilon=\frac{B_\delta S_\delta}{B_m S_m}=\frac{1}{1+QL_{\delta 0}}$$

对于甲型磁路，并注意式（4-62a）则有

$$\frac{B_\delta S_\delta}{B_m S_{m甲}}=\frac{1}{1+\dfrac{15L_\delta(1+0.04L_{\delta\delta})\sqrt[3.2]{S_{m\delta甲}}L_u}{S_\delta}}$$

这里，取$Q=15$，上式经过整理后可得

$$B_\delta S_\delta+15B_\delta L_\delta(1+0.04L_{\delta\delta})\sqrt[3.2]{S_{m\delta甲}}L_u-B_m S_{m甲}=0 \tag{4-64}$$

对于丁型磁路，并注意式（4-62c）则有

$$\frac{B_\delta S_\delta}{B_m S_{m丁}}=\frac{1}{1+\dfrac{6L_\delta(1+0.04L_{\delta\delta})\sqrt[3.2]{a_{m\delta丁}^2}L_u}{S_\delta}}$$

这里取$Q=6$。如果永磁体的横截面积是正方形的，则有$a_m=\sqrt{S_m}$；将此代入上式，并经过整理后可得

$$B_\delta S_\delta+6B_\delta L_\delta(1+0.04L_{\delta\delta})\sqrt[3.2]{S_{m\delta丁}}L_u-B_m S_{m丁}=0 \tag{4-65}$$

如果已知S_δ、L_δ、B_δ，则方程（4-64）和（4-65）都只有一个未知数，即$S_{m甲}$（或$S_{m丁}$），所以可解。

（2）从已知的永磁材料退磁曲线上，找出材料的最大磁能点，把它作为磁路的最佳工作点。

（4）在图4-60的$K-A$关系曲线上，可查得与K值对应的磁路尺寸比例系数A。

（5）由式（4-56a）和式（4-56d）可分别得到：

$$2L_{m甲}=A\sqrt{S_{m甲}}+L_g-2\sqrt{S_{m甲}}-\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_{m甲}}}-1\right)^{\ominus}L_g \tag{4-66}$$

$$2L_{mT}=A\sqrt{S_{mT}}+2L_g-\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_{mT}}}-1\right)^{\ominus}L_g \tag{4-67}$$

（6）把已知的S_g、L_g和所求出的A、$S_{m甲}$、S_{mT}等值分别代入式（4-66）和式（4-67）可解得$L_{m甲}$和L_{mT}。

（7）于是两种类型磁路的永磁体体积分别为

$$V_{m甲}=S_{m甲}L_{m甲} \tag{4-68}$$

$$V_{mT}=S_{mT}L_{mT} \tag{4-69}$$

（8）比较两永磁体体积的大小，决定磁路类型的舍取。若$V_{m甲}>V_{mT}$，则取丁型磁路，若$V_{m甲}<V_{mT}$，则取甲型磁路。

按照上述方法，同样地可以对其他类型的磁路进行比较。通过这样的比较，便可找到最佳的磁路类型。

下面，举个实例进一步加以说明。

设有甲型磁路和丁型磁路两种。它们的工作气隙尺寸$L_g=9$cm、$S_g=64$cm^2，气隙磁感$B_g=2000$Gs$\triangleq$0.2T，所用的永磁材料退磁曲线如图4-79所示。试求永磁体体积最小的磁路类型。

磁路类型。

对于这样的问题，首先是分别计算出所要比较的磁路类

⊖ 括号内为负值时，此项无意义，此时看作为零。

（1）求永磁材料的最大磁能点。在图4-79上，过B_r、H_c两点分别作直线使之平行于H轴和B轴，两直线的相交于P点。连接P、0（0为坐标原点），交退磁曲线与D点，则D点即为永磁材料的最大磁能点。

（2）求磁路工作点坐标比K。把材料的最大磁能点作为磁路的工作点，于是磁体的视在磁感$B_m=B_d$1.08T(10800 Gs) 而$H_m=H_d=47.748$kA/m (600Oe)（见图4-79）。这样，磁路的工作点坐标比K为

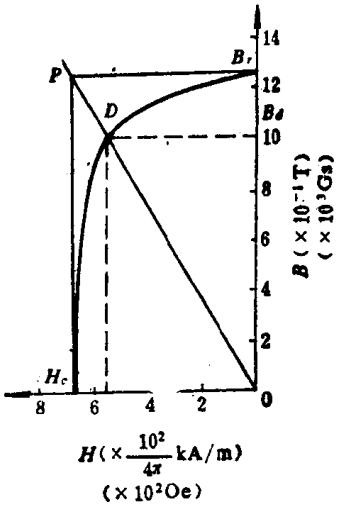


图4-79 铝镍钴永磁退磁曲线

$$K=\frac{H_m}{B_m}=\frac{600}{10800}=0.0555$$

（3）在图4-60的$K-A$关系曲线上，可查得对应于$K=0.0555$的磁路尺寸比例系数$A\approx 5$。

（4）把已知的B_r、S_r、L_r和已求的B_m值分别代入式(4-64)和式(4-65)，求$S_{m甲}$和S_{mT}。

$$B_rS_r+15B_rL_r(1+0.04L_{r\cdot})\sqrt[3\cdot 2]{S_{m\cdot 甲}}L_m-B_mS_{m甲}=0$$

$$2000\times 64+15\times 2000\times 9\times(1+0.04\times 9)\sqrt[3\cdot 2]{S_mS_甲}-10800S_{m甲}=0$$

可解得$S_{m甲}=186\text{cm}^2$

$$B_rS_r+6B_rL_r(1+0.04L_{r\cdot})\sqrt[3\cdot 2]{S_{m\cdot T}}L_m-B_mS_{mT}=0$$

$$2000\times 64+6\times 2000\times 9\times(1+0.04\times 9)\times\sqrt[3\cdot 2]{S_{m\cdot}}-10800S_{mT}=0$$

可解得$S_{mT}=61\text{cm}^2$

（5）把已知的$S_g=64cm^2$、$L_g=9cm$和已求的$A=5$、$S_{m甲}=186cm^2$、$S_{m丁}=61cm^2$分别代入方程（4-66）和方程（4-67），则有

$$2L_{m甲}=5\times\sqrt{186}+9-2\times\sqrt{186}-\left(\frac{64}{2\times9\times\sqrt{186}}-1\right)$$

可解得$L_{m甲}=24.9cm$。注意，括号内因是负值，解方程时取作零。

$$2L_{m丁}=5\times\sqrt{61}+2\times9-\left(\frac{64}{2\times9\times\sqrt{61}}-1\right)$$

可解得$L_{m丁}=28.5cm$。注意，括号内因是负值，解方程时取作零。

（6）把已求出的$L_{m甲}$、$L_{m丁}$、$S_{m甲}$、$S_{m丁}$分别代入式（4-68）和式(4-69)，可求得永磁体的体积。

$$V_{m甲}=S_{m甲}L_{m甲}=186\times24.9=4631cm^3$$

$$V_{m丁}=S_{m丁}L_{m丁}=61\times28.5=1739cm^3$$

（7）比较两种类型磁路的永磁体体积，显然是$V_{m甲}$大于$V_{m丁}$，所以应取丁型磁路，而不要甲型磁路。

第六节　具有变化间隙磁路的设计

前面所讨论的永磁磁路，在使用时，其磁通量和间隙磁势均保持不变，故称为静态磁路。在以下两节里，我们要讨论的是在使用时，磁通量和间隙磁势是变化的永磁磁路。这类永磁磁路通常称为动态永磁路。动态永磁路包括具有变化间隙的磁路和在电动条件下工作的磁路。这类磁路之所以称作为动态磁路，是由于磁路的间隙大小经常发生变化，如吸引磁铁；或在间隙中有变动的电流，如永磁电机；它们都使永磁

体的工作点不是固定在永磁材料的退磁曲线的某一点上，而是在回复曲线上来回移动。

动态永磁路的作用，就是利用永磁体在磁路中，所储存的能量转换成机械能或电能的。因此，我们从永磁体的磁能谈起，然后通过吸引磁铁和永磁电机的讨论，来说明动态永磁磁路的计算和设计原理。

一、有用回复能

众所周知，一个非闭合的永磁体，在其周围空间要产生磁场。实践证明，磁场能密度E_m为

$$E_m=\frac{1}{8\pi}BH$$

所以，永磁体在其周围空间所产生的磁场能为

$$E_{外}=\sum_{\text{整个外部空间}}\frac{1}{8\pi}BH\Delta V \qquad (4\text{-}70)$$

式中 B——永磁体周围空间的磁感应强度；

H——永磁体周围空间的磁场强度。

理论可以证明：$E_{外}$与永磁体内部的磁感应强度B_m及磁场强度H_m有如下的关系：

$$E_{外}=\sum_{\text{整个外部空间}}\frac{1}{8\pi}BH\Delta V=-\sum_{\text{永磁体的体积}}\frac{1}{8\pi}B_mH_m\Delta V_m$$

如果，B_m、H_m在永磁体内是均匀的，则有

$$E_{外}=-\frac{1}{8\pi}B_mH_mV_m$$

式中 V_m——永磁体的体积。

因为永磁体的工作点是在退磁曲线上，B_m的值为正，H_m的值为负，所以$E_{外}$还是正的。由图4-80可以看出，$E_{外}$正比于

矩形DH_mOB_m的面积。

对于具有小间隙的静态磁路，如果忽略漏磁的影响，则可以认为永磁体所产生的外部磁能全部集中于间隙内，即

$$E_{外}=E_{间隙}=-\frac{1}{8\pi}B_mH_m\Delta V_m$$

如果考虑漏磁的影响，则永磁体产生的外部磁能就不能认为全部集中于间隙内。但在具有固定间隙的磁路中，则有用磁通和漏磁通的分布是固定不变的，而磁路的总磁导也是不变的。

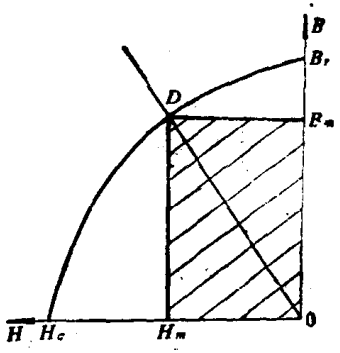


图4-80　静态永磁路的磁能

对于具有变化间隙的磁路，例如吸引磁铁，情况就不同了。随着永磁体与被吸物体距离的变化，磁路中的磁通分布以及总磁导都要发生变化。磁通分布对于了解吸引磁铁的工作原理很重要，所以我们先来讨论一下磁通的分布情况。为了便于理解，还是从具有固定漏磁间隙的情况谈起。

图4-81 a 为一种具有固定间隙的简单磁路。假定，所有的漏磁通都集中在漏磁间隙（S_L、L_L）中，所有的有用磁通集中在有用间隙（S_m、L_m）中，两个间隙上所加的磁动势相等，即

$$F_m=-H_mL_m$$

式中　H_m——负值。

图4-81 b 为该磁路的等效电路。显然，总磁通ϕ_m为

$$\phi_m=B_mS_m$$

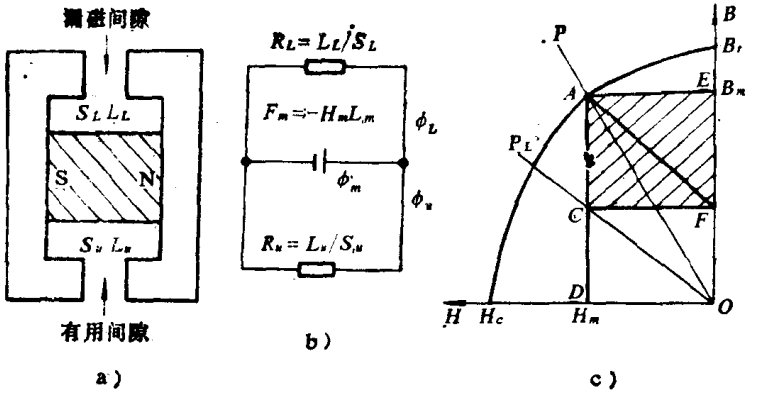


图4-81　具有固定间的磁路

总磁势F_m为

$$F_m = -H_m L_m$$

因为漏磁间隙和有用间隙是并联的，所以总磁导G为

$$G = G_u + G_L$$

式中　G_u——有用间隙的磁导，　$G_u = \dfrac{\mu_0 S_u}{L_u} = \dfrac{S_u}{L_u}$；

G_L——漏磁间隙的磁导，　$G_L = \dfrac{\mu_0 S_L}{L_L} = \dfrac{S_L}{L_L}$。

根据磁路欧姆定律：$\phi_m = F_m G$，则有

$$B_m S_m = -H_m L_m G$$

经过整理可得：

$$\frac{B_m}{H_m} = -\frac{L_m}{S_m} G$$

这就是磁路的工作负载线的斜率，以 $\operatorname{tg}\theta$表示，于是有

$$B_m = H_m \operatorname{tg}\theta$$

因此磁路的工作点可以这样地来求得，即由已知的L_m、S_m和G代入下式，求出 $\operatorname{tg}\theta$

$$\operatorname{tg}\theta=-\frac{L_m}{S_m}G$$

再作工作负载线，并使其斜率为 $\operatorname{tg}\theta$，工作负载线与材料的退磁曲线的交点，即为磁路的工作点。由于 $\operatorname{tg}\theta$ 与 G 相关，所以有的用 P 表示，但 P 必竟不是通常所说的磁导，因而叫做磁导系数，即

$$-P=\frac{B_m}{H_m}=\operatorname{tg}\theta=-\frac{L_m}{S_m}G$$

可见，如果知道了磁导系数 P，就很容易在永磁材料的退磁曲线上定出磁路的工作点。

如前所述，在考虑漏磁影响的场合，永磁体的磁通在外部应分为有用磁通和漏磁通。

漏磁通 ϕ_L 为

$$\phi_L=B_LS_L=F_mG_L=-H_mL_mG_L$$

而漏磁导系数 P_L 为

$$-P_L=\frac{B_L}{H_m}=-\frac{L_m}{S_m}G_L=\operatorname{tg}\theta_L$$

漏磁通密度 B_L 为

$$B_L=H_m\operatorname{tg}\theta_L=-H_mP_t$$

有用磁通 ϕ_u 为

$$\phi_u=B_uS_u=F_mG_u=-H_mL_mG_u$$

而有用磁导系数 P_u 为

$$-P_u=\frac{B_u}{H_m}=-\frac{L_m}{S_m}G_u=\operatorname{tg}\theta_u$$

有用磁通密度 B_u 为

$$B_u=-P_uH_m=H_m\operatorname{tg}\theta$$

在图4-81 c 中，线段 AD 表示永磁体处于工作状态时的磁感应强度 B_m、OD 表示磁场强度 H_m，CD 表示漏磁通密度 B_L，AC 表示有用磁通密度 B_u。

从上面的讨论，可以看到，对于给定的永磁材料（即退磁曲线已知），如果已知磁路的总磁导系数 P 及漏磁导系数 P_L，便可用作图的方法来确定出磁通的分布情况。

由式（4-70）可知，此时永磁体在外部空间产生的总磁能与图4-81 c 中的矩形 $ADOE$ 的面积成正比，画斜线的面积 $ACFE$ 与有用间隙中储存的能量成正比；面积 $CDOF$ 与漏磁间隙中的磁能成正比。从下面的讨论可以看到，在吸引磁铁的设计中，很重要的一个问题，就是设法尽可能地增大 $ACFE$ 的面积，以提高磁铁的利用率。

现在来讨论具有变化间隙的永磁路。图4-82 a 是一个举重磁铁的示意图。永磁磁体的两臂为软铁轭，下面的衔铁即为待举的重物。当衔铁远离时，如图4-82 b 所示，永磁体的磁通全部通过磁轭两臂间的缺口。此时，永磁体的工作点完全由漏磁间隙的尺寸（或说由漏磁导系数 P_L）决定，如图4-83中的 A 点（对应的有 B_d、H_d）所示。如果衔铁被吸引到与磁轭接合，如图4-82 c 所示，设接合面很平，吸在一起时没有缝隙，则永磁体的磁通全部通过衔铁，因为那里的磁阻最小。此时可以认为永磁体不受退磁场的作用，于是工作点变到 B 轴上的 D 点（见图4-83）。显然，衔铁从远离磁轭到与磁轭接合的过程中，永磁体的工作状态从材料退磁曲线上的 A 点沿回复曲线 AD 变化到 D 点。当衔铁处在图4-82 a 的位置时，永磁体的工作点是处在回复曲线上的 E 点（见图4-83）。此时，总磁通分为两个部分：通过漏磁间隙的漏磁通（相应的漏磁通密度用 B_L 表示），及通过有用间隙的有用磁通（相应的有用磁通密度用 B_δ 来表示）。磁通的分布同衔铁与吸引磁铁的距离有关。随着两者距离的减小，B_δ 增大，B_L 减小。例如，当衔铁靠近吸引磁铁到某一距离时，永磁体的工作点从 A

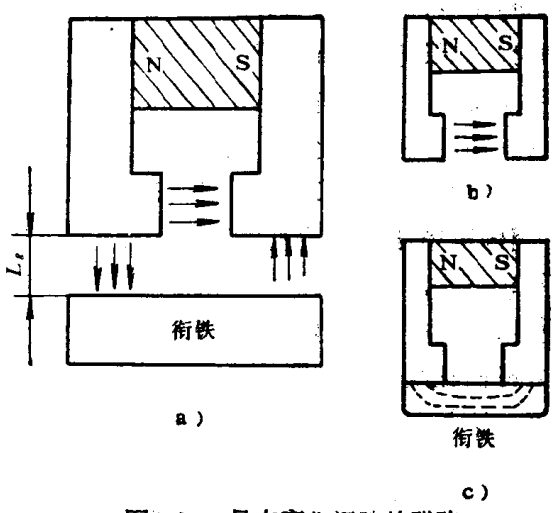


图4-82 具有变化间隙的磁路

点沿回复曲线移动到E点（对应的有B_m、H_m），此时有用磁通密度由零增加到$B_u=EF$，而漏磁通密度B_L由B_d减小到FG。

由图4-83，不难得到（下面的计算中，H_m、H_d等均取其绝对值）：

$$B_L=\frac{B_d}{H_d}H_m=FG$$

$$B_u=B_d+\mu_{re}(H_d-H_m)\times\frac{B_d}{H_d}H_m=EF$$

如前所述，图4-83中画斜线的那个矩形，即$EFKJ$的面积与吸引磁铁吸引衔铁时能够转变成机械能的有用磁能成正比，因此，常把此能量称为有用回复能，并且

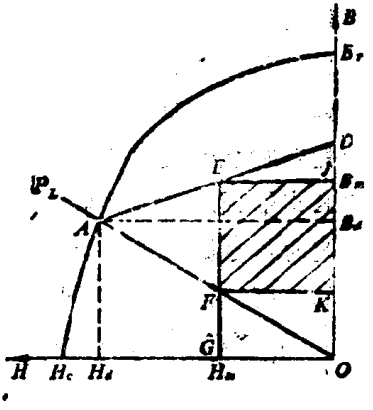


图4-83 具有变化间隙磁路的工作图

用$(BH)_u$来表示。下面讨论如何正确地选择磁体的工作点，以使$(BH)_u$为最大，使吸引磁铁的效率提高等问题。

有用回复能（见图4-83）为

$$(BH)_u = EF \times FK$$
$$= B_u H_m$$
$$= \left[B_d + \mu_{rec}(H_d - H_m) - \frac{B_d}{H_d} H_m \right] H_m$$

整理后可得：

$$(BH)_u = H_m(B_d + \mu_{rec} H_d) - H_m^2 \left(\frac{B_d}{H_d} + \mu_{rec} \right) \quad (4\text{-}71)$$

式中 B_m——E点对应的磁通密度；

H_m——E点对应的磁场强度；

μ_{rec}——回复磁导率。

对于给定的永磁材料，若漏磁导系数P_L已给定$\left(P_L = \frac{B_d}{H_d} \right)$，为了提高吸引磁铁的效率，就必须正确地选择永磁体的工作点E（B_m、H_m），以使有用回复能$(BH)_u$为最大。由数学知识可知，把$(BH)_u$看作是H_m的函数，即

$$(BH)_u = f(H_m)$$

取其极值，并要求H_m满足下式

$$\frac{d(BH)_u}{dH_m} = 0$$

即

$$(B_d + \mu_{rec} H_d) - 2H_m \left(\frac{B_d}{H_d} + \mu_{rec} \right) = 0$$

由此，可解得

$$H_m=\frac{1}{2}H_d \tag{4-72}$$

而

$$\begin{aligned}B_m&=B_L+B_e\\&=\frac{B_d}{H_d}H_m+B_d+\mu_{re}(H_d-H_m)-\frac{B_d}{H_d}H_m\\&=B_d+\frac{1}{2}\mu_{re}H_d\end{aligned}$$

由此可见，应该这样地选择吸引磁铁的总磁导系数 P，使得永磁体的工作点 E 位于回复曲线 AD 的中点，此时 $(BH)^*$ 最大。

将式（4-72）代入式(4-71)，可得到有用回复能，即

$$\begin{aligned}(BH)_e&=\frac{1}{4}(B_dH_d+\mu_{re}H_d^2)\\&=\left(\frac{1}{2}B_d\right)\left(\frac{1}{2}H_d\right)\\&=\frac{1}{2}\ \text{（三角形}OAD\text{的面积）}\end{aligned}$$

可见，有用回复能的最大值随 A 点（B_d、H_d）的位置发生变化，也就是说，随着三角形 OAD 的面积大小发生变化。显然，A 点的位置选择的恰当，则有用回复能的最大值便可达到极大。这就是说，可以通过适当地选择 B_d、H_d 的方法，使有用回复能 $(BH)_e$ 达到最大。通常称为最大有用回复能，并以 $(BH)_{emax}$ 表示。

$$(BH)_{emax}=\frac{1}{4}(B_dH_d+\mu_{re}H_d^2)_{max}$$

最大有用回复能是永磁材料设计吸引磁铁时的重要特性。

图4-84和图4-85分别给出铝镍钴Ⅴ永磁和各向异性钡铁氧体永磁的有用回复能曲线族。

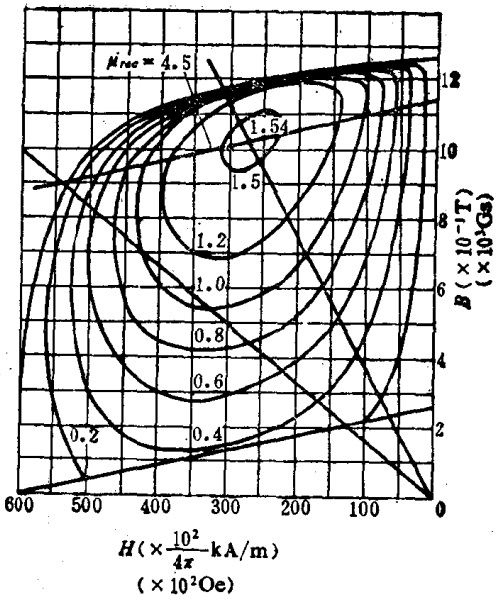


图4-84　铝镍钴Ⅴ的有用回复能曲线

对于铝镍钴Ⅴ永磁最大有用回复能为

$$(BH)_{umax}=1.54\text{MGsOe}\triangleq 12.32\text{kJ/m}^3$$

$$\mu_{rec}=4.5$$

对应于最佳回复曲线起始点A的各参数为

$$B_d=8900\text{Gs}\triangleq 0.89\text{T}$$

$$H_d=530\text{Oe}\triangleq 42.176\text{kA/m}$$

$$P_L=\frac{B_L}{H_m}=\frac{B_d}{H_d}=\frac{8900}{530}=16.79$$

对应于最大有用回复能$(BH)_{umax}$的E点的各参数为

$$B_m=B_d+\frac{1}{2}\mu_{rec}H_d=8900+\frac{1}{2}\times 4.5\times 530$$

$$=10093\text{Gs}\triangleq 1.0093\text{T}$$

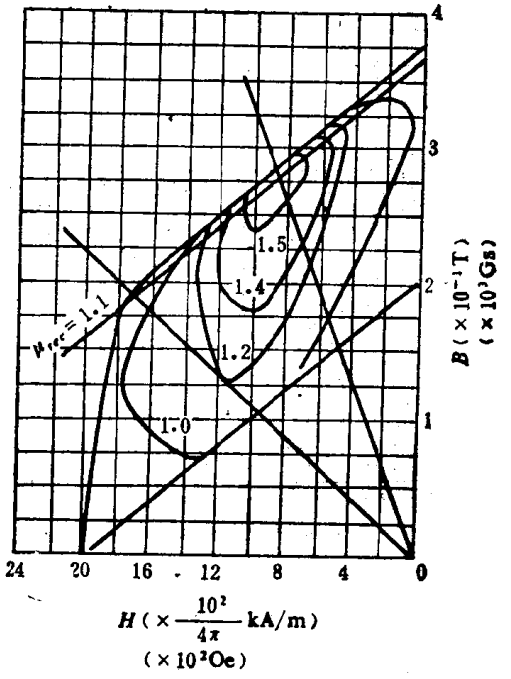


图4-85　各向异性钡铁氧体的有用回复能曲线

$$H_m=\frac{1}{2}H_d=\frac{1}{2}\times530=265\text{Oe}\triangleq21.088\text{kA/m}$$

$$P=\frac{B_m}{H_m}=\frac{10093}{265}=38.09$$

表4-1列出几种常用的永磁材料在固定间隙磁路和具有变化间隙磁路工作时的主要磁特性。

从表4-1不难看出：$\frac{H_c}{B_r}$值较大的材料，其最大有用回复能$(BH)_{u\max}$与材料的最大磁能积$(BH)_{\max}$之比的数值也较大。这说明具有高矫顽力的材料，适合于做吸引磁铁，因为它的磁能利用率较高。

表 4-1　几种常用永磁材料在固定间隙和变化间隙磁路中工作时的主要磁特性

材料磁性能			铝镍钴Ⅴ	铝镍钴Ⅶ	高H_c铁氧体
退磁曲线	B_r	(T) (Gs)	1.26 (12600)	0.88 (8800)	0.375 (3750)
	H_c	(kA/m) (Oe)	51.725 (650)	119.366 (1500)	159.155 (2000)
固定间隙情况	$(BH)_{max}$	(kJ/m³) (MGs Oe)	43.2 (5.4)	40.0 (5.0)	24.48 (3.06)
	B_0	(T) (Gs)	1.00 (10000)	0.50 (5000)	0.24 (2400)
	H_0	(kA/m) (Oe)	39.789 (500)	79.577 (1000)	103.451 (1300)
	最佳磁导系数P		20.00	5.00	1.84
变化间隙的情况	回复磁导率μ_{rec}		4.6	2.4	1.1
	$(BH)_{s\,max}$	(kJ/m³) (MGs Oe)	12.32 (1.54)	15.36 (1.92)	19.60 (2.45)
	对应于最佳回复曲线起始点A	B_d (T) (Gs)	0.89 (8900)	0.41 (4100)	0.19 (1900)
		H_d (kA/m) (Oe)	42.176 (530)	89.923 (1130)	135.282 (1700)
		漏磁导系数P_L	16.79	3.63	1.12
	对应于$(BH)_{s\,max}$的E点	B_m (T) (Gs)	1.009 (10093)	0.546 (5456)	0.284 (2835)
		H_m (kA/m) (Oe)	21.088 (265)	44.961 (565)	67.641 (850)
		总磁导系数P	38.09	9.66	3.34

为了使磁体有最大的有用回复能 $(BH)_{\mu max}$，对于用铝镍钴V永磁做成的磁体，要求回复曲线的起始位置A点选在材料最大磁能点的下方。这一点，可以由A点对应的漏磁导系数$P_L=16.79$和材料最大磁能点对应的磁导系数$P=20.0$看出。

假定，回复曲线的起始位置A点就是材料的最大磁能点，在最大磁能点时，可近似地认为$\frac{B_d}{H_d}=\frac{B_r}{H_c}$（见第三章第二节），则有

$$(BH)_{\mu max}=\frac{(BH)_{max}}{4}\left(1+\mu_{rec}\frac{H_c}{B_r}\right)$$

对于理想的永磁材料，其$B_r=H_c$，$\mu_{rec}=1$，则有

$$(BH)_{\mu max}=\frac{1}{2}(BH)_{max}$$

这说明，永磁材料在动态情况下工作时，磁能的利用只有静态时的一半。尚若动态磁路中有外界磁场的干扰，如电机中电枢电流产生的磁场等，则磁能的利用率更低。

最后应该提一下，有用回复能与机械功的关系。如前所述，永磁体的总磁通在图4-82 a所示的情况下分为两个部分。其中有用磁通ϕ_u全部通过衔铁，根据磁通量连续原理，ϕ_u应与通过气隙的总磁通相等，即

$$\phi_u=B_uS_m=B_gS_g \tag{4-73}$$

而，永磁体中的磁势与气隙磁势的关系，可由静态磁路的基本方程得到

$$H_mL_m=fH_gL_g \tag{4-74}$$

于是，永磁体所能做的机械功为

$$W=\frac{1}{8\pi}\frac{1}{f}B_uH_mS_mL_m=\frac{V_m}{8\pi f}(BH)_u$$

式中 V_m——永磁体的体积；

f——磁阻系数；

$(BH)_o$——有用回复能。

由此可见，在动态磁路中，永磁体所做的机械功W与有用回复能$(BH)_o$成正比，有用回复能越大，机械功也将越大。因此在设计动态磁路时，为了最大限度地发挥永磁材料的性能，都应尽量地把工作点选在有用回复能最大的相应位置上。

二、具有变化间隙磁路的设计

吸引磁铁是利用永磁体能够吸引铁磁性物质这一特性而设计的。这类磁路的应用面很广，例如用永磁材料做成磁铁，作机床的夹具、工具架、焊接固定器、磁性支架以及恒温器用的快速触头，磁力选矿机等等。在这类器件中，主要是利用永磁体在磁路中所储存的能量来产生机械力或者来完成某种机械动作的，所以这类器件的工作过程是使永磁体的能量转变成为机械能的过程。这类器件的特点是永磁体的工作点在回复曲线上变动。因而永磁体的能量利用就不可能总是最大有用回复能。因此，在具体考虑动态磁路时，又与静态磁路有所区别。下面以牵引磁体和磁力吸盘为例加以说明。

牵引磁体和磁力吸盘的动作原理都是使用磁体的吸力，但要求有所不同。牵引磁体一般要求在一定的距离下有多大的牵引力，而磁力吸盘则要求距离为零时有多大吸力。

我们先来讨论两个不同极性的磁铁，当其间距很小时的吸引力（即平面接触吸引力）。

设磁铁的截面积为S_g、两磁铁之间的距离为L_g、间隙中的磁感应强度为B_g、磁场强度为H_g，则由式（4-70）知，间隙中储存的磁能为

$$E_m=\frac{1}{8\pi}B_gH_gV_g=\frac{1}{8\pi}B_gH_gS_gL_g$$

如果是在吸引力的作用下，L_g改变了ΔL_g，则磁能减小并转化为机械功，根据能量守恒定律，两者应该相等，即

$$F\Delta L_g=\frac{1}{8\pi}B_gH_gS_g\Delta L_g \tag{4-75}$$

由此可得到作用于整个截面S_g上的吸引力F为

$$F=\frac{1}{8\pi}B_gH_gS_g=\frac{1}{8\pi}B_g^2S_g$$

假设间隙很小，则间隙中的磁感应强度B_g就近似地等于永磁体中的磁感应强度B_m，于是有

$$F=\frac{1}{8\pi}B_m^2S_g \tag{4-76}$$

为了提高间隙中的磁感应强度，很多吸引磁铁都具有软铁极头，以便集中磁通提高F。

上面讨论了面接触时的吸引力。在很多应用中，不光局限于接触吸引力的考虑，更需研究和测量整个的吸力-间隙曲线，即$F-L_g$曲线。在这种情况下，应将式（4-75）中磁感应强度理解为有用间隙中的磁通密度B_u。

由图4-83不难看到，有用磁通密度B_u为

$$\begin{aligned}B_u&=B_m-B_L\\&=B_D-\left(\mu_{rec}+\frac{B_g}{H_m}\right)H_m\end{aligned} \tag{4-77}$$

利用式（4-74）的关系，将式（4-77）中的H_m消去，而后代入式(4-73)，可得

$$B_g=\frac{B_D}{\frac{S_g}{S_m}+\left(\mu_{rec}+\frac{B_d}{H_d}\right)\frac{fH_g}{L_m}} \tag{4-78}$$

由图4-83还可以看出$B_b=B_d+\mu_{rec}H_d$，因此，从式（4-78）可知，间隙中的磁感应强度B_g在间隙条件（L_g、S_g）确定之后，完全由永磁体的性能（回复曲线的起始点B_d、H_d及μ_{rec}）和尺寸(S_m、L_m)确定。

将式（4-78）代入式（4-75）中，可得到

$$F=\frac{1}{8\pi}B_g^2S_g$$

$$=\frac{S_g}{8\pi}\left[\frac{B_d+\mu_{rec}H_d}{\frac{S_g}{S_m}+\left(\mu_{rec}+\frac{B_d}{H_d}\right)\frac{fL_g}{L_m}}\right]^2$$

如果永磁体的尺寸和工作点都已确定，且S_g也已确定的话，则吸力F和间距L_g的关系可简化成为

$$F=\frac{1}{(a+bL_g)^2} \tag{4-79}$$

式中

$$a=\frac{\frac{S_g}{S_m}}{\sqrt{\frac{S_g}{8\pi}\left(\frac{B_d}{H_d}+\mu_{rec}\right)H_d}}$$

$$b=\frac{\frac{f}{L_mH_d}}{\sqrt{\frac{S_g}{8\pi}}}$$

由式（4-79）可以看出，随着系数a、b的不同，吸引力F与间距L_g的关系曲线形状不同，但它们都随着L_g的平方而衰减。图4-83是重量相同、磁路结构不同的铝镍钴永磁路和与之相应的$F-L_g$曲线。

由图可见，棒形磁体的吸引力F随着L_g的变化较慢（见曲线A），也就是说，吸引力较小，但它的作用范围较大，

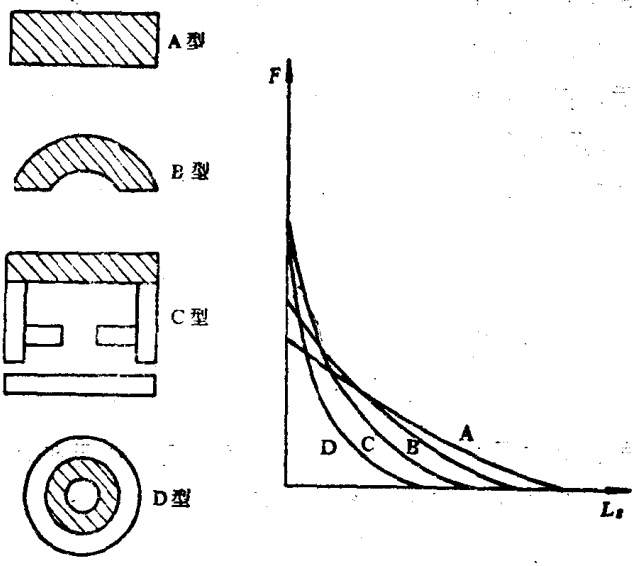


图4-86　几种结构磁路的F–L_g曲线

即作用距离L_g较大。而C型磁路的吸引力F随着L_g的变化较陡（见曲线C），也就是说，这种结构的磁路，其吸引力较大，但它的作用距离较小。各种形式的磁路，虽然各自都有自己的F–L_g关系曲线，但同一种形式的磁路各部件，按同一比例尺放大以后，其F–L_g曲线的形状仍然不变，仅仅是坐标尺寸放大而已。这一性质给磁路的设计工作带来很大的方便。因为，小型模拟试验的可靠性就可以提高了。图4-87就是表示形式相同的三种磁路（具体尺寸不同）的F–L_g关系曲线。由图可见，三条F–L_g曲线只是按比例地放大而已，而曲线的形状并不改变。

在F–L_g关系曲线上的一个点，都对应着一个F值和一个L_g值，把它们相乘即得机械功

$$W=FL_g$$

这个机械功W随着点所处的位置不同而不同。在曲线的两个端点，$W=0$，因为不是$F=0$，就是$L_g=0$。但在一条$F-L_g$曲线上，总有一个点它的功W为最大，这个具有最大功的点与永磁体的最大有用回复能的极大值是相应的。

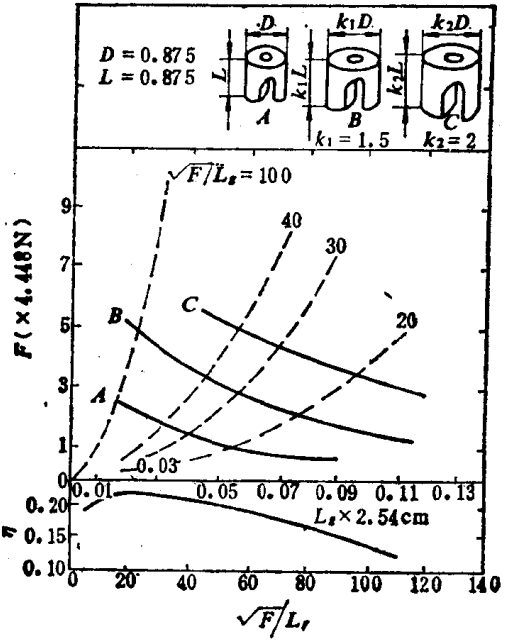


图4-87　结构相同、尺寸不同的三种结构的$F-L_g$曲线及其$\eta-\frac{\sqrt{F}}{L_g}$关系曲线

现定义以下两个参数：

永磁体的效率η，它等于每单位体积（或每单位重量）的永磁体所作的功，即

$$\eta=\frac{FL_g}{V_m} \tag{4-80}$$

或

$$\eta=\frac{FL_g}{G_m} \tag{4-81}$$

式中 F——吸引力；

L_g——距离；

V_m——磁体的体积；

G_m——磁体的重量。

永磁体的功常数为$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$。

那么，同一种形式的磁路，不管其尺寸按比例放大了多少，其效率η和功常数$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$都将不变。因为吸引力F和放大系数k^2成比例，而L_g与放大系数k成比例，V_m与放大系数k^3成比例。所以，它们之间用式（4-80）或式（4-81）表示，便与放大系数k无关了。图4-87的下半部给出三种尺寸不同而结构形式相同磁路的η-$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$关系曲线。注意，曲线只有一条。这就是说，一种结构形式的磁路，η-$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$曲线只有一条。而对于不同结构形式的磁路，其η-$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$的关系曲线是不同的。图4-88㊀、图4-89㊀给出由各向同性钡铁氧做成的结构形式不同的吸引用标准磁路，及其相应的效率η-功常数关系曲线。图4-90、图4-91表示的则是由各向异性钡铁氧体做成的结构形式不同的吸引用标准磁路，及其相应的效率-功常数关系曲线。相应的各向同性钡铁氧体的性能：$B_r=0.22\,\mathrm{T}$（2200Gs），

㊀ 图4-88，4-89中尺寸均为in，1 in＝25.4mm；

㊁ 图4-89，4-91中F均为lbf，1 lbf＝4.448N。

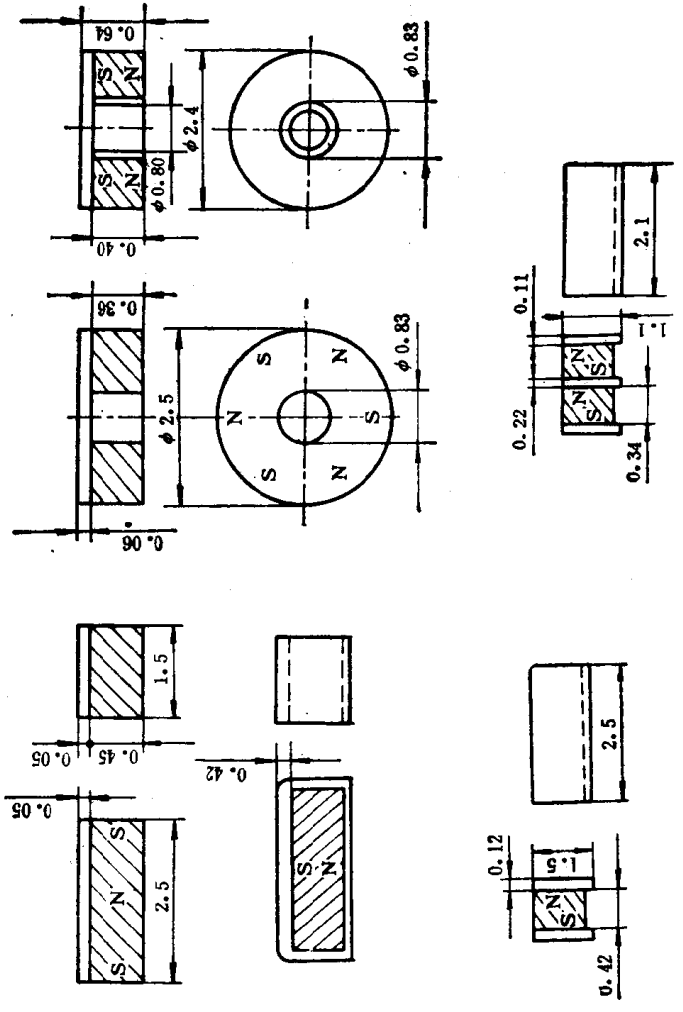


图4-88　由各向同性钡铁氧体做成的吸引用的标准磁路⊖

H_c=159.155kA/m(2000Oe)$(BH)_{max}$=8kJ/m³(1.0MGsOe)；而相应的各向异性钡铁氧体的性能：B_r=0.38T (3800Gs)，H_c=143.239 kA/m (1800Oe)、$(BH)_{max}$=24.8 kA/m³ (3.1MGsOe)。

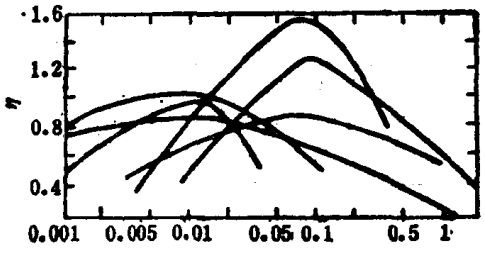


图4-89 效率与功常数关系曲线㊀

相应于图4-88和图4-90中的各种标准磁路，在不同间隙距离下的吸引力和轭铁最小厚度的测定值，列于表4-2中。

利用这些曲线和图表，就不难对这类磁路进行设计和计算了。

对于有气隙磁路的计算步骤如下：

（1）确定所需要的吸引力F和气隙L_g。

（2）确定永磁材料是各向同性的，还是各向异性的。

（3）根据所确定的吸引力F和气隙L_g，计算功常数$\frac{\sqrt{F}}{L_g}$。

（4）按照图4-89或者图4-91对$\frac{L_g}{\sqrt{F}}$选择效率较高的标准磁路形式，并由图查取与$\frac{L_g}{\sqrt{F}}$所对应的η值。

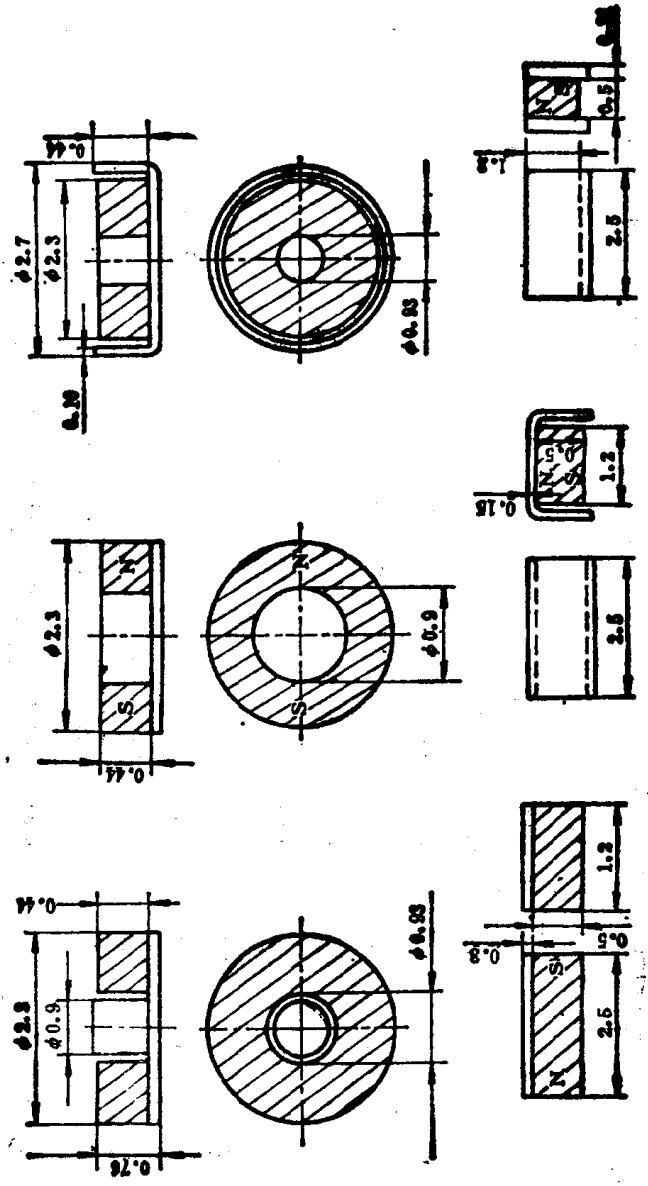


图4-90 由各向异性钡铁氧体做成的极引用标准磁路

表 4-2　各种磁路的吸引力和轭铁最小厚度的测量值

磁体材料	磁路型号	零气隙时的效率 η_0	最小轭铁厚度 (mm)	不同气隙下的吸引力 (N)										磁体重量 (kg)
				0.00	0.051	0.127	0.254	0.508	1.016	2.032	3.810	7.620	15.24	
各向同性钡铁氧体	1	92	2.54	37.8	—	—	—	27.6	21.4	15.6	9.3	3.6	—	0.15
	2	150	1.27	53.4	—	—	—	40.5	31.6	21.6	12.0	3.6	—	0.16
	3	1800	5.08	271.3	177.9	133.4	89.0	57.8	31.1	13.3	—	—	—	0.30
	4	1000	3.05	186.8	102.3	76.5	60.0	44.0	24.5	9.9	—	—	—	0.20
	5	2500	3.30	342.5	204.6	137.5	111.2	53.4	26.7	89.0	—	—	—	0.25
	6	3200	3.05	400.3	244.6	195.7	133.4	71.2	35.6	—	—	—	—	0.25
各向异性钡铁氧体	7	3700	2.79	444.8	—	—	213.5	160.1	106.8	57.8	31.1	8.9	—	0.24
	8	490	5.08	115.6	—	—	—	96.1	78.7	56.9	35.6	16.5	4.0	0.23
	9	3700	6.35	444.8	—	293.6	240.2	173.5	97.9	48.9	17.8	4.4	—	0.33
	10	300	7.62	88.96	—	—	—	78.3	64.5	48.9	33.4	14.2	3.6	0.24
	11	2400	4.06	333.6	—	231.3	177.9	124.5	80.1	48.9	26.7	8.9	—	0.26
	12	6800	8.89	667.2	—	458.1	333.6	182.4	97.9	4.4	—	—	—	0.38

注：1. η_0是根据英制单位求出的。　2. 各种型号磁路标准磁体的重量G皆为0.122kg。

3. 气隙单位是mm。

（5）利用式（4-80）和已查取的效率η值计算磁体的重量G_m。

（6）利用表4-2所给出的标准磁路磁体的重量G和已求出的磁体重量G_m代入下式，求放大系数k

$$k=\sqrt[3]{\frac{G_m}{G}}$$

（7）把所选定的标准型磁路尺寸乘以放大系数k就得到所要求的新磁路尺寸。

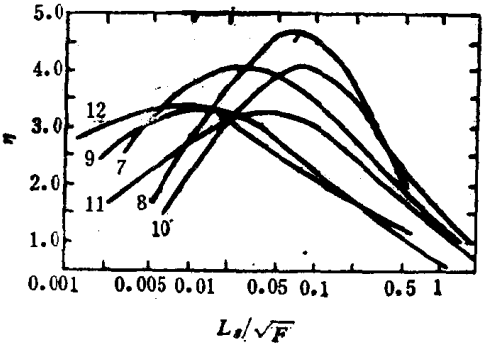


图4-91 效率与功常数关系曲线

下面举个实例，进一步加以说明。

今欲做一个在0.127 cm的气隙中，产生40N吸引力的牵引磁路，问需要多大尺寸的各向同性钡铁氧体和多厚的衬板？

由题可知气隙长度为0.127cm，吸引力为40N，所选用的永磁材料是各向同性钡铁氧体。但由于图4-88和图4-89是用英制单位，即尺寸单位是in，吸引力单位是lbf，所以首先作单位换算。

$$L_g=\frac{0.127}{2.54}=0.05(\text{in})$$

$$F=\frac{40}{4.448}=9(\text{lbf})$$

计算功常数

$$\frac{\sqrt{F}}{L_g}=\frac{\sqrt{9}}{0.05}=60$$

于是有

$$\frac{L_g}{\sqrt{F}}=0.0167$$

因为选用的永磁材料是各向同性钡铁氧体，所以要用图4-88和图4-89。由图4-89可查得在$\frac{L_g}{\sqrt{F}}=0.0167$处，具有较大效率$\eta$值的曲线有2、3和6，但从对应的标准磁路结构图4-88上看，曲线2所对应的标准磁路结构较为简单，因此选取曲线2所对应的标准磁路形式。另外，由图4-89可查得，当$\frac{L_g}{\sqrt{F}}=0.0167$时，效率$\eta=1.0$。

将已知的F、L_g及已查得的η值代入下式，可求得磁体的重量G_m，即

$$G_m=\frac{FL_g}{\eta}=\frac{9\times0.05}{1.0}=0.45(\text{lb})$$
$$=0.204(\text{kg})$$

因为标准磁体的重量$G=0.122$kg（见表4-2），则放大系数k为

$$k=\sqrt[3]{\frac{G_m}{G}}=\sqrt[3]{\frac{0.204}{0.122}}=1.187$$

于是，磁路各部分的尺寸为

铁氧体环的外径：

$$\phi_{外}=2.5\times2.54\times1.187=7.54\text{cm}$$

铁氧体环的内径：

$$\phi_{内}=0.83\times2.54\times1.187=2.50\text{cm}$$

铁氧体环的高度：

$$h=0.36\times2.54\times1.187=1.09\text{cm}$$

衬板的厚度：

$$h'=0.06\times2.54\times1.187=0.18\text{cm}$$

这就是所要求的新磁路的尺寸。

对于无气隙磁路的计算步骤，大致如下：

（1）首先确定被吸物吸紧时，即气隙为零时，所需要的吸引力F_0。

（2）确定所选用的永磁材料是各向同性的还是各向异性的。

（3）由表4-2预先判断具有最高效率η_0的磁路形式。

（4）由图4-89或图4-91和表4-2的数据选择一个最好的方案，并且查取相应于该方案的η_0值。

（5）将已经确定的吸引力F_0和已查取的效率η_0代入下式，计算出新磁体的重量G_m，即

$$G_m=\frac{\sqrt{F_0^3}}{\eta_0}$$

（6）将已求出的新磁体重量G_m和表4-2所给的标准磁路磁体的重量G代入下式，求放大系数k，即

$$k=\sqrt[3]{\frac{G_m}{G}}$$

（7）将已选好的标准磁路各部分尺寸分别乘以已求出的放大系数k，即可求得新磁路的各部分尺寸。

下面，也举一例加以说明。

现在要用各向同性的钡铁氧体制成一个磁力吸盘，要求当气隙为零时，吸引力为160N，试求磁路各部分的尺寸。

由题可知，要做的磁力吸盘吸引力$F_0=160$N、所选用的永磁材料是各向同性的钡铁氧体。

由表4-2所给的数据中不难看到，气隙为零时，吸引力F_0与160N最为接近的标准磁路型号是4（该标准磁路的$F_0=186.8$N），由图4-88知，4号标准磁路的结构不甚复杂，因而选取4号标准磁路的形式。另外，由表4-2还可查得磁路气隙为零时的效率$\eta_0=1000$。

因为表4-2中的效率η_0是对应于英制单位的，所以吸引力F_0也要换算成英制的，故有

$$F_0=\frac{160}{4.448}=36\ \text{lbf}$$

将已求出的η_0、F_0值代入下式，可求出新磁体的重量G_m，即

$$G_m=\frac{\sqrt{F_0^3}}{\eta_0}=\frac{\sqrt{36^3}}{1000}=0.216\ \text{lb}$$

$$=0.098\text{kg}$$

因为标准磁路磁体的重量$G=0.122$kg，将已求出的G_m和G值代入下式，可求出放大系数k，即

$$k=\sqrt[3]{\frac{G_m}{G}}=\sqrt[3]{\frac{0.098}{0.122}}=0.93$$

由图4-88中可查得4号标准磁路的各部分尺寸，将它们乘以k，即得新磁路的尺寸：

铁氧体长度$L=2.5\times2.54\times0.93=5.91$cm

铁氧体宽度$b=1.5\times2.54\times0.93=3.54$cm

铁氧体高度$h=0.42\times2.54\times0.93=0.99$cm

轭铁的高度$h'=0.11\times2.54\times0.93=0.26$cm

第七节　在电动条件下工作的磁路设计

在电动条件下工作的典型例子是电机，在此，我们以永磁直流电动机为例作些讨论。

由永久磁铁激磁的电机简称为永磁电机。永磁电机，由于是用永久磁铁来激磁的，所以它没有如用电激磁电机那样的激磁损耗，从而大大地提高了电机的效率。因为没有激磁绕组，所以电机的结构简单、体积小、重量轻，还可以提高电枢的电磁负荷。正由于永磁电机具有这些优点，因而它被广泛地应用于磁带机、录音机、录像机、摄影机、纺织机械、雷达、精密电子机械等系统及同步发电机的激磁系统，自动控制系统以及飞机、导弹和航天工具等等中。

永磁电机的电枢，通常和普通电机的电枢是一样的。由于电机的设计是个专门而复杂的事，我们不打算对整个电机的设计作全面而仔细的讨论（详细的可参考有关电机设计的专著），这里仅对永磁电机磁路设计的特点作些讨论。

一、永磁电机的磁路结构

永磁电机的磁路形式随着应用场合的不同是多种多样的。但按其结构，可分为电枢旋转式、磁体旋转式和感应旋转式三种。电枢旋转式采用的是早期马蹄型磁体的磁路结构，现在已经很少见了。磁体旋转式是随着永磁材料发展所带来的小型化、轻量化而出现的，是应用最广的。而感应旋转式，因它比磁体旋转式的漏磁通来得大，所以磁路的效率不高，但由于转子是感应式铁块，所以机械强度很高，因而大量地应用于高速竞赛汽车中作冲击发电机、导弹中作发电机等方面。

下面，我们简单地介绍几种永磁电机中磁路结构的特

点。

图4-92所示的是环形磁体构成的磁系统。这种结构，由于简单、易加工、装配方便等等，所以在永磁直流电动机中得到广泛的应用。环形磁体的磁力线方向通常要求是径向的。由于一般微电机中使用的磁环尺寸都比较小，在磁环进行磁场热处理时，通常都只把磁极放置在环的外圆表面上、充磁时也同样把磁极放置在环的外圆表面上。这样，在实际工作时，在如图4-92的 a 处，磁力线的方向就与原充磁时磁力线的方向相反，造成磁体的利用率不够充分的现象。如果磁环的尺寸比较大，就应该在磁场热处理和充磁时，把磁极放置在环的内圆表面上进行，而且在充磁后用短路环短路起来再装入电枢，这样做可以提高磁体的利用率。另外，这类结构的磁场分布近似于正弦，这对换向是不利的。

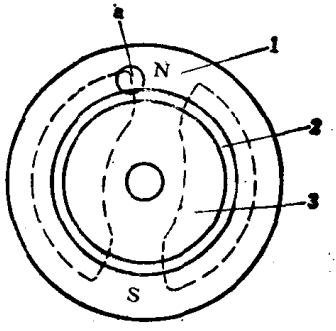


图4-92　环形磁体结构

1—磁体　2—气隙　3—铁心

图4-93是由弧形磁体构成的磁系统。其特点是磁体沿磁化方向的长度 L_m 大，这对磁体的利用率来说是比较好的。与环形磁体比较，可以说它不存在磁体利用率不高的问题。但是这种磁系的结构比较复杂。

图4-94是隐极式多极磁体构成的磁系统。这种结构用的磁体，因其形状较规则且近似于长方形，所以可采用磁性比较高的结晶取向的材料。又由于磁路属于并联的，因而可以得到比较高的气隙磁通密度。

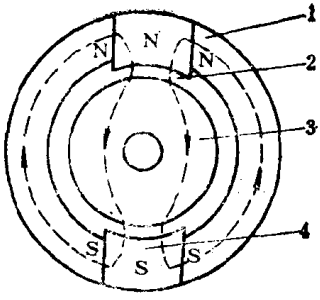


图4-93 弧形磁体结构

1—磁体 2—气隙
3—铁心 4—磁极

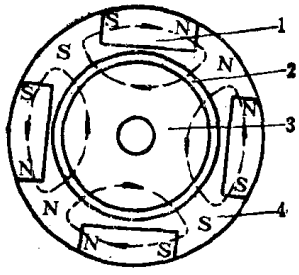


图4-94 隐极式多极磁体结构

1—磁体 2—气隙
3—铁心 4—磁极

图4-95是凸极式结构的磁系统。这种结构可以是一对极或多对极的。为了减少磁体的加工、得到所需要的极弧以便提高气隙磁密，往往在磁体的极面上配以极靴。构成这种结构的磁体，也可以采用结晶取向的材料。

无论是隐极式的还是凸极式的，磁体都是径向布置的。其特点是结构不甚复杂，漏磁系数较小，但由于磁体的长度L_m小，因而在磁化方向容易被电枢反应退磁。所以这类磁系统应尽量地选取抗退磁能力大的，即矫顽力高的永磁材料。

图4-96是由内圆柱磁体构成的磁系统，内圆柱磁体的磁力线方向也是径向的。磁体充磁时的磁力线方向与工作时的磁力线方向是一致的，所以磁体的利用率也比较高。

图4-97是环形磁体放置在端部的磁系统。这种电机的外径小，但结构复杂、漏磁系数较大。

图4-98是一种轴向的磁路结构磁系统。在这种磁系统中，磁体的磁力线方向是轴向的。磁体可以采用结晶取向的永磁材料。

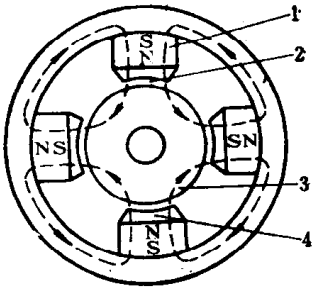


图4-95 凸极式磁体结构

1—磁体 2—气隙 3—铁心 4—极靴

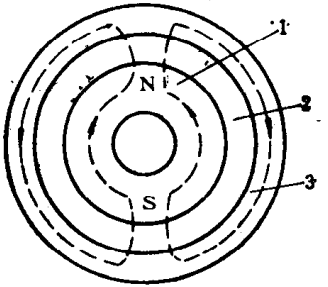


图4-96 内圆柱磁体的结构

1—磁体 2—气隙 3—铁心

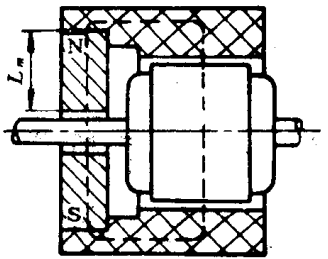


图4-97 环形磁体放置在端部的结构

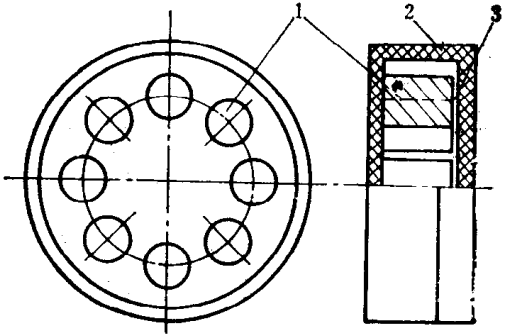


图4-98 轴向磁路结构

1—磁体 2—软铁 3—气隙

二、磁路的一般工作状态

(一) 最简单的情况

永磁电机是利用永磁材料来作磁源的。为了让电机进行工作，在电机的磁路中除了永磁体外，通常还有电枢和气隙。

图4-99是一种假想的永磁电机磁路。a图的磁路是由永磁体和导磁体两个部分组成。当给磁化线圈通以电流，则无论永磁体还是导磁体都被磁化；但当电流去掉后，则磁路的磁状态变化到B_r（见图4-100）。要是把磁导体拿掉，则磁路由永磁体和空气隙组成（见图4-99b），此时由于退磁效应要产生一个退磁场H_{d1}，在退磁场H_{d1}的作用下，磁路的工作状态由B_r沿着永磁材料的退磁曲线变化到D_1点。而与D_1点相对应的有B_{d1}和H_{d1}（见图4-100）。连接D_1、O（O为坐标原点），即为磁路此时的工作负载线OP_1。设OP_1与H轴的夹角为θ_1，则有（见第四章第二节）

$$\theta_1 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B_{d1}}{H_{d1}}\right) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{L_m S_{g1}}{S_m L_{g1}}\right)$$

式中 L_m——永磁体的长度；

S_m——永磁体的横截面积；

L_{g1}——气隙长度；

S_{g1}——气隙横截面积；

当气隙中放入电枢转子时，磁路由永磁体、电枢和气隙组成，见图4-99c。由于磁阻的减小，则磁路的工作状态由D_1点沿着回复曲线D_1F变化到D_2点，见图4-100。而与D_2点相对应的有B_{d2}、H_{d2}。连接D_2、O即为此时磁路的工作负载线OP_2。若设OP_2与H轴的夹角为θ_2，则有

$$\theta_2 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{B_{d2}}{H_{d2}}\right) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{L_m S_{g2}}{S_m L_{g2}}\right)$$

式中 S_{g2}——此时的气隙横截面积；

L_{g2}——此时的气隙长度。

注意，以上的工作负载线都是直线。

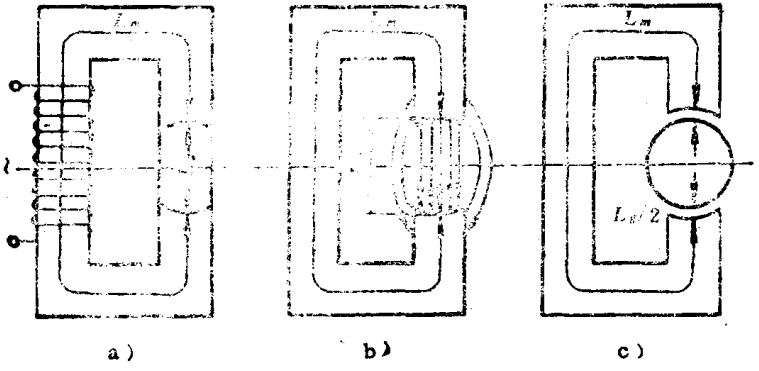


图4-99 假想的永磁电机磁路

上述的磁路工作图，是以 $B-H$ 坐标来作的。但在电机行业中，在分析和计算永磁电机磁路时，为了方便运用磁路的欧姆定律和基尔霍夫定律，磁体的退磁曲线及磁路工作图常常采用磁通 $\phi-F$（磁势）坐标系，即

$$\phi = BS_m \quad (10^{-8}\text{Wb}) \tag{4-82}$$

$$F = NI = \frac{1}{0.4\pi} HL_m(\text{A}) \tag{4-83}$$

式中 S_m——磁体的横截面积（cm^2）；

L_m——磁体的长度（cm）。

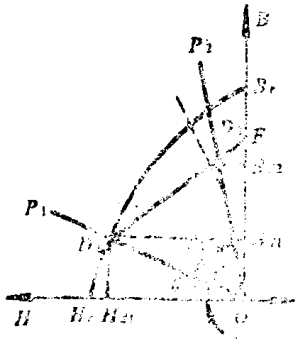


图4-100 永磁电机的工作点

利用这些关系，不难把B–H坐标折算到$\phi-F$坐标上。这就是把$B-H$坐标的纵坐标值乘以磁体的横截面积S_m，就得到磁通ϕ的坐标值；把$B-H$坐标的横坐标值乘以$\frac{L_m}{0.4\pi}$，即得到磁势F的坐标值。

下面来看一个永磁体的退磁曲线折算实例。设某永磁电机所用的环形永磁体是铝镍钴V永磁，磁环的外径$D_{m_e}=3.4$cm、内径$D_{m_i}=2.26$cm、高$h=2.2$cm。不难算出磁环的平均截面积S_m和平均磁路长度L_m（见图4-92）

$$S_m=(D_{m_e}-D_{m_i})h=(3.4-2.26)\times 2.2=2.5\text{cm}^2$$

$$L_m=\frac{1}{2}\pi\frac{D_{m_e}+D_{m_i}}{2}\left(1-\frac{a_g}{2}\right)$$

式中 a_g——极弧系数，一般取0.6～0.7，这里取其平均值0.65。于是L_m为

$$L_m=\frac{1}{2}\pi\times\frac{3.4+2.26}{2}\times\left(1-\frac{0.65}{2}\right)=3\text{cm}$$

这样有

$$\phi=BS_m=2.5B$$

$$F=\frac{1}{0.4\pi}L_mH=\frac{1}{0.4\pi}\times 3H=2.4H$$

在所选取的永磁材料退磁曲线上取若干点，将它们所对应的B、H值填入表4-3中，然后再利用上面的两个式子，分别算出相应的ϕ和F值，并将它们也填入表4-3中。

表4-3 永磁体的退磁曲线

B	(T) (Gs)	1.15 (11500)	1.08 (10800)	1.02 (10200)	0.94 (9400)	0.8 (8000)	0.6 (6000)	0 (0)
H	(kA/m) (Oe)	0 (0)	11.937 (150)	23.873 (300)	31.831 (400)	39.789 (500)	47.746 (600)	55.704 (700)

（续）

ϕ	($\times 10^{-5}$Wb) (Mx)	28.75 (28750)	27.00 (27000)	25.50 (25500)	23.50 (23500)	20.00 (20000)	15.00 (15000)	0 (0)
F	(A)	0	360	720	960	1200	1440	1680

根据表4-3，ϕ、F一一对应的数值在$\phi-F$坐标系中描点作曲线，即成为如图4-101所示的永磁体退磁曲线。

现在再来看以$\phi-F$坐标表示的磁路工作图。我们仍以图4-99c所示的永磁电机来讨论。因为

$$\frac{B_d}{H_d}=\frac{S_g L_m}{L_g S_m}$$

改写一下，有

$$H_d=B_d S_m \frac{L_g}{L_m S_g}$$

等式两边同乘以$\frac{L_m}{0.4\pi}$，并注意式(4-82)和式(4-83)的关系，可得

$$F_d=\frac{1}{0.4\pi}\frac{L_g}{S_g}\phi_d$$

于是有

$$\phi_d=0.4\pi\frac{S_g}{L_g}F_d=G_g F_d$$

式中 $G_g=0.4\pi\frac{S_g}{L_g}$，是气隙磁导。

所以有

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\phi_d}{F_d}=G_g$$

在以磁通ϕ和磁势F为坐标轴的坐标系中，过坐标原点O作直线(工作负载线)，使其斜率等于G_g，该线与永磁体退

磁曲线的交点D即为磁路的工作点，见图4-102。不难看出，磁路工作点D的位置不仅与永磁体的退磁曲线有关，而且还与磁路气隙的尺寸比有关。当气隙的尺寸比$\frac{S_\delta}{L_\delta}$发生变化时，磁路工作点的位置及其所对应的$\phi_d$、$F_d$值也随之发生变化。所以图4-102又叫永磁电机的磁路工作图。

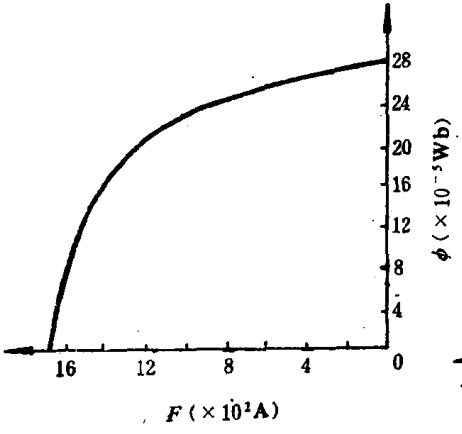


图4-101　永磁体的退磁曲线

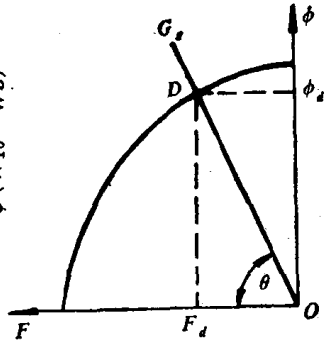


图4-102　在ϕ-F坐标系中的磁路工作图

（二）实际电机中的情况

永磁电机是担负机电能量转换的部件。在系统中，这种能量转换经常是处于变动状态的。作为永磁电机能量转换的媒介之一的磁体工作状态，也将受到变动的干扰和影响。确切些说，当电机运转时，磁路的磁阻反复变化；或者在运转过程中受到强的退磁作用，导致磁体产生的气隙磁感是变化的。因此，永磁电机的磁路属于动态永磁路。对于动态永磁路，其工作点是在回复曲线上往复变动的，也就是说磁体发出的能量是变化的。

对于永磁电机的动态磁路，工作点往复变动的原因有二。其一，是由于电机加上负载时，绕组中的电流产生的电枢反应（退磁或增磁）作用；其二，是由于电机运行过程中，外磁路磁导发生周期性的变化而引起的退磁作用。由此可见，永磁电机中磁体的一般工作状态，即工作点，在空载时主要决定于外磁路的特性；而在负载时则还决定于电枢反应的作用。下面我们分别加以说明。

1．外磁路的影响

我们先来看一个永磁直流电动机的磁路结构，见图4-103。由磁体发出的磁通ϕ_m，一般分为两个部分。一部分通过气隙、电枢的齿和轭，这部分的磁通称为主磁通并以ϕ_δ表示，它是产生电磁力矩的磁通。另一部分磁通则不通过铁心、不产生电磁力矩，通常称为漏磁通，并以ϕ_L表示。根据磁通连续原理，磁体发出的总磁通ϕ_m等于气隙的磁通ϕ_δ和漏磁通ϕ_L之和，即

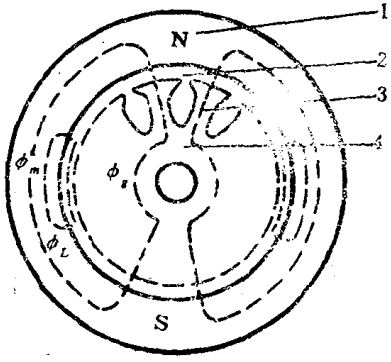


图4-103　永磁直流电动机磁路

1—磁体　2—气隙　3—电枢铁心齿部　4—电枢铁心轭部

$$\phi_m=\phi_\delta+\phi_L=\phi_\delta\left(1+\frac{\phi_L}{\phi_\delta}\right)=\sigma\phi_\delta$$

式中　σ——漏磁系数，$\sigma=1+\frac{\phi_L}{\phi_\delta}$。

该系数的计算是比较复杂的，在电机设计时往往是取一个经验值，一般地取$\sigma=1.1\sim1.3$。

由上面磁路结构图，通常可画出一个等值磁路图，如

图4-104所示。图中F_m为磁体的磁势，R_g为气隙磁阻，R_t和R_j分别为电枢铁心齿部和轭部的磁阻，R_L为漏磁阻。

根据基尔霍夫定律，磁体两端的磁势F_m应等于外磁路各部分磁压降之和，即

$$F_m=\sum F=F_g+F_t+F_j$$

式中 F_g——气隙磁压降；

F_t——电枢铁心齿部磁压降；

F_j——电枢铁心轭部磁压降。

而

$$F_m=\frac{H_mL_m}{0.4\pi}$$

$$\sum F=k_sF_g=\frac{2L_gk_gB_g}{0.4\pi}k_s$$

式中 B_g——气隙磁感；

L_g——气隙长度；

k_s——饱和系数，$k_s=\frac{\sum F}{F_g}$；

k_g——气隙系数。

由此可得到外磁路磁导的表达式为

$$G_{ex}=\frac{\phi_m}{\sum F}=\frac{\sigma\phi_g}{\sum F}=\frac{0.4\pi\sigma S_g}{2L_gk_gk_s} \qquad (4\text{-}84)$$

式(4-84)表明，外磁路的磁导与磁体本身的性能及形状无关。但从工作较好的工作点(H_m、B_m)出发，对于不同的外磁路磁导G_{ex}要求有相应的不同形状和性能的磁体与其配合。这是因为外磁路磁导G_{ex}值同时还要满足下式

$$G_{ex}=\frac{\phi_m}{\sum F}=\frac{\phi_m}{F_m}=\frac{0.4\pi B_mS_m}{H_mL_m} \qquad (4\text{-}85)$$

可见，当外磁路的磁导G_{ex}一定时，B_m和H_m可能有许多种组

合，但是只有当选择的磁体形状和性能恰当时，才能得到合适的工作点（B_m、H_m）。如果磁体的形状和性能已经确定，就只能靠改变外磁路的磁导G_{ex}来改变磁路的工作点。可是，这样做有时会有困难，甚至达到不可能的程度。因此，在永磁电机磁路设计中，合理的选择磁体的形状和性能是很重要的。

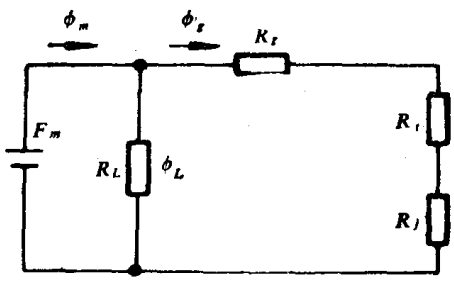


图4-104　等值磁路图

为了便于在$B-H$坐标系中分析、讨论磁体的工作状态，应该将式（4-84）和式（4-85）两式的两边同乘以$k_m=\frac{L_m}{S_m}$，可得

$$k_mG_{ex}=\frac{0.4\pi\sigma S_gL_m}{2L_gk_gk_sS_m} \tag{4-86}$$

$$k_mG_{ex}=0.4\pi\frac{B_m}{H_m} \tag{4-87}$$

若式（4-86）和式（4-87）右边的参数均为已知，则不难算出k_mG_{ex}的具体数值。因为k_mG_{ex}的量纲同磁导率的量纲，所以称k_mG_{ex}为折算到磁体外磁路磁导率，可用P_m表示。另外，由式（4-87）不难看到，电机空载时，退磁曲线或回复曲线上的磁体工作点，仅仅是由折算到磁体外磁路磁导率来决定。即，在k_mG_{ex}确定之后，就不难由式（4-87）定出B_m与H_m之间要满足的第一个关系，即

$$0.4\pi B_m=(k_mG_{ex})H_m=P_mH_m$$

这就是电机空载时的工作负载线。B_m 与 H_m 之间的另一个关系，就是磁体的退磁曲线或回复曲线。

由于磁性材料的特性曲线（退磁曲线和磁化曲线等）是非线性的，所以在磁路设计时，一般都采用图解法。根据图4-104所示的等值磁路图，通常可以画出如图4-105所示的磁路工作图。图中，ED 是磁体的退磁曲线，它的确定方法，我们已在前面谈了。OA 是电机空载特性曲线，这里着重谈谈它的确定方法。

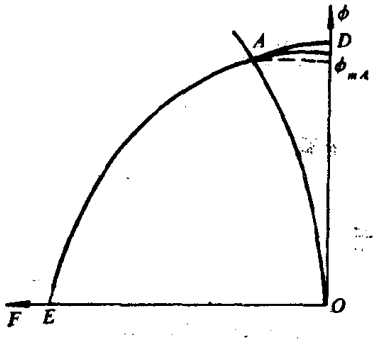


图4-105　电机磁路的工作图

电机的空载特性曲线，是由气隙，电枢铁心冲片的形状、尺寸，所选用材料的磁化曲线等来确定的。通常是用列表法（空载特性计算表）来进行的。具体的做法如下：

先假定一组气隙磁通ϕ_δ，然后按照下列公式分别计算气隙和电枢铁心的齿、轭等部分的磁通密度。

气隙磁通密度

$$B_\delta=\frac{\phi_\delta}{\alpha_\delta\tau l_t}\quad(10^{-4}\mathrm{T})$$

电枢齿磁通密度

$$B_t=\frac{t}{b_t k_{Fe}}B_\delta\quad(10^{-4}\mathrm{T})$$

电枢轭磁通密度

$$B_j=\frac{\phi_\delta}{2b_j l_t k_{Fe}}\quad(10^{-4}\mathrm{T})$$

根据算出的各部分磁通密度，由所选取的铁心材料磁化曲线上，分别查出对应的H_t、H_j；然后再按照下列公式，分别计算出气隙和电枢铁心的齿部、轭部的磁势。

气隙磁势

$$F_\delta = 1.6 k_\delta L_\delta B_\delta (\mathrm{A})$$

电枢齿磁势

$$F_t = 2 h_t H_t (\mathrm{A})$$

电枢轭磁势

$$F_j = L_j H_j (\mathrm{A})$$

于是有

$$\sum F = F_\delta + F_t + F_j$$

而

$$\phi_m = \sigma \phi_\delta$$

以上诸式中的各有关参数的意义如下(见图4-106)：

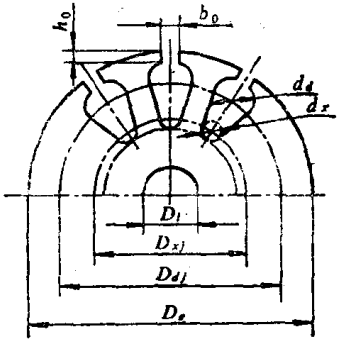


图4-106　电枢冲片图

σ_δ——极弧系数，一般取0.6～0.7；

τ——极距，$\tau = \dfrac{\pi D_a}{2p}$(cm)；

D_e——电枢的外径，其值为

$$D_e=\sqrt[3]{\frac{6.1\times10^8}{\alpha_g A_s B_g}\cdot\frac{P}{n_N\lambda}}\ (\text{cm})$$

式中 P——电机输出功率(W)；

A_s——线负荷，对于连续工作状态取60～80A/cm；

n_N——电机的额定转速；

$\lambda=\frac{l_t}{D_e}$，一般λ取0.7～1.5；

l_t——电枢铁心长度(cm)；

t——齿距，$t=\frac{\pi D_e}{Z}$(cm)；

Z——齿数，根据D_e选取适当的数，对于极对数$p=1$的电机，Z一般取5～13；

b_t——齿宽，$b_t=\frac{\pi D_{dj}}{Z}+d_d$(cm)；

k_{Fe}——叠片系数；

b_j——轭宽，$b_j=\frac{1}{2}(D_{xj}-d_x-D_i)$(cm)；

h_t——齿高，$h_t=\frac{D_e-D_{xj}}{2}-\frac{d_x}{2}$(cm)；

L_j——轭部一对极磁路的长度，$L_j=\frac{\pi}{2}(D_i+b_j)$(cm)；

k_g——气隙系数，$k_g=\frac{t(5L_g+b_0)}{t(5L_g+b_0)-b_0^2}$；

b_0——槽口宽；

σ——漏磁系数。

将所算出的数值一一填入空载特性计算表。最后根据已算出的一一对应的$\sum F$和ϕ_m一组值，在$\phi-F$坐标系上描点作

图，即可做出电机的空载特性曲线OA。

下面举个实例略加说明。

设有一台永磁式直流电动机，其电枢外径$D_e=2.2$cm，电枢铁心长度$l_t=2.2$cm，电枢冲片的有关尺寸$D_{dj}=1.75$cm，$D_{xj}=1.31$cm，$D_t=0.42$cm，$b_0=0.12$cm，$d_d=0.42$cm，$d_x=0.26$cm；取$L_g=0.03$cm，$p=1$，$Z=9$，$\alpha_g=0.65$，$\lambda=1$，$\sigma=1.3$，$k_{Fe}=0.93$；电枢的冲片材料选OD21。将以上的数据代入上列有关的公式，可以分别计算出电机的下列参数：

$$\tau=\frac{\pi D_e}{2p}=\frac{\pi\times 2.2}{2\times 1}=3.46\text{cm}$$

$$t=\frac{\pi D_e}{Z}=\frac{\pi\times 2.2}{9}=0.768\text{cm}$$

$$k_g=\frac{t(5L_g+b_0)}{t(5L_g+b_0)-b_0^2}=\frac{0.768\times(5\times 0.03+0.12)}{0.768\times(5\times 0.03+0.12)-0.12^2}$$

$$=1.07$$

$$h_t=\frac{D_e-D_{xj}}{2}+\frac{d_x}{2}=\frac{2.2-1.31}{2}+\frac{0.26}{2}=0.575\text{cm}$$

$$b_t=\frac{\pi D_{dj}}{Z}-d_d=\frac{\pi\times 1.75}{9}-0.42=0.191\text{cm}$$

$$b_j=\frac{1}{2}(D_{xj}-d_x-D_j)=\frac{1}{2}(1.31-0.26-0.42)$$

$$=0.315\text{cm}$$

$$L_j=\frac{\pi}{2}(D_t+b_j)=\frac{\pi}{2}\times(0.42+0.315)=1.15\text{cm}$$

$$B_g=\frac{\phi_g}{\alpha_g\tau l_t}=\frac{\phi_g}{0.65\times 3.46\times 2.2}=0.202\phi_g$$

$$F_g=1.6k_gL_gB_g=1.6\times 1.07\times 0.03B_g=0.0514B_g$$

$$B_t=\frac{t}{b_tk_{Fe}}B_g=\frac{0.768}{0.191\times 0.93}B_g=4.3B_g$$

根据算出的B_t值在OD12材料的磁化曲线上查出相应的H_t，而后代入下式可求得电枢齿部的磁势，即

$$F_t=2h_tH_t=2\times0.575H_t=1.15H_t$$

$$B_j=\frac{\phi_\delta}{2b_jl_tk_{Fe}}=\frac{\phi_\delta}{2\times0.315\times2.2\times0.93}$$

$$=0.776\phi_\delta$$

根据求出的B_j值，在OD21材料的磁化曲线上可查得相应的H_j，而后代入下式可求出电枢轭部的磁势，即

$$F_j=L_jH_j=1.15H_j$$

如果选取一组气隙磁通ϕ_δ，则可算出相应的气隙磁势F_δ、电枢齿磁势F_t和电枢轭磁势F_j，于是可求外磁路的总磁势$\sum F$，即

$$\sum F=F_\delta+F_t+F_j$$

而ϕ_m可用下式进行计算

$$\phi_m=\sigma\phi_\delta=1.3\phi_\delta$$

具体各参数的数值，见表4-4。

根据表4-4中的$\sum F$和ϕ_m值，在$\phi-F$坐标系中描点、作图，可得电机的空载特性曲线，见图4-107，图中的曲线2就是空载特性曲线。

表4-4 空载特性计算表

ϕ_δ ($\times10^{-5}$Wb) (Mx)	5 (5000)	10 (10000)	15 (15000)	18 (18000)	20 (20000)	22 (22000)
$B_\delta=\frac{\phi_\delta}{\alpha_\delta\tau l_t}$ (T) (Gs)	0.101 (1010)	0.202 (2020)	0.303 (3030)	0.364 (3640)	0.404 (4040)	0.444 (4444)
$F_\delta=1.6k_\delta L_\delta B_\delta$ (A)	51.9	104	155.7	187	208	228
$B_t=\frac{t}{b_tk_{Fe}}B_\delta$ (T) (Gs)	0.434 (4340)	0.869 (8686)	1.303 (13030)	1.565 (15650)	1.740 (17400)	1.910 (19100)

（续）

H_t	(A/cm)	1.2	1.9	3.5	35	130	500
$F_t=2h_tH_t$	(A)	1.38	2.185	4.025	40.25	149.5	575
$B_j=\frac{\phi_\delta}{2b_jl_tk_{Fe}}$	(T) (Gs)	0.288 (2880)	0.775 (7750)	1.163 (11630)	1.395 (13950)	1.550 (15500)	1.710 (17100)
H_j	(A/cm)	1	1.5	2.5	10	26	100
$F_j=l_jH_j$	(A)	1.15	1.73	2.88	11.5	34.5	115
$\Sigma F=F_\delta+F_t+F_j$	(A)	54.4	108	162.6	239	292	918
$\phi_m=\sigma\phi_\delta$	($\times10^{-5}$Wb) (Mx)	6.5 (6500)	13.0 (13000)	19.5 (19500)	23.4 (23400)	26.0 (26000)	28.6 (28600)

值得指出的是由于磁饱和的原因，电机的空载特性常常是曲线，而不是一条直线。这是因为电枢所用的软磁材料的磁化曲线是非线性的曲线，如图 4-108 所示。当磁场强度 H 从零开始均匀地增加时，磁感应强度 B 逐渐增大，当达到膝点 a 以后，B 的增大就逐渐减慢，当达到 c 点“饱和”以后，H 增加很多，而 B 增加极微。因此严格地说，在整个范围内，$B-H$ 的关系不能用通过坐标原点 0 的一根直线来表示。但在电机工程计算中，往往把膝

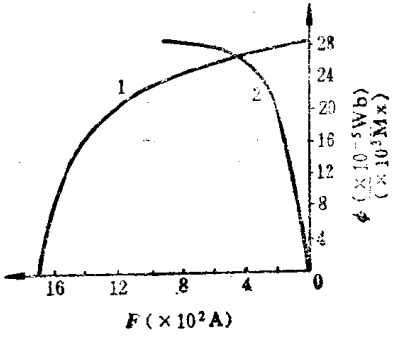


图4-107　电机的空载特性曲线

1—退磁曲线　2—空载特性曲线

点 a 以下的$0a$段近似地看成是一条直线，通常把这一段曲线称为“不饱和部分”，而把 a 点以上的曲线称为“饱和部分”。正是由于以上的原因，电机磁路中的主磁导不为常数，漏磁系数也不是常数，所以电机空载特性曲线是一条曲线。

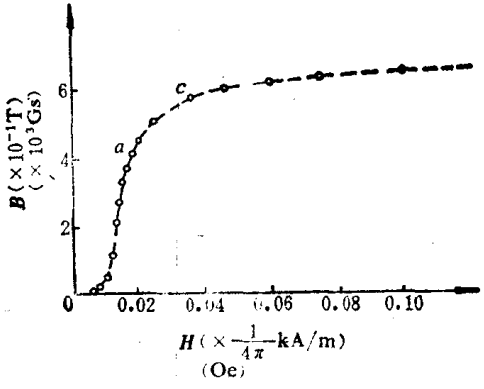


图4-108　软磁材料的磁化曲线

有了磁体的退磁曲线与空载特性曲线，就不难求得电机在空载时磁体的工作点。它就是磁体退磁曲线与空载特性曲线的交点 A，见图4-105。必须指出，交点 A 是电机在没有受外部退磁势作用下的工作点。考虑到电机在运行过程中要产生退磁磁势，又由于磁性材料的不可逆特性，会使磁通降低，即低于 A 点所对应的磁通 ϕ_{mA}。

2．电枢反应对磁体工作点的影响

当永磁式电动机负载时，电枢绕组中就通了电流。这个电流会产生电枢反应退磁磁势，尤其是在电机起动、瞬时制动或突然反转时，会产生相当可观的退磁磁势。这些退磁磁势都对磁体的工作点产生影响。永磁直流电动机的电枢反应可以分为直轴电枢反应和交轴电枢反应两种。下面，我们

就这两种电枢反应对磁体工作点所产生的影响作些讨论。

直轴电枢反应的产生，主要有两个原因。其一，是电刷位置的偏移；其二，是元件的换向。

在直流电机中，电刷偏离中心位置，就会引起直流电枢反应。如图4-109所示，如果电刷是逆转向移动，则由于电刷的逆转移动所产生的电枢反应磁势是起退磁作用的，见 b 图；如果电刷是顺转向移动的，则电枢产生的反应磁势，是起到增磁作用的，见 c 图；a 图是电刷的一般位置。

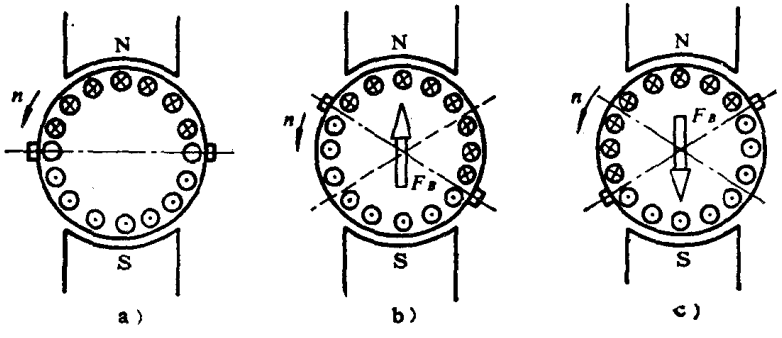


图4-109　电刷偏移引起的电枢反应

a）一般电刷位置　b）电刷逆转向移动　c）电刷顺转向移动

电刷移动时，一对极的电枢反应磁势可用下式表示，即

$$F_B=2b_\beta A_{am}(\mathrm{A})$$

式中　$A_{am}=\dfrac{N_c I_m}{2\pi D_a}$ (A/cm)；

N_c——电枢总导体数，$N_c=N_s Z$；

N_s——电枢每槽导体数；

I_m——电枢电流最大值，$I_m=\dfrac{U_N-\Delta u_{Kb}}{R}$(A)；

Δu_{Kb}——电刷电压，一般取0.5～2V；

U_N——电机的额定电压（V）；

R_2——电枢电阻(Ω)；

b_β——电刷对中心线逆转向的偏移，一般取0.02～0.03cm（见图4-110）。

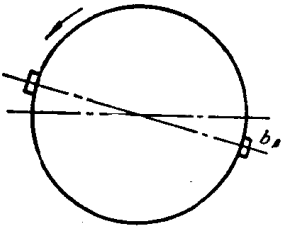


图4-110 电刷位置偏移

在小功率永磁直流电动机中，一般都没有附加极，所以一般都是属于延迟换向。对于电动机而言，在一般运转的情况下，换向元件所产生的直轴电枢反应是增磁的。但是在突然反转时，由于电流方向突然改变，而转向还来不及变化时，换向元件所产生的直轴电枢反应就是退磁的。

换向元件中电流的变化规律是由下式决定的，即

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=i\sum r$$

式中 L——换向元件的电感；

i——换向元件的电流；

$\sum r$——换向回路总电阻。

解此方程式可得

$$i=i_p e^{-\frac{\Sigma r}{L}t}$$

依此关系，将 $i-t$ 关系画成曲线，即得如图4-111所示的曲线。这就是换向元件电流的变化规律图。

换向元件所产生的电枢反应磁势，是由换向元件电流在换向周期内的平均值而产生的。

$$i_{cp}=\frac{1}{T_K}\int_0^{T_K} i\mathrm{d}t$$

联立以上两式可解得

$$i_{cp}=i_p\frac{\frac{L}{\sum r}}{T_K}\left(1-e^{-\frac{T_K}{\frac{L}{\sum r}}}\right)$$

因为 $T_K \gg \frac{L}{\sum r}$，所以有

$$i_{cp}=\frac{\frac{L}{\sum r}}{T_K}i_p$$

换向元件电枢反应磁势可以由下式确定：

$$F_K=b_K A_K$$

式中 b_K——换向区宽度 (cm)；

$$A_K=\frac{N_c}{\pi D_e}i_{cp}\ (\mathrm{A/cm})。$$

图4-112为由环形磁体构成磁路的交轴电枢反应情况。不难看出，交轴电枢反应有一部分是跟主磁通的方向相同；而另一部分则跟主磁通方向相反。因此，对于磁体来说，一部分是增磁的，而另一部分是退磁的。

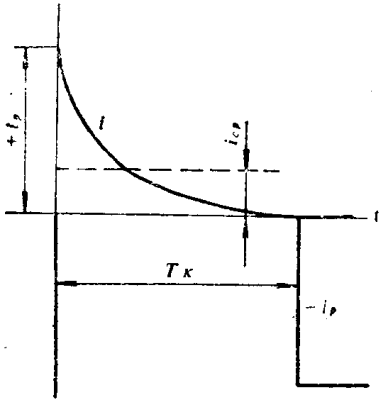


图4-111 换向元件电流变化曲线

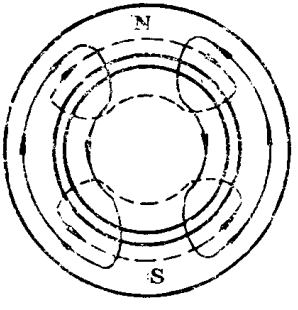


图4-112 环形磁体交轴电枢反应

交轴电枢反应磁势是通过气隙和磁体进行分配的。对于由环形磁体构成的磁路来说，因为磁体中间$\frac{\alpha_g}{2}$部分的磁势是不起作用的，因此一对极的交轴退磁磁势为

$$F_q=F_{qm}\frac{\left(1-\frac{\alpha_g}{2}\right)R_m}{R_g+R_m}(\mathrm{A})$$

而

$$R_g=\frac{2L_g}{\mu_0(1-\alpha_g)\tau l_t}\times 10^2(1/\mathrm{H})$$

$$R_m=\frac{L_m}{2\mu'_{rec}b_m l_t}\times 10^2(1/\mathrm{H})$$

$$F_{qm}=A_{am}(\tau-b_K)\ (\mathrm{A})$$

式中 $\mu_0=0.4\pi\times 10^{-6}\mathrm{H/m}$；

$\mu'_{rec}=\mu_0\mu_{rec}\mathrm{H/m}$，是磁体的平均回复磁导率，而

$$b_m=\frac{1}{2}(D_{me}-D_{mi})(\mathrm{cm})；$$

$$b_K=b'_b+\left(a_x+\left|\frac{K}{2p}-y\right|-\frac{a}{p}\right)t'_K$$

$$b'_b=b_b\frac{D_e}{D_K}(\mathrm{cm})；$$

b_b——电刷宽度(cm)；

D_K——换向器直径(cm)，一般取 $(0.5\sim0.9)D_e$；

a_x——虚槽数，$a_x=\frac{K}{2}$；

K——换向器片数；

y——绕组节距，常用换向器片数表示；

$$t'_K=t_K\frac{D_e}{D_E}(\mathrm{cm})；$$

t_K——换向器节距，　$t_K=\dfrac{\pi D_K}{K}$(cm)。

必须指出，以上所讨论的电枢反应磁势是假定电枢铁心处于不饱和状态下的情况。

如上讨论可见，当电机的电枢中通以电流之后，就有可能产生退磁磁势。无论是直轴电枢反应，还是交轴电枢反应，对于磁体来说，都有可能产生退磁作用。这种退磁磁势的大小，还与电机的工作状态有关。表 4-5 列出永磁直流电动机，在几种常见的工作状态下所产生的电枢反应作用。

表 4-5　几种工作状态下所产生的电枢反应的作用

工　作　状　态	移　刷	换　向	交　轴
单方向瞬时堵转	退磁或增磁	—	部分退磁
双方向瞬时堵转	退　磁	—	退　磁
双方向突然反转	退　磁	退　磁	退　磁

不难看出，永磁直流电动机在突然反转时，最大的退磁磁势要比其他工作状态下的退磁磁势都要大。这是因为它的电枢峰值电流特别大；另一方面，它所产生的直轴电枢反应和交轴电枢反应皆为退磁的，而电枢的最大退磁磁势是各部分退磁磁势的总和，即

$$F_0=F_B+F_K+F_q$$

下面，我们仍以环形磁体构成磁路的永磁直流电动机为例，来讨论一下电机电枢的反应。

设该电机的工作状态要求是连续运转、需双向运行，但无需突然反转。电机的额定电压$U_N=24$V。取电刷的电压降$\Delta u_{xb}=1$V、电刷对中心线逆转向的偏移$b_\beta=0.02$cm。通过

电路等计算获得电枢电阻$R=4.15\Omega$、电枢绕组的总导体数$N_c=917$、环形铝镍钴V的平均回复磁导率$\mu'_{rec}=5.65\times10^{-6}$H/m、换向区宽度$b_K=0.935$cm以及$b_m=0.58$cm。于是有

$$I_m=\frac{U_N-\Delta u_{Kb}}{R}=\frac{24-1}{4.15}=5.54\text{A}$$

$$A_{am}=\frac{N_cI_m}{2\pi D_a}=\frac{917\times5.54}{2\pi\times2.2}=368\text{A/cm}$$

由于移刷而产生的退磁磁势为

$$F_B=2b_\beta A_{am}=2\times0.02\times368=14.7\text{A}$$

而

$$R_\sigma=\frac{2L_\sigma}{\mu_0(1-\alpha_\sigma)\tau l_i}\times10^2$$

$$=\frac{2\times0.03\times10^2}{0.4\pi\times(1-0.65)\times3.46\times2.2\times10^{-6}}$$

$$=0.018\times10^8\text{1/H}$$

$$R_m=\frac{L_m}{2\mu'_{rec}b_ml_i}\times10^2$$

$$=\frac{3\times10^2}{2\times5.65\times10^{-6}\times0.58\times2.2}$$

$$=0.208\times10^8\text{1/H}$$

$$F_{qm}=A_{am}(\tau-b_K)=368\times(3.46-0.935)=929\text{A}$$

于是交轴电枢反应一对极所产生的退磁磁势为

$$F_q=F_{qm}\frac{\left(1-\frac{\alpha_\sigma}{2}\right)R_m}{R_\sigma+R_m}$$

$$=929\times\frac{\left(1-\frac{0.65}{2}\right)\times0.208\times10^8}{(0.018+0.208)\times10^8}=577\text{A}$$

而总的退磁磁势为

$$F_0=F_B+F_q=14.7+577=591.7\text{A}$$

正是由于电机在运行过程中，要产生退磁磁势F_0，在这个退磁磁势F_0的作用下，使得磁体的工作点不是停留在A点而是移到A_0点，而当电枢反应等退磁磁势去掉后，磁体的工作点又移到由A_0点开始的回复曲线与空载特性曲线的交点A_0'，见图4-113。图4-113通常称为工作图。至于A_0点位置的确定，则要用永磁材料的$4\pi M$-H曲线，具体的做法可参照第三章第五节，外磁场对磁路工作点的影响。

如果退磁磁势F_0是电机工作过程中最大的退磁磁势。那末，今后磁体就稳定地工作在由A_0开始的那条回复曲线上，而该回复曲线与电机的工作特性曲线的交点就是磁路的工作点。

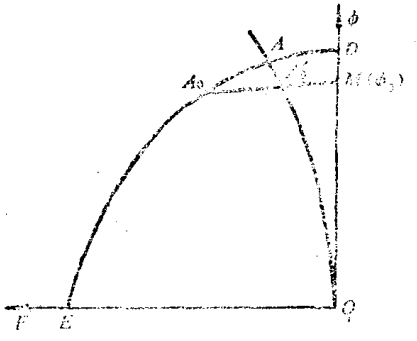


图4-113　磁路工作图

综上所述，永磁直流电动机磁路的工作点，主要取决于以下三个因素，即磁体的材料、形状和尺寸；电机的气隙、铁心材料、铁心形状和尺寸；电机在各种运行状态中所能产生的最大退磁磁势。当然也跟电机的漏磁情况有关系。

（三）永磁电机磁路的最佳工作点

在永磁直流电动机的磁路设计中，首先是要满足电机的性能要求，也就是要能满足所要求的气隙磁通ϕ_δ。如果在设计中不能满足这一点，那就要改变方案重新进行设计，以满足这个要求。

在保证满足上述要求的前提下，还应当考虑到磁性材料的合理利用问题。通常要求磁路工作点A'要落在磁性材料的有用回复磁能积较大的区域内。因为这样，才能充分地发挥永磁材料的作用，磁体的体积也可小些。

在研究磁体的磁能时，往往有两个出发点：其一是研究磁体发出的总磁能，其二是研究磁体发出的有效磁能。在永磁电机设计中，后者更具有实用意义，为此我们讨论后者。

如前所述，永磁电机每对极的外磁路，可以看成是两条并联的磁路，即有效磁路和漏磁磁路。因此，磁体向外界发出的总磁能也分成有效磁能E_u和漏磁能E_L两个部分，两者分别与有效磁通ϕ_g和漏磁通ϕ_L相对应，见图4-104。不难证明：

$$E_u=\frac{1}{2}F_m\phi_g$$

$$E_L=\frac{1}{2}F_m\phi_L$$

把它们作成图，如图4-114所示。由图可见，有效磁能正比于四边形$A_{gu}C_0C_0'Q$的面积；而漏磁能则正比于四边形$C_0D_0OC_0'$的面积。磁体发出的有效磁能E_u绝大部分是储存在电机气隙磁场中，它参与电磁能量的转换，而漏磁能E_L则是散失在漏磁路的空间。

在设计永磁电机时，不但应该使磁体有最大的总磁能发出，更应该使磁体有最大的有效磁能输出。图4-114表明，有效磁能占总磁能的比例与有效磁通占总磁通的比例相同。显然，在总磁通一定时，减小漏磁通就能提高有效磁能。

当回复曲线的起点A_0一定时，不难证明(图4-115)磁体能够发出的最大总磁能的条件，是工作点A_{gm}为直线F_0M的中点，以及工作点A_{gu}为直线NM的中点。不难看到，只有当

$\phi_g=0$ 时，A_{Em}点才与A_{Eu}点相重合；但实际上，ϕ_g不可能等于零，不过ϕ_g越小，A_{Em}点和A_{Eu}点越接近。

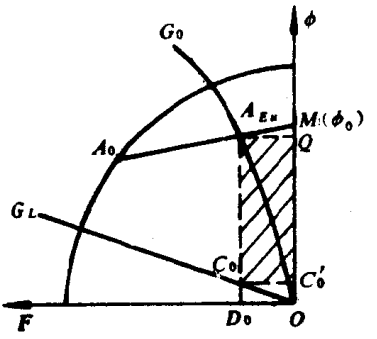


图4-114　有效磁能和漏磁能

以上的讨论，仅限于回复曲线的起始点A_0的位置和工作特性曲线恒定不变的情况，而实际上两者都与漏磁导有关。例如，当电机的有效磁路尺寸不变时，改变漏磁导将引起回复曲线起始点位置和工作特性曲线斜率的变化，从而引起总磁能和有效磁能（不论是在空载还是负载的情况下）的变化。而且减小漏磁导，不一定都能使磁能增加，它们之间的关系是很复杂的。

此外，磁体的总磁能和有效磁能还与磁体两端外磁路合成磁导G_{ex}、磁体的回复磁导G_m和电枢反应退磁磁势的纵轴分量F_{ad}有关。由于磁路的非线性，最优状态的数学分析更为复杂。下面谈些较简单的情况。

磁体能够发出的最大总磁能（见图4-115A_{Em}）为

$$E_{m\max}=\frac{1}{2}\left(\frac{F_0}{2}\ \frac{\phi_0}{2}\right)=\frac{1}{8}F_0\phi_0$$

磁体能够发出的最大有效磁能（见图4-115A_{Eu}）为

$$E_{u\max}=\frac{1}{8}F_0\phi_0\frac{1}{1+\dfrac{G_L}{G_m}}$$

上述公式说明，磁体能够发出的最大总磁能和最大有效磁能都与$F_0\phi_0$成正比。而F_0和ϕ_0由回复曲线的起始点A_0的位置决定，A_0点越高，F_0和ϕ_0均越大，而且$E_{m\max}$和$E_{u\max}$也越大。

但A_0点的位置又与G_L有关。此外，当A_0点的位置一定时，比值$\frac{G_L}{G_m}$越小，E_{umax}就越大。

如果考虑电枢反应的退磁作用，求解有效磁能时的F_{ad}值，假设工作点处于工作特性曲线的直线部分，按照图4-116中，A_{Eu}点为直线NM的中点条件，通过运算可得

$$F_{ad}=\frac{\phi_0}{2}\frac{G_0-2G_L-G_m}{(G_m+G_L)(G_0-G_L)}$$

即参数ϕ_0、G_0、G_m和F_{ad}必须满足上式的条件，才能得到最大有效磁能的输出。

由图可知，磁体发出最大有效磁能的点是落在每一点回复曲线上。对于动态永磁路，工作点是在A_{Eumax}点左右移动的。当工作点左右移动时，磁体发出的有效能量均减小。当工作点移到M点时，则磁体对外不发出能量；而当工作点移到A_0点时，磁体虽然发出最大能量，但此时漏磁能也最大，或者说无用功最大。由图4-84和图4-85可见，

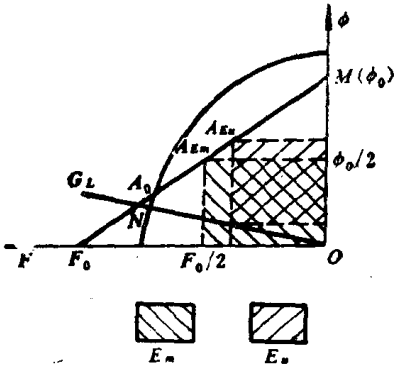


图4-115　最大磁能工作点

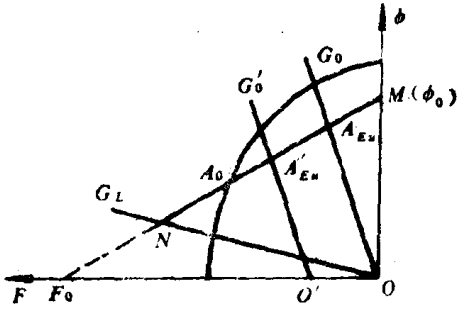


图4-116　最大有效磁能时的F_{ad}值

当磁体发出相同的有效磁能时，一个B值对应于两个H值；同样地，一个H值对应于两个B值。此外，从图上还看出，从退磁曲线上的不同点出发的一系列回复曲线中，有一条回复曲线的最大有效磁能是这一系列回复曲线的最大磁能中最大的。这就是说，磁体最大有用回复磁能积不仅取决于漏磁导的大小，即回复曲线的起始点位置，还取决于电机装配后总磁导的大小，即工作点的位置。实际上，就是与漏磁导和有效磁导的大小及它们之间的比例关系如何有关。图4-117表示铝镍钴永磁的有效能量等位线与有效磁导系数及漏磁导系数之间的关系。由图可见，当漏磁系数在1.6～2之间时，漏磁导系数和有效磁导系数接近，并且在20左右时，磁体将发出最大有效能量。

前面，我们多处提到磁路工作点与回复曲线起始点的位置有关，而回复曲线的起始点位置决定于磁体所受到的退磁磁场的大小。如果电机在运行过程中的某一特殊状态，使对磁体的退磁作用超过了原来的情况，即大于原来的退磁磁场，则以后的磁路工作点将处于比原来低的那条回复曲线上(因为回复曲线的起始点位置降低了)，从而使电机的性能发生了变化。显然这是不希望的。为了避免这种情况，通常对充磁后的磁体进行预先“稳磁”处理。这就是，让磁体预先经受工作过程中可能遇到的最大退磁作用。这样做之后，电机的性能就稳定了。

最大退磁作用，在发电机中是短路状态，而在电动机中，则是起动和反转状态。实际上通常采用的方法是磁体装入电机中以后，再充磁；也可以先把磁体单独加以充磁，而后在磁短路的状态下装入电机；但在电机交付使用之前，加以人工稳磁。即人为地建立电机使用过程中最不利的工作条

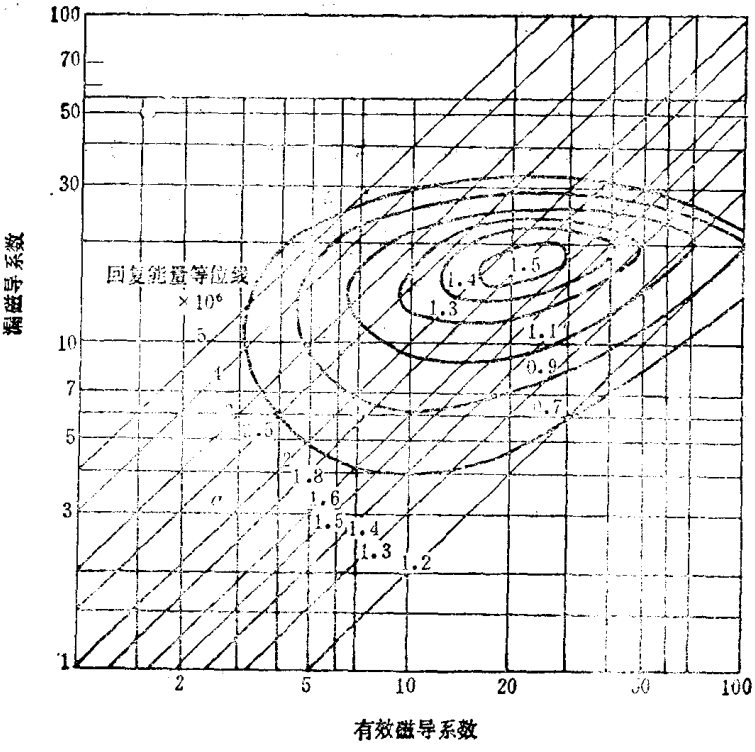


图4-117　有效能量等位线

件，以进行预先“稳磁”。以上做法的好处是磁体的利用程度较高，不足之处是电机装配比较困难。当然，也可以采用所谓自由状态下的稳磁。这就是，把磁体单独充磁，而后在不作任何磁短路情况下，把磁体装入电机内。由于磁体处于自由状态时，外磁路的磁阻很大，相当于只有漏磁导的情况，因此对磁体的退磁作用是很强烈的。正因为此，所以回复曲线的起始点位置很低。这样做法的优点是，当电机在交付使用之前，就不必再作人工稳磁了，因为磁体已经稳磁过了，这是由于实际电机运行中再也碰不到比自由状态所造成

的退磁更大的退磁作用了，所以电机的制造工艺较为简单。其不足之处，是磁体的利用率降低。

综上所述，在永磁电机设计中，既要满足电机的性能要求，又要使磁体得到合理的利用，并不是一件容易的事。往往需要不断地调整决定磁路工作点的各种因素，例如变化磁体的材料、形状、尺寸，或者变化铁心的材料、形状、尺寸，以及气隙等等。尽量多设计几个方案，在这些方案中进行比较，从中选出一个最佳的方案来。

第五章　空心电磁路的设计与计算

第一节　等值退磁曲线

一、永磁磁路和电磁磁路的区别与相似

在前面我们已经详细地讨论了永磁磁路的设计与计算，现在开始讨论电磁磁路（第五、六章）的计算和设计。在具体讨论电磁磁路的设计与计算之前，先来比较一下电磁磁路与永磁磁路的区别和相似之处，从中引出讨论电磁磁路的思路。

电磁磁路与永磁磁路的区别在于构成磁路的磁源材料不同。如前所述（见第三、四章），在永磁磁路中，作为磁源材料的是永磁材料，而永磁材料一旦被磁化，即能长期地保持强的磁性，并可对外提供恒定的磁场。在电磁磁路中，作为磁源材料的是磁化线圈，铁心（铁心通常是由软磁材料制成），当给它通以激磁电流时，则系统具有很强的磁性，此时也能对外提供磁场，只是建立磁场时，需要外界提供一个激磁电流。当然这就要有一个提供电路电流的电源了，因而也就存在电力的消耗问题。电力的消耗，通常是由电能变成热能而散失，所以在电磁磁路的设计中就必须考虑温升问题。如果在磁化线圈中通的是交流电，则还有铁心(对于带铁心的电磁路)的损耗问题。

虽然电磁磁路和永磁磁路有很大的差别，但也有它的相似性一面。例如，在不考虑获得视在磁感B_m的方法，而仅研究磁路的视在磁感B_m与磁路尺寸比例系数A的依赖关系时，

那么电磁磁路和永磁磁路的计算方法就基本相同了(关于这一点，将在后面清楚地看到)，只是对于电磁磁路要多绘制一条与永磁材料的退磁曲线相类似的“等值退磁曲线”罢了。

电磁磁路按线圈中的介质及激磁电流的性质可分为：

- 空心电磁路（空心线圈）
 - 直流空心电磁路
 - 交流空心电磁路
- 带有铁心的电磁路
 - 带铁心的直流电磁路
 - 带铁心的交流电磁路

电磁磁路也和永磁磁路一样，计算方法有许多。例如，有利用磁势方程设计磁路；利用自身退磁效应(等值退磁曲线法)设计磁路等等。

二、关于等值退磁曲线

如前所述，计算和设计电磁路可以借助于永磁磁路的方法，但要画一条等值退磁曲线。那末，什么是等值退磁曲线呢？首先让我们看一个试验事实。

用两块性质完全相同的软磁材料分别制成尺寸相同的两只试样环，但其中一个环开有气隙，气隙长度为L_g。在两个试样环的对应位置处，分别绕以相同匝数的磁化线圈(N匝)和测量线圈。给磁化线圈通以磁化电流I，则磁化线圈就产生一个磁化磁场$H=0.4\pi N/LI=0.4\pi nI$。磁化磁场H使软磁试样环磁化。软磁试样环被磁化以后，材料表现出磁化强度$4\pi M$，这个$4\pi M$的大小可以由测量线圈测出。

试验发现，对于闭合试样环和开有气隙的试样环，无论在磁化和反磁化过程中，要想得到相同的磁化强度$4\pi M$值，所需的外加磁化磁场H值是不相同的。说具体些，有如下的情况，如图5-1所示。

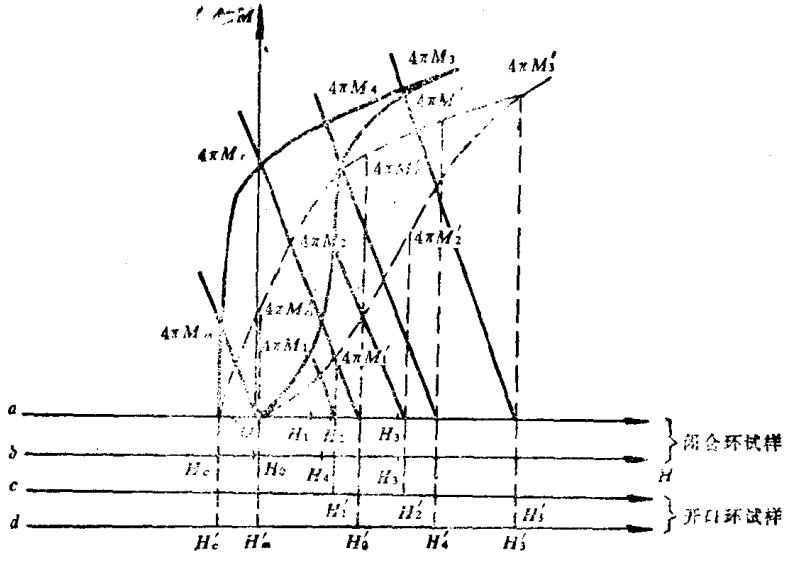


图5-1 开口与闭合磁环的磁化、反磁化曲线

虚线——闭合磁环对应的横坐标是a、b轴

实线——开口磁环对应的横坐标是c、d轴

在磁化，反磁化过程中H、$4\pi M$的关系为：

对于闭合环有

$$\begin{cases} 0 & 4\pi M_1 & 4\pi M_2 & 4\pi M_3 & 4\pi M_4 & 4\pi M_r & 4\pi M_m & 0 \\ 0 & H_1 & H_2 & H_3 & H_4 & H_0 & H_m & H_c \\ \longleftarrow\!\!\!- & a\text{ 轴} & \longrightarrow & \longleftarrow & b\text{ 轴} & \longrightarrow & & \end{cases}$$

对于开口环有

$$\begin{cases} 0 & H_1' & H_2' & H_3' & H_4' & H_0' & H_m' & H_c' \\ \longleftarrow\!\!\!- & c\text{ 轴} & \longrightarrow & \longleftarrow & d\text{ 轴} & \longrightarrow & & \\ 0 & 4\pi M_1' & 4\pi M_2' & 4\pi M_3' & 4\pi M_4' & 4\pi M_r' & 4\pi M_m' & 0 \end{cases}$$

两试样磁化场的关系：如果把$4\pi M_1$、H_1'，$4\pi M_2$、H_2'，$4\pi M_3$，H_3'，$4\pi M_4$、H_4'，$4\pi M_r$、H_0'，$4\pi M_m$、H_m'相连，会发

现这些连线互相平行，也就是说这些连线的斜率相等。设连线的斜率为K'，由图不难看出H'与H有如下关系：

$$H'_1=H_1+K'\times 4\pi M_1 \qquad 4\pi M'_1=4\pi M_1$$
$$H'_2=H_2+K'\times 4\pi M_2 \qquad 4\pi M'_2=4\pi M_2$$
$$H'_3=H_3+K'\times 4\pi M_3 \qquad 4\pi M'_3=4\pi M_3$$
$$H'_4=H_4+K'\times 4\pi M_4 \qquad 4\pi M'_4=4\pi M_4$$
$$H'_0=0+K'\times 4\pi M_r \qquad 4\pi M'_r=4\pi M_r$$
$$H'_m=H_m+K'\times 4\pi M_m \qquad 4\pi M'_m=4\pi M_m$$
$$H'_c=H_c \qquad H'_c=H_c$$

以上试验的结果告诉我们：在磁化过程中，磁化到相同的磁化强度值，开气隙试样环所需要的外加磁化磁场比闭合试样环来得大。在反磁化过程中，开气隙试样环内的剩磁的下降要比闭合试样环的下降来得慢，这些都是由于在开气隙的试样环存在着自身退磁效应。也就是说，存在有退磁场（见第一章第五节）。

把上面的H'_i和H_i及$4\pi M_i$的关系：$H'_i=H_i+K'\times 4\pi M_i$改写一下就成为

$$H_i=H'_i-K'\times 4\pi M_i \qquad (5-1)$$

把式（5-1）和永磁体内的磁场关系

$$H_e=H+H_d \qquad (5-2)$$

比较一下可知：

H_i相当于H_e，即是材料内的真实磁场。

H'_i相当于H，即是外加的磁化磁场。

$-K'\times 4\pi M_i$相当于H_d，即退磁场。

依磁路工作点坐标比的定义

$$K=\frac{H_d}{B_i}=\frac{K'\times 4\pi M_i}{H'_i+4\pi M_i}=K' \qquad (5-3)$$

如果把原坐标上的H'_i点看作是新坐标系的原点O'（纵轴坐标不变），则在新坐标系中，$H'_i=0$，上式变为

$$K=\frac{K'\times 4\pi M_i}{H'_i+4\pi M_i}=\frac{K'\times 4\pi M_i}{0+4\pi M_i}=K'$$

可见K'等于K，它就是电磁路的工作点坐标比，只是坐标系要加以变换罢了。

在电磁磁路中，这个磁路工作点坐标比K也和永磁磁路的磁路工作点坐标比一样，K与磁路的各个部分的尺寸有关。$\frac{1}{K}$是磁路工作负载线的斜率。

在永磁磁路中，磁路工作负载线的起点是在永磁材料退磁曲线的所在坐标原点O；而在电磁磁路中，这个磁路工作负载线的起点在哪儿呢？它的退磁曲线是什么，这些都是值得研究的问题。

首先让我们把永磁体和电磁体作个比较。永磁体的情况，其B_r是由保留下来的磁畴取向排列产生的，而磁畴本身的存在，可以用电子的固有磁矩来表明，但在定性地描述B_r时，可以只考虑电子的运动和由这种运动而发生的分子电流，于是可以认为B_r的发生是由保留下来的分子电流的取向排列而产生的。正如关于“介质中的宏观场”均匀磁化圆柱体中的分子电流讨论中的模型一样。

设有一个圆柱形磁体，其中的分子电流分布如图5-2所示。观察圆柱体截面内的分子电流时，不难看到，在截面内的每一点都有两个方向相反的电流通过，由于方向相反，所以是相互抵消了。在沿圆柱体侧表面流动的分子电流没有被抵消，正因为圆柱体表面上剩下了未被抵消的合成电流（它是由分子电流合成的，并且是在磁体表面上环流的），所以

产生磁场。这个图象很象通电螺线管产生的磁场一样，只是永磁体的磁场是由分子电流产生的，而通电螺线管的磁场是由输入线圈的传导电流产生的。

现在看一下闭合试样电磁路的情况，给磁化线圈通以磁化电流 I，于是线圈就产生一个磁化磁场 H，即

$$H=0.4\pi\frac{N}{l}I=0.4\pi nI \tag{5-4}$$

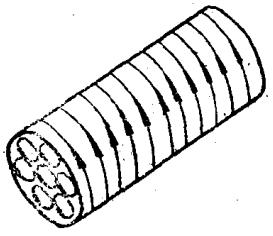


图5-2 分子电流的合成

这个磁化磁场 H 将磁化线圈内闭合铁心环均匀磁化，而铁心被磁化之后，又将感应出一个 B 值。设铁心材料的磁导率为 μ，则铁心内的磁感应强度 $B=\mu H$。改变磁化电流 I 会改变磁化磁场 H，因而也改变了铁心内的 B。将 B 和 H 的一一对应关系绘成曲线，就是铁心的磁化曲线和磁滞回线，如图5-3所示（仅第一，第二象限画出）。

铁心的等值退磁曲线实际就是利用铁心的磁化曲线或铁心在第一，第二象限的磁滞回线通过坐标变换而得到的。具体做法如下：

假设电磁路中所给的磁化磁场 $H=H_n=0.4\pi nI$ 为一定值，则对应于 H_n 的闭合铁心中有一个一定的 B 值（见图5-3）。现在把纵坐标 OB 轴自原点（$H=0$）向右平移，并且移到 H_n 点，令它为 $O'B'$ 轴，这样 $O'B'$ 轴和原来的 H 轴（OH）轴就组成了一个新的坐标系 $B'O'H'$（这就是把原来的 OH 轴改称为 $O'H'$ 轴），于是原坐标中的 B、H_n、H_0、H_1、H_2、……，在新坐标中变成了 B'、O'、H_n'、H_2'、H_1'，……，

它们之间有如下关系。

$$H_2'=H-H_1, H_1'=H-H_2, O'=H-H_n, \cdots\cdots$$

这样铁心的磁滞回线的上半部（即第一，第二象限段），在新坐标中就很象永磁材料的退磁曲线了。但它毕竟不完全是退磁曲线（是反磁化曲线），所以称它为"等值退磁曲线"。

由磁化曲线变换成的等值退磁曲线，由于作电磁磁路的铁心是软磁材料，而软磁材料的H_c很小，这就使得磁化曲线与磁滞回线相靠近。一般电磁磁路上所加的磁化磁场H都远比H_c大，并且目前所给的软磁材料的技术数据中，往往不包含磁滞回线而是磁化曲线。基于以上原因，所以人们常常用软磁材料的磁化曲线，通过如前所述的坐标变换而成为等值退磁曲线。必须指出，软磁材料的磁化曲线有两种，即初始磁化曲线和基本磁化曲线。对于直流电磁路，则用起始磁化曲线来变换；对于交流电磁路，则要用基本磁化曲线来变换。值得注意的是，用磁化曲线变换成等值退磁曲线，在某些场合下是允许的。但对于那些在吸合状态下残余气隙很小或接近于零的某些磁路，如果还用磁化曲线来变换，就有可能在设计出的电磁路中，当切断控制电源后，衔铁不被释放而造成电器失灵的危险。在这种情况下，就必须使用软磁材料的第二象

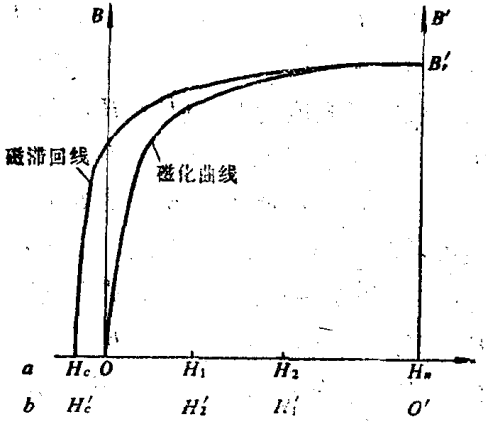


图5-3　铁心的磁化、反磁化曲线

限的磁滞回线(反磁化过程的B–H曲线)来作变换。

对于开有气隙的环形铁心构成的电磁路，由于存在自身退磁效应，所以$B_m<B'_r$。有了等值退磁曲线，我们就找到了磁路工作负载线的起点O'。

三、空心线圈的等值退磁曲线及其应用

所谓空心线圈是指内部介质是空气的线圈。给空心线圈通以电流I，则线圈将产生磁化磁场H($H=0.4\pi nI$)，因为空气的$\mu\approx 1$，所以对于通了电流的线圈内部空气介质中所感应的磁感应强度为$B=\mu H=H$，改变I，则H就变为0，H_1，H_2，H_m，对应的磁感应强度有0，B_1，B_2，B_m。无论线圈通了多大电流，线圈内的B总是等于H，即$B_i=H_i$。所以空心线圈的磁化曲线是一条直线，它和H轴（或B轴）的交角都是45°，如图5-4所示。将I减小（即反磁化过程）也有H_m，H_3，H_4，对应的有B_m，B_3，B_4。由于空气介质没有磁滞现象，所以它在反磁化过程中，B'_i也是和H'_i相等的。也就是说，空心线圈的磁滞回线与磁化曲线是重合的。

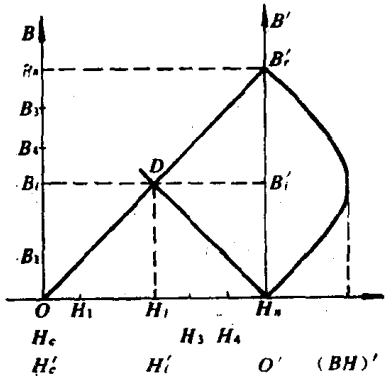


图5-4　空心线圈的等值退磁曲线

如前所述，设通入空心线圈的电流为I_m，则由I_m产生的磁化磁场为

$$H_m=0.4\pi nI_m$$

与H_m对应的有B_m。把B轴向右移到H_m点（或过H_m点作H轴的垂直线）得$O'B'$，把$O'B'$作为新坐标的纵轴，而把原坐标的H轴作为新坐标的H'轴，则$B'O'H'$就构成了一个新的坐标系。原来空心线圈的磁化曲线，在新

坐标中就成了等值退磁曲线。空心线圈的等值退磁曲线也是一条直线。

新、旧坐标对应点的关系如下：

在旧坐标中的 H_n H_i H_o B_n B_i

在新坐标中成为0′ $H'_i=(H-H_i)$ H'_o B'_i B'_i

在等值退磁曲线上的每一点，都对应着一个磁场强度H_i和磁感应强度B_i。把等值退磁曲线上每一点的H'_i和B'_i相乘就是磁能积（$B'_i H'_i$）。把每一点的($B'_i H'_i$）和B'的关系作图可得图5-4右边的曲线，这条曲线就是空心线圈的磁能曲线。可以证明，等值退磁曲线中点的磁能积最大，此时对应的$B'_i=H'_i$。

对于非闭合的空心线圈，由于有自身退磁效应，即存在有退磁场H_d。在退磁场H_d的作用下，空心线圈的视在磁感应强度不在B'_r点，而是落在等值退磁曲线$B'_r-H'_c$线上，如D点。D点就是空心线圈的工作点。连结DO'线就是空心线圈的工作负载线。

依照磁路工作点坐标比的定义有

$$K=\frac{H'_i}{B'_i}=\frac{H-H_i}{B'_i} \tag{5-5}$$

和永磁磁路一样，空心线圈构成的磁路也存在一个最佳尺寸比例系数A。如果要求空心线圈的磁能一定，则在$K=1$时，做成空心线圈所需要的铜重最小。当空心线圈工作点坐标比$K=1$时，由$K-A$曲线（见第四章）可求得$A=0.418$。

空心线圈的视在磁感应强度B'_i由式（5-5）可得

$$KB'_i=H-H_i \tag{5-6}$$

当$K=1$时，$B'_i=B_i$，又由于$\mu=1$，所以$H_i=B_i$，将这些

关系代入式（5-6）可得

$$B'_i=\frac{H}{K+1} \tag{5-7}$$

根据式（5-7），如果要设计的空心线圈视在磁感B_i值给定，并大致地确定K以后，则可求出线圈的安匝数及磁路的其他有关参数。

四、带铁心电磁磁路的等值退磁曲线

如前所述，带铁心电磁路的铁心通常是用软磁材料做成的。所以带铁心电磁路的等值退磁曲线可以用软磁材料的磁化曲线，通过坐标变换来实现的，其具体做法如下：

当铁心的材料选定后，材料的磁化曲线就已知，图5-5所示的是一种热拉纯铁棒的磁化曲线。设电磁路要求的理论磁化场为$H=39.789$ kA/m(500Oe)。把标出磁化曲线坐标系的OB轴向右平移到$H=39.789$kA/m处，如图5-4中的$O'B'$，这样就构成了一个新的坐标系$B'O'H'$，则原来软磁材料的磁化曲线在新的坐标系中，就成了磁路的等值退磁曲线。需要注意的是带铁心电磁路的等值退磁曲线是一条曲线，而不象空心电磁路那样是一条直线。带铁心电磁路在某一确定的理论磁化磁场作用下，也存在一个最大磁能积，见图5-5。它通常以$(BH)'_{max}$表示，应当指出，对于带铁心电磁路，它的最大磁能积点是随着磁化磁场H的大小而改变的，见图5-5。在一个电磁路中，理论磁化场H的改变，实际上可以理解为铜重的改变，所以对于不同铜重的磁路，其最大磁能积也就不同，下面来分析这种关系。

假设磁路的铁心重量（铁重）不变，铁心材料的磁化曲线已知，激磁线圈的长度L，导线直径d，电流密度j不变，导线的横截面积为S，密度为γ，激磁线圈是圆形的，

其内径为D。

在上述假设条件下，根据第四章中的磁路尺寸比例系数A的计算式，就可以用改变工作气隙体积的办法，使磁路具有任意的磁路尺寸比例系数A和磁路工作点坐标比K。用增加线圈厚度e，也就是改变线圈匝数的办法，使磁化线圈具有不同的理论磁化场。例如：$H_1=3.979$kA/m，$H_2=7.958$ kA/m，$H_3=19.894$ kA/m，$H_4=39.789$ kA/m。

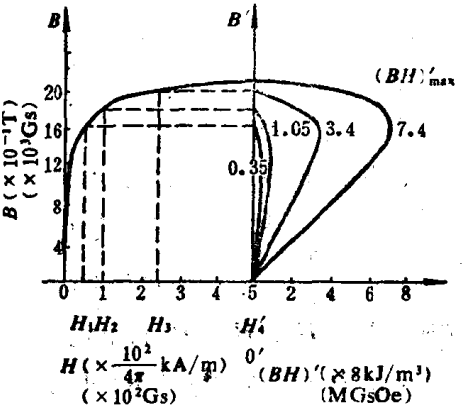


图5-5 带铁心电磁路的等值退磁曲线

现把理论磁化场H_i与线圈厚度e的关系写成如下的对应关系：

磁化场 $H_1=3.979$，$H_2=7.958$，$H_3=19.894$，$H_4=39.789$kA/m线圈厚度$e_1=e$，$e_2=2e$，$e_3=5e$，$e_4=10e$在上述假定条件下，还可以计算出理论磁化场H，线圈匝数N，铜重G_{Cu}，对应的等值退磁曲线的最大磁能积$(BH)'_{max}$之间的关系。$(BH)'_{max}$对于不同的磁化场H(3.979,7.958,19.894,39.789kA/m)，利用软磁材料的磁化曲线作等值退磁曲线，再由等值退磁曲线可求得它们对应的$(BH)'_{max}$。

$H_i=3.979$ 7.958 19.894 39.789kA/m

$(BH)'_{max}=8$ 21.6 69.6 152kJ/m³

线圈的匝数N：因为$S'=\frac{1}{4}\pi d^2$，L、j、d不变，所

以$H=0.4\pi nI=0.4\pi\frac{N}{L}jS'=0.4\pi\ \frac{N}{L}j\left(\frac{1}{4}\pi d^2\right)$。如果产生磁化场$H_1=3.979$kA/m需要$N_1$匝数的线圈的话，则产生磁化场$H_2=7.958$kA/m时，$N=2N_1$；产生磁化场$H_3=19.894$kA/m时，$N=5N_1$；产生磁化场$H_4=39.789$kA/m时，$N=10N_1$。

线圈的铜重G_{Cu}铁心的直径为D，它实际上就是线圈的内径。则N匝导线的铜重为

$$G_{Cu}=V_N\gamma=\pi(D+t)SN\gamma \qquad (5-8)$$

如果假定$\frac{D}{e_1}=2$，即$D=2e_1=2e$，代入式（5-8）可算出对应于H_1、H_2、H_3、H_4的铜重。

对于$H_1=3.979$kA/m(50Oe)，$G_{Cu1}=3e_1\pi N_1\gamma S$；

对于$H_2=7.958$kA/m(100Oe)，$G_{Cu2}=8e_1\pi N_1\gamma S$；

对于$H_3=19.894$kA/m(250Oe)，$G_{Cu3}=35e_1\pi N_1\gamma S$；

对于$H_4=39.789$kA/m(500Oe)，$G_{Cu4}=120e_1\pi N_1\gamma S$。

把以上所得的G_{Cu1}、G_{Cu2}、G_{Cu3}、G_{Cu4}各除以$3e_1\pi N_1\gamma S$，则简化为$G'_{Cu1}=1.00$，$G'_{Cu2}=2.67$，$G'_{Cu3}=11.7$，$G'_{Cu4}=40.0$。同样可以把$\frac{D}{e_1}=5$，$\frac{D}{e_1}=10$，$\frac{D}{e_1}=50$等数值代入式(5-8)，则可计算相应于不同磁化磁场下的相对的线圈铜重G'_{Cu}。

把以上计算的结果归并列表如下：

把表5-1中等值退磁曲线的最大磁能积$(BH)'_{max}$和铜重G'_{Cu}的增长率与D/e之间的关系进行比较，可以发现，当铁心截面积或者直径D比激磁线圈厚度e大很多时，即$\frac{D}{e}$很大时，宜选用较大的磁化磁场H；反之，当$\frac{D}{e}$较小时，磁能积$(BH)'_{max}$的增长速率远小于磁化场H（磁化磁场H越大，

铜重也越重）的增长速率，其效果是不经济的。

表 5-1 铁心在磁化场H作用下的最大磁能积与铜重G'_{Cu}的关系

序号	H (kA/m) (Oe)	N	e	$(BH)'_{max}$ kJ/m³ (MGsOe)	铜重G'_{Cu} $\frac{D}{e_1}=2$	$\frac{D}{e_1}=5$	$\frac{D}{e_1}=10$	$\frac{D}{e_1}=50$
H_1	3.979 (50)	N_1	e_1	8 (1.0)	1.00	1.00	1.00	1.00
H_2	7.958 (100)	$2N_1$	$2e_1$	21.6 (2.7)	2.60	2.33	2.18	2.04
H_3	19.894 (250)	$5N_1$	$5e_1$	69.6 (8.7)	11.7	8.33	6.28	5.39
H_4	39.798 (500)	$10N_1$	$10e_1$	152 (19)	40.0	25.0	18.2	11.8

利用式（5-5），$K=\frac{H-H_i}{B_i}$等值退磁曲线，在磁路设计中，当K假定后，根据B_i可求出理论磁化磁场H，但这只是解决了磁化场H的大小问题，而没有解决铁重和铜重的经济利用问题。如根据B_i用作图（见图5-5）的办法，就可以找到磁化场H和磁路工作点坐标比K的最佳值。

第二节 空心直流电磁路的设计与计算

空心电磁路的设计与计算的任务有两个方面，即：

已知空心线圈的有效截面积（即空心线圈的内腔截面积）；线圈内沿轴线方向的均匀区长度；供电电压；预定的磁场强度H。求线圈的匝数；制作线圈导线的线径；整个线圈的几何尺寸。

其二是已知空心线圈构成的磁路结构和尺寸；线圈总的安匝数。求一定工作气隙中的磁感强度。

通常空心电磁路包括：由一个线圈单独组成的←单独电磁路；由两个或两个以上线圈组合而成的←组合电磁路，而组合电磁路中又有串联线圈，即电流线圈和并联线圈，即电压线圈。由于单独电磁路和组合电磁路在计算上略有差别，所以我们分别加以讨论。

一、空心单独电磁路内磁感应强度的计算

当激磁电流通过空心电磁路时，电磁路就要建立一定的磁势并产生磁通和吸力，人们正是利用这种磁通和吸力。在磁路计算中，空心电磁路内的磁感应强度的计算是人们所感兴趣的。为此，我们首先来讨论一下空心单独电磁路内磁感应强度的计算。

如已知空心单独电磁路（线圈）的形状及各部分尺寸，如图5-6所示，线圈的总匝数为N，制成线圈导线直径为d以及电源电压。

求空心单独电磁路内的视在磁感应强度B_i。

对于这类问题，它的计算过程可通过如下几步进行：

（一）求磁路尺寸比例系数A

根据对永磁体的讨论，知道磁路尺寸比例系数A有如下的计算式，即

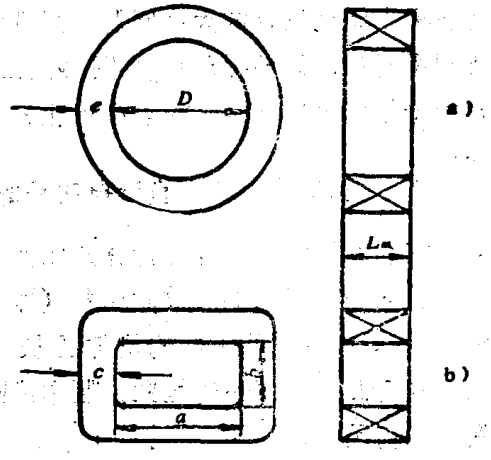


图5-6　两种形状的单独空心电磁路

$$A=\frac{L_m}{a_m}$$

式中 L_m——磁体的有效长度(cm)；

a_m——磁体横截面积的等效边长(cm)。

如果把空心单独电磁路（线圈）的长度L_N作为磁体的有效长度L_m，把线圈的平均等效边长a_N作为磁体的等效边长a_m，那么就可以把空心单独电磁路（线圈）的磁路尺寸比例系数A表示为

$$A=\frac{L_N}{a_N} \tag{5-9}$$

由于线圈横截面形状的差异，线圈横断面的等效边长a_N也有不同的表示式。对于如图5-6a所示的圆形线圈有

$$a_N=\frac{\pi}{4}(D+e) \tag{5-10}$$

式中 D——线圈的内径，即线圈内腔的直径（cm)；

e——线圈的厚度(cm)。

对于如图5-6b所示的方形线圈有

$$a_N=\frac{2(a+e)(b+e)}{a+b+2e} \tag{5-11}$$

式中 a——方形线圈内腔的长(cm)；

b——方形线圈内腔的宽(cm)。

如果知道了线圈的具体尺寸就不难根据式（5-9)算出空心单独电磁路的磁路尺寸比例系数A。

(五) 求磁路工作点坐标比K

有了磁路尺寸比例系数A，就可由磁路工作点坐标比K的计算式求出磁路工作点坐标比K，即将A值代入下式求得

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.054)}} \tag{5-12}$$

（三）求磁路的激磁电流 I

按照电路的欧姆定律有

$$I=\frac{U}{R} \tag{5-13}$$

式中 U——电源电压（或供电电压）；

R——线圈电阻。

而线圈的电阻又有如下的关系式

$$R=\frac{4\rho L_N}{\pi d^2}$$

所以

$$R=\frac{4\pi\rho N l_0}{\pi d^2} \tag{5-14}$$

式中 ρ——导线的电阻率；

L——线圈导线的总长度；

l_0——每匝线圈的导线平均长度；

N——线圈的匝数；

d——导线的直径。

将式（5-14）代入式（5-13）可得

$$I=\frac{U\pi d^2}{4\rho N l_0} \tag{5-15}$$

（四）求理论磁化场 H

可按下式求得

$$H=0.4\pi\frac{NI}{L_N} \tag{5-16}$$

式中 N——线圈匝数；

NI——线圈的安匝数；

I——激磁电流；

L_N——线圈的长度。

（五）求空心线圈内的磁感应强度

在求得磁路的磁化场H及磁路工作点坐标比K之后，将它们代入式（5-7），即 $B_i'=\frac{H}{1+K}$，就可求得空心单独电磁路内的磁感应强度B_i'。

二、空心单独电磁路的设计过程及基本式

（一）空心单独电磁路设计的一般过程

空心单独电磁路的设计过程分为如下几步：

1．假定磁路工作点坐标比K

磁路工作点坐标比K的大小，根据设计对象可以大致确定。通常在要求线圈内的均匀区较长时，K值应选得小一些。对于无限长的螺线管，K值等于零，这是因为无限长的螺线管在轴向的退磁因子是零，管内的磁场均匀区为无限长。对于有限长的螺线管，因退磁因子不为零，所以K值不等于零。一般线圈长度越短，K值就越大；线圈长度越长，K值就越小。若磁场的均匀区和线圈的长度无严格的要求，如一般的退磁线圈，就可以把要设计的线圈工作点坐标比K取为1，即$K=1$。

2．计算磁化线圈的安匝数NI或单位长度的安匝数nI

把要设计线圈所要求的磁感应强度B_i和设定的K代入下式可解得磁化线圈的磁化场H

$$H=KB_i+B_i$$

把求出的磁化场H代入F式便可求出磁化线圈单位长度的安匝数

$$nI=\frac{H}{0.4\pi} \qquad (5\text{-}17)$$

或由B_i、K直接求

$$nI=\frac{B_i(1+K)}{0.4\pi} \tag{5-18}$$

3．计算线圈的厚度 e 和线圈的长度 L_N

对于圆导线可利用下式求得线圈的厚度 e

$$e=\frac{4a^2nI}{\pi J}\times 10^{-2}(\text{cm}) \tag{5-19}$$

式中 a ——导线外皮直径和裸线直径之比例系数；

n ——单位长度线圈的匝数；

I ——激磁电流；

J ——电流密度。

对于扁的导线，可利用下式求得线圈的厚度 e

$$e=\frac{anI}{J}\times 10^{-2}(\text{cm}) \tag{5-20}$$

这里的电流密度 J 可根据磁路的工作制和温升要求来选择，线圈的电流密度 J 取得越高，则线圈的发热越厉害，所以一般 J 不能超过某个容许的数值。选用 J 的大小和磁路的工作状况有关。当磁路是长期连续地通电工作的，称为长期工作制，此时磁路的温度将达到最高值，所以选取的电流密度 J 应低一些。如果磁路是有时通电，有时断电，即磁路工作和停止是交替地进行的，此种工作状况称为反复短时工作制，当线圈通电工作时，它的温度上升，但达不到长期工作制线圈那样高的温度，而在停止工作时期内，因为线圈已断开电源，所以线圈温度下降，但它的温度却来不及降到与周围环境温度相等的数值。在这种工作制下，当然允许通过的电流值大一些，故所选取的电流密度 J 也可相应地增大一些。如果磁路只短时地通电工作，则称为短时工作制，在通电期间内，线圈温度还来不及升到高的温度，工作就停止了，在断电期间线圈冷却，其温度可达到与周围环境相同的温度。在短

时工作制下，当然选择电流密度 J 值时可以大一些。

磁路在各种工作制下，所容许的电流密度值范围如下：

长期工作制的磁路　　$J=2\sim4\text{A/mm}^2$　　(5-21a)

反复短时工作制的磁路 $J=5\sim12\text{A/mm}^2$　　(5-21b)

短时工作制的磁路　　$J=13\sim30\text{A/mm}^2$　　(5-21c)

求线圈的长度L_N，可利用如下式子进行：

$$L_N=a_N A \tag{5-22}$$

对于如图5-6a所示的圆形线圈有

$$L_N=\frac{\pi}{4}A(D+e) \tag{5-23}$$

对于如图5-6b所示的方形线圈有

$$L_N=2A\frac{(a+e)(b+e)}{a+b+2e} \tag{5-24}$$

式中　A——磁路尺寸比例系数（A可由已求的K查$K-A$曲线而得）；

D——圆形线圈内腔的直径；

a——方形线圈内腔的长度；

b——方形线圈内腔的宽度。

4．求线圈的匝数N

由式（5-15）可求得线圈的匝数N

$$N=\frac{U\pi d^2}{4\rho I l_0}=\frac{U}{\rho l_0}\cdot\frac{\pi d^2}{4I}=\frac{U}{\rho J l_0} \tag{5-25}$$

所以

$$J=\frac{4I}{\pi d^2} \tag{5-26}$$

式中　I——线圈的激磁电流；

d——制成线圈导线的直径。

5．计算激磁电流I

利用如下二式之一，可求得线圈的激磁电流 I

$$I = \frac{NI}{N} \tag{5-27}$$

或者

$$I = \frac{nIL_N}{N} \tag{5-28}$$

式中 NI——线圈的安匝数。

6．求导线的直径 d

由式（5-26）可得

$$d = 2\sqrt{\frac{I}{\pi J}} \tag{5-29}$$

7．验算

即对所设计的线圈的温升和其他有关数据进行验算，看是否符合实际要求。如果不符合，则应重新估计电流密度 J，导线外皮直径与裸线直径之比例系数 α（对于扁导线，α 是指带皮的导线断面高度与裸线断面高度之比）等等。

（二）实例

下面举一个例子进一步加以说明。现采用电源电压为220 V，试设计一只内径 D 为22mm，视在磁感应强度 B_i 为13 $\times 10^{-4}$ T（13Gs）的空心单独磁路，最大容许温升 Q 为65℃。

对于这样要求的设计，实际上就是求线圈的匝数、线圈尺寸以及导线的直径，它们可以通过如下步骤来进行：

1．首先假定工作点坐标比 K

根据前面所述的确定空心磁路工作点坐标比 K 的原则，对于图5-6 a 所示的圆形线圈，K 可假定为0.526左右，我们取 $K=0.52$。

2．计算磁化线圈单位长度的安匝数 nI

把已知的 $B_i=13\times10^{-4}$ T（13Gs）和假定的磁路工作点

坐标比$K=0.52$代入式（5-18），可求出线圈单位长度的安匝数nI，即

$$nI=\frac{B_i(1+K)}{0.4\pi}=\frac{13\times(1+0.52)}{0.4\pi}$$
$$=15.72\text{A/mm}$$

3．计算线圈的厚度e

考虑磁路是长期连续地通电工作，所以根据式(5-21a)，选取电流密度$J=3\ \text{A/mm}^2$。另外，为了计算还必须估计导线外皮直径与裸线直径之比例系数α，我们取$\alpha=1.125$（关于α值可由电工手册，圆形电磁线的标准线规表中的有关数据求得，取油性漆包铜线Q_0），将选得的J，α值和已求得的nI值代入式（5-19），便可求得线圈的厚度e，即

$$e=\frac{4\alpha^2 nI}{\pi J}=\frac{4\times1.125^2\times15.72}{3\pi}=8.44\text{mm}$$

4．计算线圈的长度L_N

由假定的$K=0.52$，查K-A曲线（即图4-60），可得磁路尺寸比例系数$A\approx0.8$。于是线圈的长度L_N有

$$L_N=\frac{\pi}{4}A(D+e)=\frac{\pi}{4}\times0.8(22+8.44)$$
$$=19.13\text{mm}$$

5．求线圈的总匝数N

为了求出线圈的总匝数N，必须先确定以下几个量：每匝线圈的导线平均长度l_0，这可由线圈的内径D（已知）和线圈的厚度e（已求）来算出，即

$$l_0=\pi(D+e)=\pi(22+8.44)=95.63\text{mm}$$

通常导线的电阻系数ρ随着工作温度的变化而变化，即导线的电阻系数ρ与工作温度的高低有关。表5-2列出铜导线在一些工作温度下的电阻系数ρ值，以供选用。对于这种情况，

由于最大容许温升是65℃，如果周围环境温度取40℃，则导线的工作温度应为65℃＋40℃＝105℃，查表5-2可得导线的电阻系数

$$\rho_{105}=0.02339\Omega\cdot mm^2/m$$

有了l_0，ρ_{105}，J，U（电源电压是已知的）便可利用式（5-25）算出线圈的总匝数N，即

$$N=\frac{U}{\rho J l_0}=\frac{220}{0.02339\times 3\times 95.63}=2980$$

表 5-2　铜导线的电阻系数ρ值

工作温度（℃）	电阻系数 $\rho(\Omega\cdot mm^2/m)$
20	$\rho_{20}=0.01754$
35	$\rho_{35}=0.01857$
40	$\rho_{40}=0.01991$
90	$\rho_{90}=0.02236$
105	$\rho_{105}=0.02339$
120	$\rho_{120}=0.02443$

6．计算激磁电流I

将已求出的N、L_N、nl值代入式（5-28），可求得I，即

$$I=\frac{nlL_N}{N}=\frac{15.72\times 19.13}{2980}\approx 0.101\,A$$

7．求导线的直径d

将I、J值代入式（5-29），可求得导线的直径d，即

$$d=2\sqrt{\frac{I}{\pi J}}=2\times\sqrt{\frac{0.101}{3\pi}}\approx 0.207mm$$

8．验算

校验线圈温升，线圈的总电阻R可通过下式求得

$$R=\rho\frac{l}{s}$$

式中 $\rho=\rho_{105}=0.02339\Omega\cdot mm^2/m$;

$l=l_0N=\pi(D+e)N$;

$$s_{导线}=\frac{\pi}{4}d^2=\frac{\pi}{4}\times0.207^2。$$

将有关的数值代入上式，则有

$$R=\rho_{105}\frac{\pi(D+e)N}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$=\frac{0.02339\times\pi\times(22+8.44)\times2980}{\frac{\pi}{4}\times0.207^2}$$

$$=198.07\Omega$$

因为是空心线圈，所以散热面积应为线圈的内、外表面积之和，即

$$S'=(\pi D_{内}+\pi D_{外})L_N=\pi(D_{内}+D_{外})L_N$$

$$=\pi(22+22+8.44\times2)\times19.13$$

$$\approx36.59cm^2$$

线圈的散热系数α_s。α_s值的大小与线圈的温升有关，一般在0.001～0.0013W/(℃·cm²)范围内，表5-3列出线圈的散热系数α_s值的经验数据，供参考。

表5-3 线圈的散热系数α_s值的经验数据

线圈温升(℃)	散热系数α_s值，W/(℃·cm²)	
	A 类①	B 类②
40	11.00×10^{-4}	9.84×10^{-4}
45	11.20×10^{-4}	10.01×10^{-4}

（续）

线圈温升（℃）	散热系数α_s值，W/(℃·cm²)	
	A 类①	B 类②
50	11.41×10^{-4}	10.19×10^{-4}
55	11.62×10^{-4}	10.37×10^{-4}
60	11.80×10^{-4}	10.54×10^{-4}
65	12.04×10^{-4}	10.72×10^{-4}
70	12.25×10^{-4}	10.99×10^{-4}
75	12.46×10^{-4}	11.17×10^{-4}
80	12.68×10^{-4}	11.35×10^{-4}
85	12.89×10^{-4}	11.52×10^{-4}

① 表中A类一般适用于直流线圈.

② B类适用于交流线圈.

在这里线圈的散热系数α_s取12.04×10^{-4}W/℃·cm²。

将R、S'、α_s及电源电压U值代入下式即可求得线圈的温升Q

$$Q=\frac{U^2}{R\alpha_s S'}=\frac{220^2}{198.07\times12.04\times10^{-4}\times36.59}$$

$$\approx55.5℃$$

由计算结果表明，我们设计的线圈之温升没有超过规定的容许温升65℃，是合格的。同时，由于制造上具有一定的公差，给予温升5～10℃的安全裕度是完全必要的。

另外，由线圈的电源电压$U=220$V和线圈的总电阻R，可以算出线圈的额定电流i

$$i=\frac{U}{R}=\frac{220}{198.07}=1.111\text{A}$$

结果表明，这里设计线圈所需要的激磁电流$I=0.101$A，没有超过线圈的额定电流i值。

将线圈的激磁电流I，总匝数N及长度L_N值代入式

(5-16)，可以算出理论磁化磁场H

$$H=0.4\pi\frac{N}{L_N}I=0.4\pi\times\frac{2980}{19.13}\times0.101$$

$$=19.77(\mathrm{Oe})\triangleq1.573\mathrm{kA/m}$$

将求出的H值代入式（5-7），可求出线圈的视在磁感强度B_i，即

$$B_i=\frac{H}{1+K}=\frac{19.77}{1+0.32}\approx13.01(\mathrm{Gs})$$

$$\triangleq13.01\times10^{-4}\mathrm{T}$$

计算结果表明，上述设计的线圈所产生的视在磁感是符合原设计要求的。

必须指出，以上讨论过程中所用的理论磁化场H依照式(5-16)，即 $H=0.4\pi\frac{N}{L_N}I$计算，本身就是一种近似。严格地说，只有当线圈的长度L_N大大地大于线圈的直径时，在线圈轴线的中心点上才是正确的。对于有限长的线圈，线圈长度L_N越小，误差就越大。严格一点应该用式（3-37）计算（见第三章）。

从那里不难看到，对于有限长的线圈，在中心处磁场最大，离中心点O越远，磁场强度就越小。

例如，一个内径为8 cm，长为100cm，厚为4 cm，总匝数为3200匝，由截面积为4 × 2 mm²扁铜线做成的线圈，如果通以25 A的电流，利用式（3-37）可求得离线圈轴线中心处O不同的距离处磁场强度如下：

线圈轴线中心处的场强为$H_0=7.94\mathrm{kA/m}$；

离中心为5 cm处的场强为$H_{x=5}=7.94\ \mathrm{kA/m}$；

离中心为10cm处的场强为$H_{x=10}=7.93\ \mathrm{kA/m}$；

离中心为15cm处的场强为$H_{x=15}=7.91\ \mathrm{kA/m}$；

离中心为25cm处的场强为$H_{x=25}=7.87\text{kA/m}$;

离中心为40cm处的场强为$H_{x=40}=7.41\text{kA/m}$。

如果把它们画成曲线，就是该线圈内场强的分布曲线，如图5-7所示。

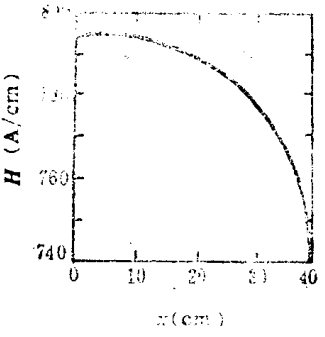


图5-7 空心线圈内的场强分布

三、空心组合电磁路的设计及其基本式

由空心单独线圈构成的磁路在铜重较小的情况下，其中心面的视在磁感B_1可以达到很高，但是沿着线圈长度方向的分布很不均匀。为了改变这种状态，就出现空心组合电磁路。

所谓空心组合电磁路，就是由两个或两个以上电磁线圈组成同一个磁回路的磁路。图5-8 b是由两个匝数和尺寸相同的线圈组成的磁路，其磁力线所走的路径和在线圈内疏密分布情况，如图5-9所示。若组成同一个磁回路的线圈为四个，如图5-8 a所示（四个线圈的匝数和尺寸都相同），则磁力线所走的路径和在线圈内的疏密分布如图5-10所示。由图示可知，采用这种形式有利于在面积大、长度小的，即在K值较大的磁路中，得到较长的磁场均匀区。

由图5-9和图5-10中磁力线所走的路径告诉我们，在组合电磁路中，每一个单独线圈的磁通与同一个回路中其余线圈的磁通互受影响，两线圈中的磁通方向一致时互相加强。但当两线圈之间的距离增大到一定程度，即达到某一值$L_0=L_{0'}$（通常叫临界距离）时，两个（或两组）线圈的磁通就互相不受影响。此时组合电磁路的视在磁感应强度要按单独

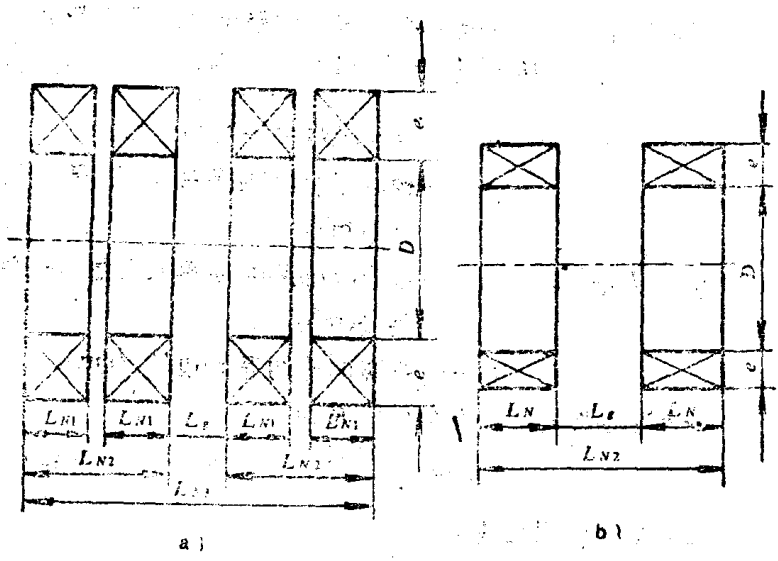


图5-8　组合空心电磁路的形式

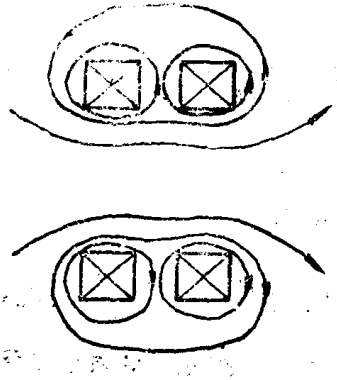


图5-9　由两线圈组合的电磁路中磁力线的分布

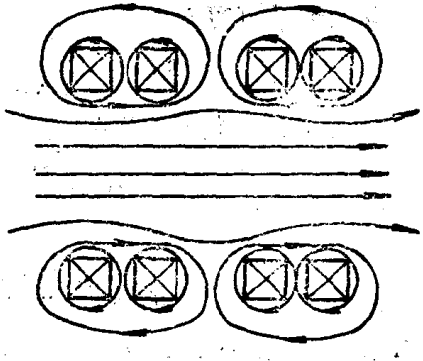


图5-10　由四个线圈组合的电磁路中磁力线的分布

空心线圈磁路计算。这就规定了组合磁路尺寸比例系数 A 为

$$A=\frac{mL_N+L_{g1}+L_{g2}+\cdots+L_{g(m-1)}}{a_N} \tag{5-30}$$

式中 m——组合磁路中线圈的个数；

L_N——构成组合电磁路每个线圈的长度 (cm)；

L_{g1}、$L_{g2}\cdots L_{g(m-1)}$——组合电磁路中每两个线圈间的距离 (cm)；

a_N——线圈的平均等效边长 (cm)。

组合电磁路的工作点坐标比 K 为

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}} \tag{5-31}$$

磁场强度的理论值为

$$H=0.4\pi I\frac{mL_N n}{mL_N+L_{g1}+L_{g2}+\cdots+L_{g(m-1)}} \tag{5-32}$$

当两线圈之间为临界距离 L_{g_r} 时，并且两线圈的视在磁感相等，即 $B_{i1}=B_{i2}$，此时两线圈的工作负载线 H_1K_1 和 H_2K_2 在等值退磁曲线上相交一点，如图5-11所示。于是图中各量之间的关系可写成为

$$B_i=\frac{H_1}{1+K_1}=\frac{H_2}{1+K_2} \tag{5-33}$$

也就是说，有如下的关系

$$H_2=\frac{H_1(1+K_2)}{1+K_1}$$

或者

$$K_2=\frac{H_2(1+K_1)-H_1}{H_1} \tag{5-34}$$

利用式 (5-30)～式 (5-34)，就可以在按空心单独电磁路的设计过程设计出单独线圈之后，初步估计并验算 K_2 和 H_2，进而求出两线圈之间的临界距离 L_{g_r}。通常求出 L_{g_r} 不是计算的

目的，而只是作为较正确地估计K_2的过渡条件。

图5-12的曲线组是给定尺寸的两个线圈（$L=14$cm，$K=0.55$，内腔面积$=14.2\times17.2$cm^2），在同一轴线上改变线圈与线圈之间的距离，使它们之间具有不同的L_g时，分别测量从一个线圈的一端到另一个线圈的另一端之间的磁感应B所描绘的曲线。图中的曲线3是两线圈之间的距离为临界距离L_{gr}（$L_{gr}=9$ cm）时，沿磁路轴线方向磁感应分布的情况。图中曲线1、2、4分别为当两线圈之间的距离为$\frac{L_{gr}}{5}$、$\frac{L_{gr}}{2}$、$\frac{3L_{gr}}{2}$时，沿磁路轴线方向磁感分布的情况。

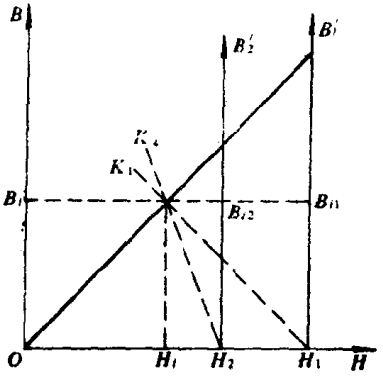


图5-11　由两线圈组合的电磁路的工作点

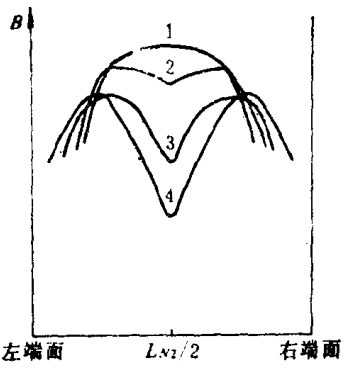


图5-12　组合线圈的B分布曲线

由此，可根据磁路设计的对象及对磁感应沿长度方向均匀性要求，大致确定L_g的范围。而由大致确定的L_g范围按式(5-30)～式(5-34)，可估计或用渐近法来计算组合电磁路的各有关参数。显然，设计组合电磁路从过程上说要比设计单独电磁路复杂得多。组合电磁路的设计目的，不仅仅限于满足

视在磁感应强度B_i，有时则要满足两线圈之间气隙的磁感应强度B_g。要满足后一目的的设计过程如下：

（一）设计过程

1．假定K_1、K_2

根据以上K值对磁路中磁场均匀区影响的讨论和对欲设计磁路的要求，可对K_2作出假定。在组合电磁路中每个(组)线圈的工作点坐标比K，一般应选最佳值，即$K_1=1$。

2．解三元联立方程组，求每个（组）线圈的长度L_{N1}；单位长度的安匝数nI和组合电磁路的理论磁化场H_2。

我们知道，磁路中磁通利用系数ε为（见第四章）

$$\varepsilon=\frac{\phi_g}{\phi_m}$$

式中 ϕ_m——磁路内磁体中性面提供的磁通，$\phi_m=B_mS_m$；

ϕ_g——磁路空气隙的工作磁通，$\phi_g=B_gS_g$；

S_m、S_g——磁路内磁体中性面面积和工作气隙的截面积。

于是有

$$B_gS_g=\varepsilon B_mS_m$$

当空心电磁路各线圈相互平行时，有$S_g=S_m$，所以上式变成为

$$B_g=\varepsilon B_m$$

也可以写成

$$B_g=\varepsilon B_{i2} \tag{5-35}$$

对于由空心线圈所构成的电磁路，由于它们没有磁轭、衔铁等附件，其视在磁感应强度B_i通常都在每个线圈的形状对称面附近，这样由空心线圈构成的电磁路就很象永磁磁路的戊型磁路一样了。正因如此，对于由圆形线圈构成的空心电磁路的磁通利用系数ε有如下计算式

$$\varepsilon=\frac{1}{QL_{g0}+1}$$

式中 L_{g0}——气隙长度修正系数，它为

$$L_{g0}=\frac{\frac{L_g}{2}\sqrt[3.2]{a_{ms}^2}L_u}{S_g}$$

式中 L_g——两线圈间的距离 (cm)；

S_g——线圈的平均横截面积 (cm^2)，其值为

$$S_g=\frac{\pi}{4}(D+e)^2;$$

L_u——单位长度 (cm)；

$a_{ms}(a_{Ns})$——线圈横截面平均等效边长的纯几何数学值，而 a_N为

$$a_{Ns}=\frac{\pi}{4}(D+e)$$

式中 D——线圈的内腔直径 (cm)；

e——线圈的厚度 (cm)。

而 e 为

$$e=\frac{4a^2nI}{\pi J}$$

式中 a——导线外皮直径和裸线直径之比例系数；

nI——线圈单位长度上的安匝数；

J——电流密度。

在只考虑纯数值运算的情况下有

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\frac{\frac{L_g}{2}\sqrt[3.2]{\left[\frac{\pi}{4}\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)\right]^2}}{\frac{\pi}{4}\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)^2}+1}$$

$$=\frac{1}{0.5474QL_g\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)^{-\frac{11}{8}}+1} \qquad (5\text{-}36)$$

把式（5-36）和式（5-33）代入式（5-35）可得

$$B_g=\varepsilon B_{i2}=\varepsilon\frac{H_2}{1+K_2}$$

$$B_g=\frac{H_2}{1+K_2}\cdot\frac{1}{0.5474QL_g\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)^{-\frac{11}{8}}+1}$$

为了计算H_2，由上式可得

$$H_2=B_g(1+K_2)\left[0.5474QL_g\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)^{-\frac{11}{8}}+1\right]$$

或者

$$H_2=(1+K_2)B_g\left[0.5474QL_g\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)^{-1.375}+1\right]$$

(5-37)

根据式（5-32），当欲设计的组合电磁路是由2个线圈构成的，即$m=2$，则组合电磁路的理论磁化场H_2又可写成如下形式，即把$m=2$代入式（5-32）得

$$H_2=0.4\pi I\frac{2L_Nn}{2L_N+L_g}=\frac{0.8\pi L_NnI}{2L_N+L_g}$$

于是有

$$nI=\frac{H_2(2L_N+L_g)}{0.8\pi L_N} \qquad (5\text{-}38)$$

由式（5-9）、式（5-10）和式（5-19）可得

$$\begin{aligned}L_N&=a_NA=\frac{\pi}{4}(D+e)A\\&=\frac{\pi}{4}A\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J}\right)\\&=A\left(\frac{\pi}{4}D+\frac{a^2nI}{J}\right)\end{aligned} \qquad (5\text{-}39)$$

由两个线圈组成的组合电磁路，根据电路的连接方法（并联或串联），应把额定电流密度（或电压）的$\frac{1}{2}$代入上式，求每个线圈的长度L_N。

式（5-37）、式（5-38）和式(5-39）是一组由两个圆形线圈构成的直流组合电磁路，求解nI,L_N和H_2的联立方程式。考虑到电流密度J的单位为（A/mm²），而通用单位为cm，所以上面的联立方程式应改写为

$$H_2=(1+K_2)B_g\left[0.5474QL_g\left(D+\frac{4a^2nI}{\pi J\times 10^2}\right)^{-1.375}+1\right] \tag{5-40 a}$$

$$nI=\frac{H_2(2L_N+L_g)}{0.8\pi L_N} \tag{5-40 b}$$

$$L_N=A\left(\frac{\pi D}{4}+\frac{a^2nI}{J\times 10^2}\right) \tag{5-40 c}$$

根据设计任务，在联立方程组（5-40）中，通常是已知气隙长度L_g，单独空心线圈的尺寸比例系数A，再根据线圈的工作条件来确定电流密度J，根据导线的大致直径决定导线的外皮直径与裸线直径之比例系数a，即可解此联立方程组，求出每个（组）线圈的长度L_N，单位长度的安匝数nI和组合电磁路的理论磁化场H_2。

3．计算线圈的厚度e

对于圆导线构成的圆形线圈，可将已求得的线圈单位长度上的安匝数nI和已确定的电流密度J及导线的外皮直径与裸线直径之比例系数a，直接代入下式求得线圈的厚度e

$$e=\frac{4a^2nI}{\pi J}\times 10^{-2}$$

由于$a_N=\frac{\pi}{4}(D+e)$，$A=\frac{L_N}{a_N}=\frac{L_N}{\frac{\pi}{4}(D+e)}$

所以
$$D+e=\frac{4L_N}{\pi A}$$
$$e=\frac{4L_N}{\pi A}-D$$

式中 L_N——线圈的长度；

A——线圈的尺寸比例系数，可由K求得；

D——线圈内腔的直径。

这样将已知的D和已求的L_N和A值代入上式也可以求出线圈的厚度e。

4．计算每个线圈的匝数N

将已知的线圈内腔尺寸，对圆形线圈是内腔直径D，对方形线圈是内腔长和宽，即a、b和已求的线圈厚度e代入下式，可求出线圈每匝的平均长度l_0

对于圆形线圈 $l_0=\pi(D+e)$

对于方形线圈 $l_0=2(a+b+e)$

根据电路原理，并注意$R=\rho\frac{l}{S}=\rho\frac{Nl_0}{S}$、$S=\frac{\pi}{4}d^2$，有

$$U=IR=I\frac{4\rho Nl_0}{\pi d^2}$$

因为 $J=\frac{I}{S}=\frac{4I}{\pi d^2}$

所以
$$U=J\rho Nl_0$$
$$N=\frac{U}{\rho Jl_0}$$

于是将电源电压U，电流密度J，导线的电阻系数ρ及线圈每匝的平均长度l_0等值代入上式，便可以求得每个线圈的匝

数 N。

5. 求线圈内的电流 I

将已求得的线圈单位长度上的安匝数 nI，线圈长度 L_N 和线圈匝数 N 代入下式可求出线圈内的电流 I

$$I=\frac{nIL_N}{N}$$

6. 求导线的直径 d

将已求出的线圈内的电流 I 和已确定的电流密度 J 代入下式便可以求出导线的直径，即

$$d=2\sqrt{\frac{I}{\pi J}}$$

7. 验算

在初步设计中，我们假定了一些条件，有些参数的选择和估计还是很粗略的。例如，选择的电流密度 J 是否能满足线圈的温升要求；又如所选取的导线外皮直径与裸线直径之比例系数 a 是否与计算的最后结果一致（后一点可根据 a，所求出的导线直径在线径表上查得带外皮的导线直径，再计算得 a 值），如果不符，应重新估计 J 和 a 值，进行第二次计算。

（一）实例

下面举二个组合电磁路的计算例子。

例 I 有一超导线圈是由两个单独空心线圈组成的。其有关的尺寸如图5-13所示，线圈的总匝数为 19000 匝，求当线圈中通以30A电流时，在 2 cm气隙中的磁感应强度 B_g。

解：由图可知，组合电磁路的总长度 L_m 为

$$L_m=2L_N+L_g=2\times3.8+2=9.6\text{cm}$$

线圈的等效边长 a_N 为

$$a_N=\frac{\pi}{4}(D+e)=\frac{\pi}{4}(3+4)=5.498\text{cm}$$

电磁路的磁路尺寸比例系数A为

$$A=\frac{L_m}{a_N}=\frac{9.6}{5.498}=1.746$$

磁路的工作点坐标比K为

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}=\frac{0.41}{1.746^{(1+0.05\times 1.746)}}=0.2237$$

当电流为30安时，磁路的理论磁化磁场H为

$$H=0.4\pi\frac{NI}{L_m}=0.4\pi\times\frac{19000\times 30}{9.6}$$

$$\approx 74613(\mathrm{Oe})\triangleq 5937.514\mathrm{kA/m}$$

在2 cm气隙（两单独线圈中间）间的磁感应强度B_g

$$B_g=\frac{H}{1+K}=\frac{74613}{1+0.2237}\approx 60973(\mathrm{Gs})\triangleq 6.0973\,\mathrm{T}$$

例Ⅱ 已知有一超导线圈是由两组、四个尺寸相同的单独空心线圈组成的，其布局如图5-14所示，有关的尺寸是：线圈的内腔直径$D=21$cm，线圈的厚度$e=14.75$cm，线圈的高度$L_N=7.5$cm，每一组中两个线圈的间距为0.7cm，两组线圈的间距为1.6cm，磁路总的安匝数为1.65×10^6，试求在1.6cm气隙中的磁感应强度B_g。

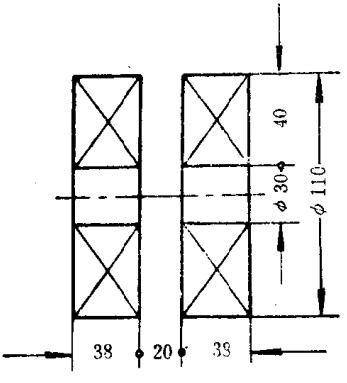


图5-13 超导组合线圈电磁路

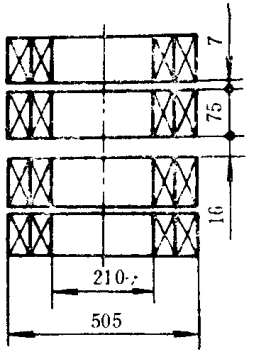


图5-14 组合线圈电磁路

解：对于这样的问题，实际上是求两组空心线圈的视在磁感应强度B_{mi}。由题可知，$L_g=1.6$cm（工作气隙长度）。

组合电磁路的总长度

$$L_m=4\times7.5+2\times0.7+1.6=33\text{cm}$$

线圈的平均等效边长

$$a_N=\frac{\pi}{4}(D+e)=\frac{\pi}{4}(21+14.75)$$

$$=28.1\text{cm}$$

组合电磁路的尺寸比例系数A

$$A=\frac{L_m}{a_N}=\frac{33}{28.1}=1.18$$

磁路工作点坐标比K

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}=\frac{0.41}{1.18^{(1+0.05\times1.18)}}\approx0.343$$

磁路的理论磁化场H

$$H=\frac{0.4\pi NI}{L_m}=\frac{0.4\pi\times1.65\times106}{33}$$

$$\approx62832(\text{Oe})\triangleq5000\text{kA/m}$$

求两组空心线圈的视在磁感应强度B_{mi}，有两种方法，其一是公式法，即

$$B_{mi}=\frac{H}{1+K}=\frac{62832}{1+0.343}=46785(\text{Gs})\triangleq4.6785\text{T}$$

其二是作图法，也可以在求出磁路的理论磁化场H之后，作空心线圈的等值退磁曲线（见图5-15）。然后在B'_iOH'坐标系上，作$O'K$工作负载线。由此工作负载线与退磁曲线的交点D作DB_{mi}直线，使其平行于$H'O'$轴，交$O'B'_i$轴于B_{mi}点，则B_{mi}值就是空心线圈的视在磁感应强度，也就是题目所要求的在1.6cm气隙中的磁感应强度B_g。

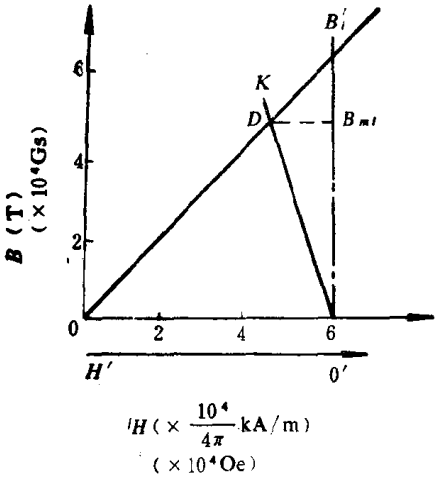


图6-15 作图法求空心线圈的视在磁感应强度

第三节 空心交流电磁路的设计与计算

前面所讨论的是在磁系统的激磁线圈中通以直流电，所以是直流电磁路。如果在磁系统的激磁线圈中通以交变电流，则在磁系统中将具有交变磁感，这样的磁系统称为交流电磁路。交流电磁路和直流电磁路在结构上有所不同；在设计与计算上也多少有所差别，而这些不同和差别都是由激磁电流的性质不同而引起的，所以我们从电流谈起。

一、交流电路的特点

在直流电路和磁路中，各个参数都不随时间而变化，也就是说，在直流电路与磁路中，电流、电势、电压、磁场、磁感应强度等等的大小和方面都始终保持恒定不变。在直流电路中，限制电流通过的只有线圈的电阻 R，所以根据电路欧姆定律，直流电路中的电流 I 的大小等于电源电压 U 除以线

圈的电阻 R。例如，我们用220 V的直流电接在10Ω的电阻 R 的线圈两端，依照欧姆定律就能很快地算出线圈中流过的电流。

$$I=\frac{U}{R}=\frac{220}{10}=22\text{ A}$$

用电流表实测也可以测得电流为22 A。

在交流电路中，限制电流通过的除了线圈的电阻之外，还有电抗。这表现为，将 220 V的交流电接在电阻为 10Ω 的线圈两端，用电流表测量电流，将测不到22 A的电流值，而实测的电流值一定比22 A小。电抗通常包括两个部分：感抗和容抗。所谓感抗是指线圈因电磁感应而产生的。所谓容抗是指静电感应而产生的。在交流线圈中，容抗实际上很小，一般可以忽略不计，所以常常把感抗作为电抗来看待。在交流电路中，通常电抗比电阻大得多，所以具有相同电阻值的线圈在相同电压值的情况下，交流线圈上的电流值要比直流线圈上的电流值小得多。

由于交流线圈中存在有电感，所以在交流电路中，除了考虑线圈的电阻压降U_R外，还要考虑线圈的电感压降U_L。交流电路的电压、电流之大小和方向是随着时间不断变化的，见图5-16。通常交流电变化的时间是十分短促的，如市电变化一周是1/50 s。交流电的大小常用热效应相等的直流电，通常称为交流有效值来表示其大小。所谓交流有效值，就是用两个相同数值的纯电阻分别通入交流电和直流电，如果它们所产生的热量相等，则就称这个直流电的大小为该交流电的有效值。目前应用的交流电大多是正弦波，于是有效值与最大值有如下关系：

$$\text{最大值}=\sqrt{2}\text{ 有效值} \qquad (5\text{-}41)$$

对于电流有

$$I_{最大}\approx 1.414 I_{有效},\quad I_{有效}=0.707 I_{最大}$$

对于电压有

$$U_{最大}=1.414 U_{有效},\quad U_{有效}=0.707 U_{最大}$$

一般电流表、电压表（交流的）所测得的数值都是有效值，所以通常表示交流电压，交流电流时，在U，I下角都不标"有效"。

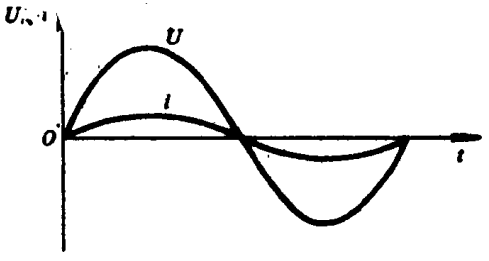


图5-16　交流电压、电流随时间的变化

二、交流电磁路的特点

如前所述，在磁系统的激磁线圈中；当通以交流电时，则该磁系统就称为交流电磁路。

交流电磁路具有以下几个特点：

1．交流线圈的磁势、磁通、磁感应强度和磁场强度都是随时间而不变化的。在计算中一般不用它们的瞬时值表示，而是磁通和磁感应强度用最大值表示，分别记为ϕ_m、B_m；磁势和磁场的强度用有效值表示，其符号为IN和H。

2．交流线圈中电流的大小，决定于线圈中的电阻和电抗，而且主要是决定于线圈的电抗。线圈的电抗又和磁路的磁阻大小有关。

3．在交变磁通的作用下，磁导体有涡流和磁滞损耗(总

称为铁损）存在。铁损的存在不仅使线圈的激磁电流增加，而且使磁路中磁势与磁通有相位差，沿磁导体各段的磁通也不相同。因此，交流电磁路的计算比直流电磁路要复杂得多。

4．交流线圈中的磁链（磁通和匝数的乘积称为磁链），决定于线圈两端的电压值。外加电压越高，磁链也越大（当然磁通也越大）。可见，交流电磁路中，是由外加电压来控制磁通的。

对于空心交流电磁路，由于感应磁通在线圈内不存在集肤效应，而仅存在着磁力线之间的相互排斥作用和交流情况下的自感和排斥作用。所以，在交流情况下，磁力线的疏密分布变得复杂化了。这种变化表现于，在交流情况下线圈两端的供电电压一定时，线圈中的电流增大了；而线圈中的电流一定时，线圈中的视在磁感应强度被削弱。被削弱以后的交流电磁路中的视在磁感应强度通常用 B_i' 来表示。而与理论磁化场直接有关的视在磁感应强度用 B_i 表示 $\left(B_i=\dfrac{H}{1+K}\right)$。

在交流电磁路中，要把 B_i 化成“真正”的视在磁感应强度 B_i' 还有一个过程，但可用经验公式将 B_i 化成 B_i' 或将 B_i' 化成 B_i。例如，当交变频率为50Hz时，B_i 与 B_i' 有如下的转换关系：

$$B_i=0.05\%B_i'^2+B_i'$$

或者

$$B_i'=\frac{-1+\sqrt{1+0.002B_i}}{0.001} \qquad (5\text{-}42)$$

三、空心交流电磁路的设计与计算步骤

空心交流电磁路的设计任务是：在给定电压的情况下，确定线圈的安匝数 nI，线圈的长度 L_N，线圈的匝数 N、电流 I 和导线的直径 d 等等。通常在设计空心交流电磁路时，线

圈所要产生的磁场H（或线圈的视在磁感应强度B_i'）和线圈的内腔直径D也是已知的，因为这是设计的要求。

空心交流电磁路的设计过程如下：

（一）假定工作点坐标比K

通常把空心交流电磁路工作点坐标比K值取为1，即$K=1$（对于退磁线圈）是恰当的。

（二）计算线圈单位长度的安匝数nI

因为$H=0.4\pi nI$，而$H=B_i(1+K)$，所以有

$$nI=\frac{B_i(1+K)}{0.4\pi} \tag{5-43}$$

将式（5-42）代入式（5-43）可得

$$nI=\frac{(0.05\%B_i'^2+B_i')(1+K)}{0.4\pi} \tag{5-44}$$

将已知的B_i'值和假设的K值代入式（5-44），即可求出线圈单位长度的安匝数nI。

（三）求线圈的厚度e和线圈的长度L_N

首先根据交流电磁路的工作条件和温升容许范围，大致地估计电流密度J和导线外皮直径与裸线直径之比例系数a。然后把估计的J、a值和已求的线圈单位长度的安匝数nI代入下式，可求出线圈的厚度e

$$e=\frac{4a^2nI}{\pi J\times 10^2} \tag{5-19}$$

由假设的磁路工作点坐标比K值，在图4-60的K-A关系曲线上，可查出磁路尺寸比例系数A。将已求出的A值，e值和已知的线圈内腔直径D值代入下式，即可得线圈的长度L_N

$$L_N=\frac{\pi}{4}A(D+e) \tag{5-45}$$

（四）求线圈的总匝数N

在空心交流电磁路中，交流线圈存在有电阻和电感，通电的交流线圈可以看作是电阻R和电感L串联的电路。在这样的交流电路中，电阻电压U_R和电感电压U_L的相位是不同的。电阻电压$U_R=IR$与电流有效值向量I同相位，$U_L=IX_L$（X_L为线圈的感抗）比电流有效值向量I超前90°，而电源电压U的相位界于U_R和U_L之间，所以不能用U_R和U_L的有效值进行简单的加减。实际上U、U_R和U_L三个向量可以用一个直角三角形的三条边来表示，如图5-17所示。并根据勾股定理可写成如下形式

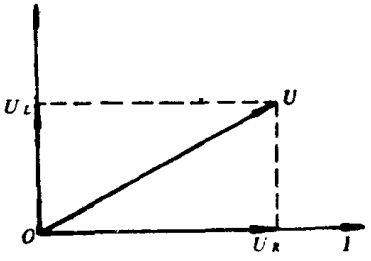


图5-17　交流电压的向量

$$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2} \tag{5-46}$$

因为　$I=\dfrac{\pi}{4}d^2J$，　$R=\dfrac{4\rho Nl_0}{\pi d^2}$，所以有

$$U_R=IR=\rho Jl_0N \tag{5-47}$$

式中　ρ——导线的电阻系数；

J——电流密度；

l_0——每匝线圈的平均长度；

N——线圈的总匝数。

假定交流线圈中的磁通ϕ_m是按正弦波形变化的，而且变化的频率为f(Hz)，那么根据法拉第电磁感应定律，在N匝线圈中，感应电压的大小可以有如下的形式

$$U_L=2\pi f\phi_mN\times10^{-8} \tag{5-48}$$

式中 ϕ_m——线圈的磁通量，它又可以写成如下形式

$$\phi_m = S_N B_i'$$

所以

$$U_L = 2\pi f S_N B_i' N \times 10^{-8} \tag{5-49}$$

式中 S_N——线圈的截面积；

B_i'——线圈的视在磁感。

（五）求 N

将式（5-47）和式（5-49）代入式（5-46）可得

$$U = N\sqrt{(\rho J l_0)^2 + (2\pi f S_N B_i' \times 10^{-8})^2}$$

于是有

$$N = \frac{U}{\sqrt{(\rho J l_0)^2 + (2\pi f S_N B_i' \times 10^{-8})^2}} \tag{5-50}$$

考虑到实际可能存在的误差，通常把空心电磁路中的视在磁感应强度B_i'乘上一个系数，即0.9，于是上式变为

$$N = \frac{U}{\sqrt{(\rho J l_0)^2 + (2\pi f S_N \times 0.9 B_i' \times 10^{-8})^2}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{(\rho J l_0)^2 + (1.8\pi f S_N B_i' \times 10^{-8})^2}} \tag{5-51}$$

（六）计算工作电流 I

将已求出的线圈总匝数 N，线圈长度 L_N 及线圈单位长度上的安匝数 nI 代入下式，即可求出线圈的工作电流。

$$I = \frac{nIL_N}{N}$$

（七）计算导线的直径 d

将大致估计的电流密度 J 和已求出的工作电流 I 值代入

下式，即可求出导线的直径

$$d = 2\sqrt{\frac{I}{\pi J}}$$

（八）验算

根据算出的导线直径 d，查对导线线径表，检查在大致估计中，所设的导线外皮直径与裸线直径之比例系数 α 是否一致，设计出的线圈工作点坐标比 K 值与假设值是否一致，以及检查线圈的温升等是否符合要求。如果不符，则要重新假设 K 值、估计 α、J 值等，并按以上步骤重新计算。

第四节　空心电磁路的其他设计方法

如前所述，空心电磁路实质上就是一个磁化线圈。当给它通以激磁电流时，系统就能建立一定大小和分布的磁场。所以空心电磁路有时也叫做电磁线圈或磁场线圈。在以上几节内，我们通过等值退磁曲线法，设计空心电磁路的讨论，已经交待了设计中应该考虑的许多问题和注意事项，但空心电磁路的设计不仅仅只有等值退磁曲线法，所以在这一节里，我们再简单地介绍两种工程中实用的方法。这些方法的基础仍然是电流产生的磁场（见第一章）和磁路定律（见第二章）。为了避免重复，我们直接介绍设计程序，而只是在有关部分作些补充交代。

一、磁场线圈的设计

通常在工程实用上，对磁场线圈是有一定要求的，例如线圈中心的磁感应强度 B、磁场均匀区的范围、线圈长度 L、线圈内径 D_i 以及线圈工作制等等。

针对上述的要求，线圈的设计程序就是分析和计算，分析的目的就是为了在计算中保证完成上述的任务。下面介绍

的是大致的设计步骤。

1．根据线圈的工作制、温升要求及冷却方式选取电流密度 J。

2．根据电源设备选取激磁电流 I。

3．根据所选定的 I 和 J 计算导线裸线直径，即

$$d=\sqrt{\frac{4I}{\pi J}}=1.13\sqrt{\frac{I}{J}}$$

4．由求出的裸线直径 d 于线规表上查得带皮导线的线径 d_j。

5．求单位长度上的匝数 n_1 和单位高度上的层数 n_2，即

$$n_1=\frac{10}{k_\eta d_j}$$

$$n_2=\frac{10}{k_\beta d_j}$$

式中 k_η、k_β——线圈的排绕系数和叠绕系数，它们的数值随导线直径不同而变，见表5-4。

表 5-4 导线直径不同时的 k_η 和 k_β 值

导线直径 (mm)	排绕系数 k_η	叠绕系数 k_β
<0.5	1.1	1.15
0.51～1.08	1.05	1.15
1.2～2.44	1.05	1.20

6．线圈内半径为

$$R_1=R_i+\frac{e_1}{2}+e_2+e_3$$

式中 $R_i=\frac{1}{2}D_i$，D_i 为要求的内径；

e_1——调节中心位置的缝隙；

e_2——线圈骨架厚度；

e_3——线圈与骨架间所需留的绝缘材料厚度。

7．估算线圈厚度和总匝数

线圈的厚度

$$e=R_2-R_1=\frac{B_0}{\mu_0\times 4\pi n_1 n_2 I}$$

线圈的总匝数

$$N=\frac{B_0}{4\pi I\mu_0}L$$

式中 B_0——所求线圈中心的磁感应强度；

L——线圈的长度；

μ_0——空气磁导率。

8．计算线圈的外半径R_2及最大外半径R_{2m}

$$R_2=R_1+e$$

$$R_{2m}=R_1+e+e_j(N_2-1)$$

式中 e_j——每层所垫绝缘材料的厚度；

$N_2=n_2e$——线圈的层数。

9．利用下式来核算线圈轴向磁场的分布，如不满足，则需加大R_2再算，直至满足为止。注意，此时线圈的层数N_2和总匝数N都要发生变化。

$$B_X=2\pi n_1 n_2\mu_0 I\left\{(X+l)\ln\frac{R_2+[R_2^2+(X+l)^2]^{\frac{1}{2}}}{R_1+[R_1^2+(X+l)^2]^{\frac{1}{2}}}\right.$$

$$\left.+(l-X)\ln\frac{R_2+[R_2^2+(l-X)^2]^{\frac{1}{2}}}{R_1+[R_1^2+(l-X)^2]^{\frac{1}{2}}}\right\}$$

式中 l——线圈长度的一半，$l=\frac{L}{2}$；

X——磁感应强度B_x的点在线圈轴线上与中心点的距离。

10. 按线圈的结构及冷却形式计算温升。

11. 由线圈温升可知线圈的工作状态，然后由表 5-2 查出工作温度时，导体材料的电阻率ρ_T，而后按下式计算线圈的总电阻 R

$$R=\rho_T\pi(R_1+R_{2m})N/S_d$$

式中 S_d——导线的有效截面积，$S_d=\frac{\pi}{4}d^2$；

d——裸线直径。

12. 求线圈工作状态时所需的电压和所消耗的功率，即

$$U_m=IR$$

$$P_{me}=I^2R$$

由已求出的U_m和P_{me}值来考察电源设备，若原设备不满足要求，或改用设备或自行设计。

13. 求整个线圈的重量G

线圈的重量应包括导线重量G_{Cu}、骨架重量G_1、绝缘材料的重量G_2等等。

二、直流线圈的简捷计算法

在前面的讨论中，我们看到在空心电磁路中，各种参数之间有着一定的相互关系。例如，线圈的工作电压为U、磁势为NI、导线的有效截面积为S_d、导线的直径（裸线）为d、线圈的匝数为N、导线的电阻率为ρ、线圈的电阻为R、线圈的平均直径为D_{cp}，则它们之间有如下一些关系：

$$U=IR=\frac{NI}{N}\rho\frac{\pi D_{cp}}{S_d}N$$

而

$$S_d=\frac{\pi}{4}d^2$$

于是有 $$d=\sqrt{\frac{4\rho D_{cp}NI}{U}}$$

$$D_{cp}=D_1+e$$

式中 D_1——线圈的内径；

e——线圈的厚度，$e=\sqrt[3]{\frac{\rho(NI)^2}{20\alpha_s\lambda_k\theta(L/e)^2}}$；

式中 L——线圈的长度；

λ_k——线圈的填充系数；

α_s——线圈的散热系数。

对于某些常用的电磁线圈，这些参数的变化范围通常不大，这样就可根据各参数之间的关系及工厂的经验数据，做成可供计算用的诺模图。诺模图是由几条平行的对数坐标构成，利用作图的方法可以很快地选择线圈尺寸，并确定线圈参数如匝数、线径、电阻等等。

图5-18是考虑了线圈长期发热后，稳定温升为+70℃及其参数之间的关系并假定了电源电压为额定值的105%的诺模图，而用它设计线圈不但可大大地节省时间，而且还能保证足够的准确度。

下面介绍利用线圈诺模图来设计和计算线圈的程序。

线圈的计算一般可分为如下几类：

(一) 确定线圈尺寸及有关数据

已知直流线圈的下列数据：安匝数NI、线圈工作电压U、线圈的高度（或长度）和厚度之比值$\frac{L}{e}$，要求确定线圈的尺寸及线圈的数据。这类计算可按下列步骤进行：

1. 确定线圈的厚度e、高度L及线圈窗口面积eL

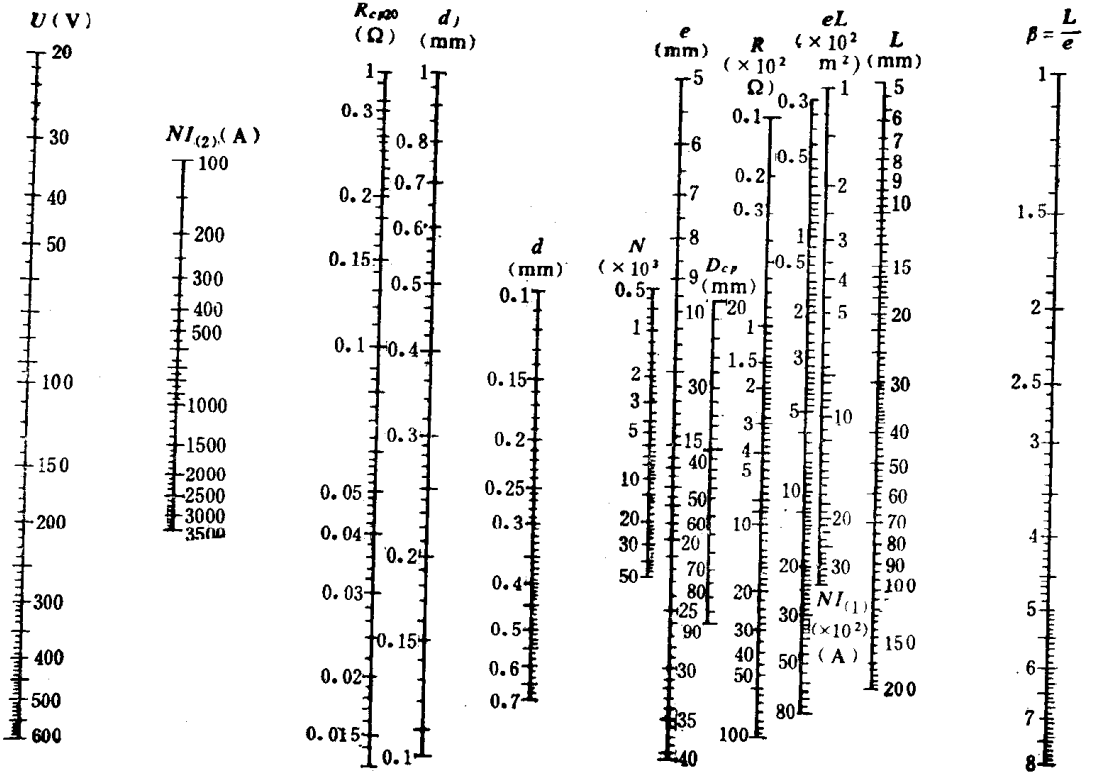


图5-18　设计线圈用的诺模图

计算时首先在诺模图的$NI_{(1)}$及$\frac{L}{e}$—坐标线上找出已知的安匝数NI及线圈的高度和厚度比值$\frac{L}{e}$，连接已找出的两点并把直线延长，使之与e、L、eL坐标线相交，则这些相交的点的数值即为所求线圈厚度e，线圈长度L和线圈窗口的面积eL。

2．求20℃时平均匝长的电阻值R_{cp20}

在诺模图的$NI_{(2)}$及U坐标上找出已知的线圈安匝数NI和工作电压U点，连接这两点并把直线延长使之与R_{cp20}坐标线相交，则交点数值即为所求的在20℃时平均匝长的电阻值R_{cp20}。

3．求裸导线直径d

根据线圈的结构（内腔、骨架等）确定线圈的内径D_1，则线圈的平均直径D_{cp}为

$$D_{cp}=D_1+e$$

在D_{cp}坐标上找出已求出的线圈平均直径D_{cp}点，而后把已找到的D_{cp}点和（2）中已求出的R_{cp20}点连接，此连线与坐标线d的交点即为所求的裸导线的直径d。

4．确定线圈匝数N

根据已求出的裸导线直径d，查线规表可得带皮导线的直径d_j，然后在d_j坐标线上找到这个数值相应的点，并把此点和已求出的eL点相连，则连线与N坐标线的交点即为所求的线圈匝数N。

5．求线圈的总电阻R

连接已求出的20℃时，平均匝长的电阻值R_{cp20}点和线圈匝数N点，并延长之，则延长线与R坐标线的交点即为所求的线圈总电阻R。

（二）求线圈温升为70℃时的数据

已知线圈的尺寸及电源电压，求线圈温升为70℃时线圈的数据。这类计算可按下列步骤进行：

1．求线圈的安匝数NI

在线圈诺模图的e、$\frac{L}{e}$坐标线上找到已知线圈的厚度e及线圈的高度和厚度比值$\frac{L}{e}$点，连接已找到的这两个点，其连线与$NI_{(1)}$坐标线的交点即为所求的线圈安匝数NI。

2．求线圈在20℃时平均匝长的电阻值R_{cp20}

在$NI_{(2)}$和U坐标线上分别找到已求出的线圈安匝数NI和电源电压U点，连接这两点并延长之，则延长线与R_{cp20}坐标线的交点即为线圈在20℃时平均匝长的电阻值R_{cp20}。

3．求裸导线的直径d

由线圈内径D_1和厚度e，先求出线圈的平均直径D_{cp}（$D_{cp}=D_1+e$）。

在诺模图的D_{cp}坐标线上找到线圈平均直径D_{cp}点，然后把此点与前面已求出的R_{cp20}点连成直线，此直线与d坐标线的交点即为所求的裸导线直径d。

4．求线圈的匝数N

按已求出的裸导线直径d值，查线规表可得带皮导线的直径d_j，而后在d_j坐标线上找到相应的点，同样根据已知的线圈窗口面积eL，在eL坐标线上找到相应的点，然后把已找到的两个点连成直线，则直线与N坐标线的交点即为所求的线圈匝数N。

5．求线圈的总电阻R

把已求出的线圈匝数N和在20℃时，平均匝长的电阻值R_{cp20}点连成直线并延长，则延长线与R坐标线的交点即为线

圈的总电阻 R。

（三）求线圈的匝数及电阻

已知线圈的尺寸及选定了任意标号直径的导线，求线圈的匝数及电阻。这类计算步骤如下：

1．求线圈的匝数 N

在诺模图的 d_j 及 eL 坐标线上分别找到已知的带皮导线直径 d_j 和线圈窗口面积 eL 相应的点，连接这两点，两点的连线与 N 坐标线的交点即为所求线圈的匝数 N。

2．确定线圈在20℃时平均匝长的电阻值 R_{cp20}

依带皮导线的直径 d_j 值，在线规表中先查出相应的裸导线直径 d，接着在诺模图的 d 坐标线上找到相应的点。根据线圈的内径 D_1 及厚度 e，求出线圈的平均直径 D_{cp}；并且在 D_{cp} 坐标线上找到相应的点。连接以上找到的两点并延长，则延长线与 R_{cp20} 坐标线的交点即为所求的线圈，在20℃时平均匝长的电阻值 R_{cp20}。

3．求线圈的总电阻 R

连接已求出的 R_{cp20} 和 N 两点并延长之，延长线与 R 坐标线的交点即为所求的线圈总电阻值 R。

当然，线圈的诺模图还有其他的用处，例如利用它来作线圈的换算也是很方便的，这里就不一一介绍了。

第六章　带铁心电磁路的设计与计算

第一节　磁路类型及磁路关系式

带铁心的电磁路含有激磁线圈和铁心，其结构形式比，永磁磁路和空心电磁路复杂。由于激磁电源的不同，可分为直流电磁路和交流电磁路，其部件称为直流电磁铁和交流电磁铁。

一、带铁心电磁路的类型

带铁心的电磁路和永磁磁路一样可分为许多类型。为了分析和计算方便起见，把各种有气隙的电磁路分成甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛，丙-甲等九个类型，见图6-1。除此之外，对无气隙的电磁路结构在后边分析。

各种有气隙的电磁路的特征如下：

甲型磁路：

甲型磁路中只有一个线圈和铁心，而铁心的两端均有磁轭。这样使磁力线在铁心中充分地向两边延伸，从而减少了磁路的自退磁效应。这种磁路在磁中性面处可得到较高的视在磁感应强度B_m，但是这种磁路在空间散失的磁通较多，所以磁通利用系数ε较小。

乙型磁路：

乙型电磁路的磁化线圈有左右两组，铁心的长度$L_{铁}$应等于左、右铁心插入磁化线圈长度的和。一般说来，乙型磁路的铁重和铜重之比较小、磁路的视在工作气隙的磁感较低、磁路铁心呈坐式，所以具有便于安放的特点。

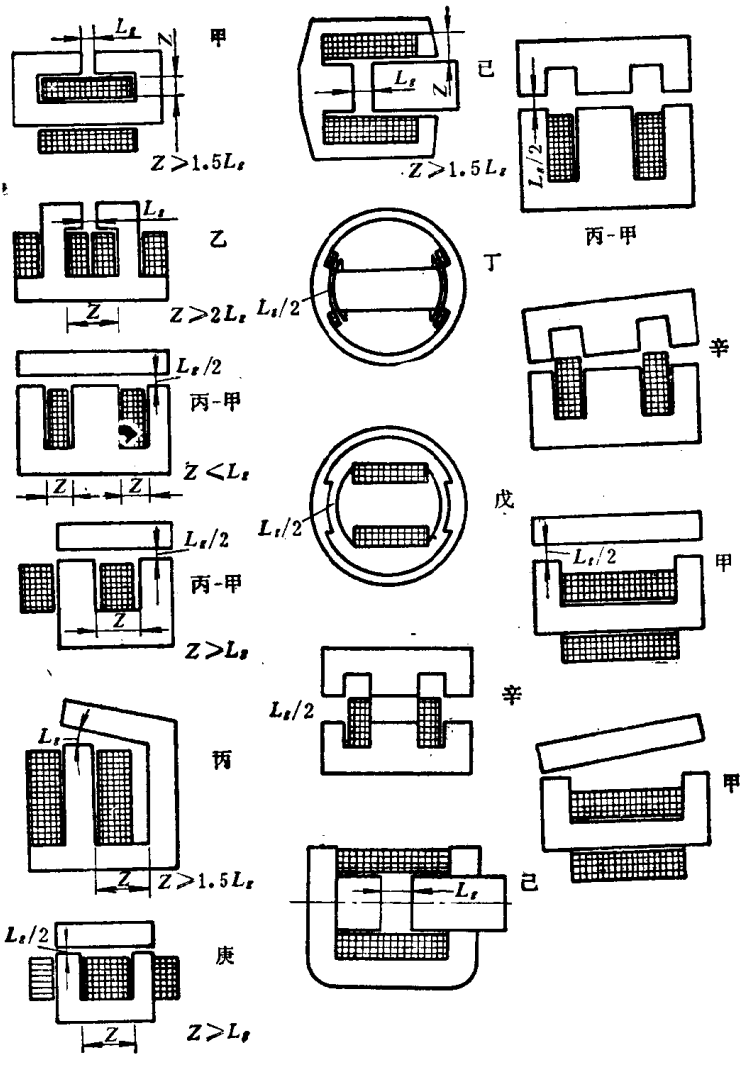

甲
L_g
Z
$Z>1.5L_g$
乙
$Z>2L_g$
丙-甲
$Z<L_g$
丙-甲
$Z>L_g$
丙
$Z>1.5L_g$
庚
$Z>L_g$
己
$Z>1.5L_g$
丁
$L_g/2$
戊
$L_g/2$
辛
$L_g/2$
己
L_g
丙-甲
$L_g/2$
辛
甲
$L_g/2$
甲

图6-1　磁路类型

丙型磁路：

丙型磁路具有甲型磁路的特点，即磁路中铁重与铜重之比较大，视在磁感较高；丙型磁路的工作气隙处于铁心的一端，使部分漏磁通被利用。丙型磁路的衔铁多为转动式的。

丙-甲型磁路：

丙-甲型磁路的结构形式有多种。磁路的磁通利用系数的计算同甲型磁路，磁路尺寸比例系数计算同丙型磁路，所以将它们称作丙-甲型磁路。丙-甲型磁路的气隙平均磁感在行程相同时，次于内型磁路；但是把它作为接触之类的电磁吸力机构使用，则具有手动的特点，其吸力面为气隙面积的二倍。使得丙-甲型磁路的总吸力通常大于丙型磁路的吸力，该型磁路的工作气隙长度为行程的两倍，因而限制了该磁路的行程，即行程不宜太大。

丁型磁路：

丁型磁路是组成长宽比稍大于 1 的磁路，则其视在工作点很低；不过在视在工作点相同的情况下，与戊型磁路比较，丁型磁路能够在较长的工作气隙中获得较高的气隙磁感应强度B_δ；所以丁型磁路尽管在具有相同视在磁感应强度B_m时，铜重或铜重和铁重都大，但仍有其使用的价值。

戊型磁路：

戊型磁路是组成长宽比稍大于 1 的磁路，其磁路的视在工作点很低。

己型磁路：

己型磁路比较容易获得较高的视在磁感B_m，磁通利用系数同丁型电磁路，所以己型磁路有可能具有较大的气隙磁感应强度B_δ。此外，己型磁路的空气隙在螺线管内（线圈内），这使得线圈的视在磁感应强度B_m和空气中由铁心产生的气隙

磁感应强度 B_g 相叠加，从而加强了气隙磁感应强度 $B_{g已}$，即使已型磁路的气隙磁感应强度由 B_g 增加到 $B_{g已}$，也就是说有如下关系，即

$$B_{g已}=B_g+H_g \tag{6-1}$$

式中 $B_{g已}$——已型磁路的气隙磁感；

B_g——由铁心产生的气隙磁感；

H_g——已型磁通中由单独空心线圈在磁路气隙中建立的视在磁场，其值为

$$H_g=\frac{H}{1+K} \tag{6-2}$$

式中 K——已型磁路中空心线圈的工作点坐标比；

H——理论磁化场，其值为

$$H=0.4\pi nI \tag{6-3}$$

或者

$$H=0.4\pi\frac{NI}{L_N} \tag{6-4}$$

式中 nI——线圈单位长度上的安匝数；

N——线圈的总匝数；

L_N——线圈的长度；

I——激磁电流；

NI——线圈的总安匝数。

庚型磁路：

庚型磁路的特点是有两组线圈和两个气隙，两气隙的磁感应强度均匀，合力的作用点在衔铁的中间。线圈的厚度大于或等于单个气隙长度。

辛型磁路：

辛型磁路的特点是既可以获得较高的视在磁感应强度 B_m，又可以得到较高的磁通利用系数，并且其吸合面积为铁

心截面的两倍；但是其气隙为行程的两倍，所以该磁路不宜用于大行程的机构中。

无气隙的电磁路多用于变压器。变压器的铁心是导磁的主磁路。变压器的磁路结构形式如图6-2所示。

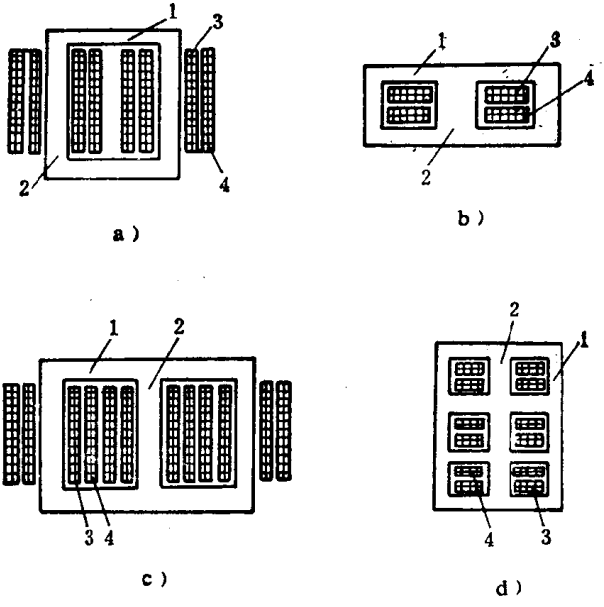


图6-2　变压器磁路结构形式

1—铁心　2—铁心柱　3—初级线圈　4—次级线圈

图6-2 a是单相心式结构，线圈套在铁心柱上、铁心柱采用圆柱或矩形柱，结构简单。b图是单相壳式结构，它具有分支磁路，两个分磁路铁心对线圈绕组好像是一个外壳，因此它的机械强度高，但制造复杂，使用磁性材料多。c图是三相心式结构，三个铁心柱上各套一相的初级和次级线圈。d图是三相壳式结构。不管是单相或三相的变压器铁心为了减少磁滞和涡流损耗，铁心用0.35～0.50mm厚的热轧硅钢片

叠成矩形或方形柱体，硅钢片上还需涂上绝缘漆。除了叠片方式外，还有一种渐开线形的铁心，它是把硅钢片卷成渐开线形状，然后叠成圆柱形构成铁柱。

二、磁路和磁场的关系式

在研究正式的计算方法之前我们简单地列出磁路和磁场的基本关系式。

不管研究直流电磁路，还是研究交流电磁路；不管是带铁心的电磁路，还是空心的电磁路；不管这些磁路处于稳定态，还是处于瞬时变化状态，都涉及到电磁场的基本定律和磁路定律。物理学家麦克斯韦建立了经典的电磁场理论，即

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{\mathrm{d}l} = \sum I + \frac{\mathrm{d}\phi_e}{\mathrm{d}t} \tag{6-5}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{\mathrm{d}l} = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} \tag{6-6}$$

$$\oint \vec{D} \cdot \vec{\mathrm{dS}} = \sum q \tag{6-7}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{\mathrm{dS}} = 0 \tag{6-8}$$

式（6-5）是关于变化电场与磁场之间的关系式，它表示在任何磁场中，磁场强度沿任意闭合曲线的线积分就等于通过该闭合曲线所包围面积的全电流。式（6-6）是关于变化磁场与电场之间的关系式，其意义是：在任何电场中，电场强度沿任意闭合曲线的线积分，就等于通过该闭合曲线所包围面积的磁通量随时间变化率的负值。式（6-7）是关于电场性质的公式，它表明在任何电场中，通过任意封闭曲面的电通量等于该封闭曲面内的自由电荷的代数和。式（6-8）是关于磁场性质的公式，它说明在任何磁场中，通过任意封

闭曲面的磁通量等于零。

我们将上边四个积分称为麦克斯韦方程。在研究交直流带铁心的磁路时，要用该定律和关系式，并均为上述方程式的特殊例子。

（一）电磁感应定律

电磁感应定律是式（6-6）的一个特例，可写成：

$$e=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=-N\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \tag{6-9}$$

式中 e——感应电动势；

ψ——磁链；

N——激磁线圈匝数；

ϕ——磁通量。

电磁感应定律的含义：回路中的感应电动势等于回路中磁通量随时间变化率的负值与激磁线圈匝数的积。

（二）电压平衡定律

电压平衡定律的表达式为

$$u=iR-e=iR+\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} \tag{6-10}$$

或

$$\vec{U}=\vec{I}R-\vec{E} \tag{6-11}$$

式中 $E=4.44fN\phi_m=4.44f\psi_m$；

u——电网电压；

i——激磁电流；

R——线圈电阻；

f——电网频率；

ψ_m——磁链的最大值。

（三）全电流定律

全电流定律是式（6-5）的特例，可写成：

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \sum iN \qquad (6\text{-}12)$$

式（6-12）表示磁场强度沿任意闭合回路的线积分，就等于与该闭合回路相链的安匝数的代数和。然而，磁场强度是一个向量，其方向未必处处皆同回路所取方向一致，即$\vec{H}$与$\vec{dl}$之间往往有一个夹角α存在。因此，在积分时，最好把它们化为标量来处理，即

$$\vec{H} \cdot \vec{dl} = H dl \cos\alpha \qquad (6\text{-}13)$$

若$\alpha = 0$，积分回路与磁场方向一致，$\cos\alpha = 1$，则

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \oint H\, dl = \sum iN \qquad (6\text{-}14)$$

若$\alpha = 90^\circ$，积分回路与磁场方向垂直，$\cos\alpha = 0$，$\oint H \cdot \vec{dl} = 0$。$\sum iN$表示闭合回路中安匝数的代数和。例如，图6-3中每一根导线的电流为i，共有9匝，总安匝为$9i$。闭合回路所包含的安匝数为$\sum iN = 3i$。

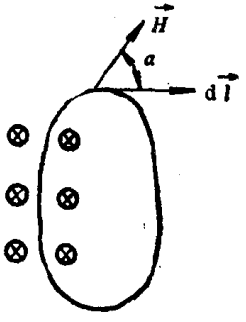


图6-3　全电流定律中的积分回路

以电磁铁作为带铁心电磁路的一种形式来分析，积分回路应该怎样选取呢？图6-4给出U型电磁铁的积分回路，1为线圈、2为铁心，3为衔铁、l_1为底部漏磁回路、l_2为经主气隙的回路。取l_1和l_2两个回路，取l_1是为了确定电磁铁底部漏磁场的磁场强度或漏磁通，而且能简捷地确定$\sum iN = 2i$。回路l_2取法可以随便一些，只要把全部安匝数都圈进去即可。l_2回路中总电流为$6i$。为了便于计算衔铁端面处的磁场强度和磁通，往往设法使一部分

回路的取向同衔铁端面处的磁通方向一致。

从理论上出发，全电流定律中的积分线路任意选取都可以得到理想的结果，但是在计算过程上并非简单。如果恰当地选取积分线路使磁力线方向与积分线路方向一致，可化矢量运算为标量运算，同样可以得到理想的结果。如前所述，磁路计算中常常是要求得激磁的安匝数，给定磁通 ϕ，或者是给定安匝数 IN，求磁通。

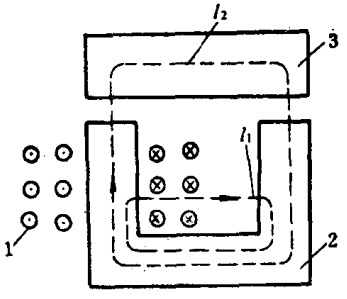


图6-4　U型电磁路积分回路取法

1—线圈　2—铁心　3—衔铁

l_1—底部漏磁回路　l_2—主磁路

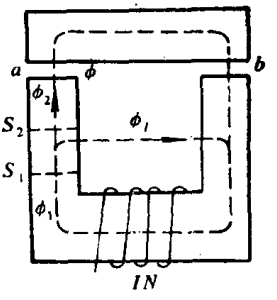


图6-5　U型电磁路

a、b—气隙　ϕ_1—通过 S_1面的磁通　ϕ_2—通过 S_2面的磁通　ϕ_σ—漏磁通

让我们看一下图 6-5 所示的例子，其中气隙 a 和 b 为工作气隙。工作气隙磁通 ϕ 又称为主磁通。由于有一部分磁通要穿越铁心柱间的介质（空气），由一铁心柱到另一铁心柱，并以 $\phi_{\sigma 1}\phi_{\sigma 2}\cdots\cdots$ 表示漏磁通，所以铁心各段上的磁通不相等，以 ϕ_1、$\phi_2\cdots\cdots$ 表示各段的磁通不相等。由于漏磁通的存在，例如第 i 段上的漏磁通为 $\phi_{\sigma i}$。铁心上的主磁通为 ϕ_1、$\phi_2\cdots$，有 $\phi_1>\phi_2>\cdots\cdots\phi_n$。在交变磁路的铁心上 μ 值很大，各段上的磁通之间还存在相位差 β。这样，问题变得复杂了，为了应用

式（6-12），先作假定一：在磁性材料构成的磁导体中，磁场强度和磁感应强度线都与磁导体中的平均磁感应强度线平行。这样可用平均磁感应强度线作代表进行计算。第二个假定是：在与平均磁感应强度线垂直的任何面内，磁通分布是均匀的。很显然，对直流磁路而言，这个假定是正确的。但就交流而论，由于趋肤效应等缘故，这个假定带来一定的误差。一般情况下，此项误差仍在容许范围内。故这个假定能够应用于实际。

一般情况下，积分线路总有一部分穿过铁心，使$\cos\alpha=1$，而另一部分是空气隙，这样可将闭合路径分成两段，而简化成：

$$\oint_L Hdl=\int_m Hdl+\int_\delta Hdl \qquad (6\text{-}15)$$

m、δ分别为磁导体路径和空气隙路径。考虑到磁导体中各段上的磁压降不一定全部相等，所以把磁导体分为若干段，并令第i段上的磁通，长度和截面积为ϕ_i、l_i、$S_i(H_i)$，于是便得到

$$\int_m Hdl=\sum_1^n H_i l_i \qquad (6\text{-}16)$$

一般说来，n越大，分段越多，计算结果越正确。

第i段上的磁场强度可写成$H_i=\frac{B_i}{\mu_i}=\frac{\phi_i}{\mu_i S_i}$，各段上$\mu_i$不同是因为$B_i$不同之故，$B$与$H$是非线性的，因而有

$$\int_m Hdl=\sum_1^n \frac{\phi_i}{\mu_i S_i} \text{或} \int_m Hdl=\sum_1^n \phi_i R_{mi} \qquad (6\text{-}17)$$

式中磁阻$R_{mi}=\frac{l_i}{\mu_i S_i}$。在无漏磁情况下，$\phi_1=\phi_2=\cdots\phi_n=\phi$，即有

$$\int_m Hdl=\phi(R_{m_1}+R_{m_2}+\cdots+R_{m_n})=\phi R_m \qquad (6-18)$$

$R_m=\sum R_{mi}$，$G_m=\sum G_{mi}$。

令磁位差$F_{mi}=H_il_i$，则任一段的磁路欧姆定律存在，即

$$\phi_i=\frac{F_{mi}}{R_{mi}} \qquad (6-19)$$

这是磁导体内的磁位差部分，至于空气隙中的磁位差，可以类似地写成

$$\oint_\delta Hdl=\phi_\delta R_\delta \qquad (6-20)$$

式中 ϕ_δ——空气隙中的磁通；

R_δ——空气隙中的磁阻。

这样全电流又可写成

$$\sum\phi_iR_{mi}+\phi_\delta R_\delta=iN \qquad (6-21)$$

该式的意思是，磁路中各段磁压降之和（磁导体内的各段以及空气隙磁压降之和）等于总磁势。

以上是按全电流定律推导出来的磁势方程。

第二节 利用磁势方程计算电磁路

上一节谈到U形电磁铁的主磁通和漏磁通的简单划分方法和磁势方程。下面我们还是以U形电磁铁为例，说明磁路的计算。

图 6-6 为有集中绕组的U形磁路。铁心由非线性磁阻的软磁材料构成，则在各段磁路上的漏磁通值不相同。这样使得计算复杂起来，我们必须把磁路分成若干段，分段进行计算。

分段的原则是：把相同材料和相同截面的归为一段，并且使两对面互相对称。这样计算磁导才为方便。分段的段数愈多，计算的结果愈能接近实际情况。我们把磁路的左右部

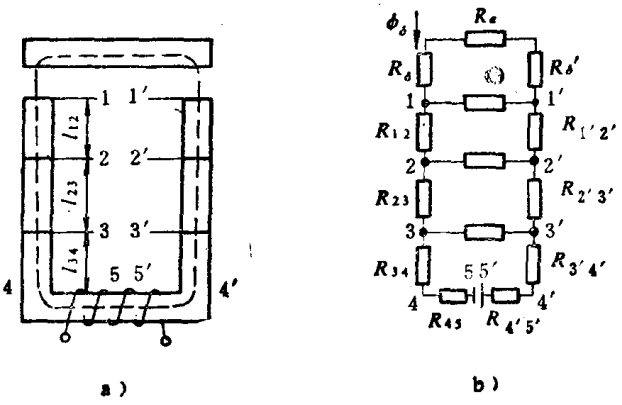


图6-6　U型电磁路含集中激磁绕组的分段

分，各分成三段如图6-6 a 所示，然后把磁路参照电路形式，画出等效磁路，如 图 6-6 b所示，线圈产生的磁势以电势来代表，每一段的磁阻以一电阻来代表，而每两段的交界处以集中的磁导来代替漏磁导。组成等值磁路以后，便可参照电路的形式来进行计算。我们把磁路分成二种情况，一种是已知气隙磁通ϕ_δ求磁势IN，另一种是已知磁势IN求气隙磁通ϕ_δ。

一、已知气隙磁通求磁势

让我们先讨论第一种情况。计算从11′段开始逐步推至55′段。最后求出IN。

11′间的磁势为

$$F_{11'}=\phi_\delta(R_a+2R\delta) \qquad (6\text{-}22)$$

式中　ϕ_δ是已知的，而磁阻R_a和R_δ都可求得，也作为已知的，代入式（6-22）可求得$F_{11'}$。至于漏磁通$\phi_{\delta 1}$可写成

$$\phi_{\sigma 1}=F_{11'}gl_{12}$$

又

$$\phi_{12}=\phi_\delta+\phi_{\delta 1}$$

由磁路定律可得，22′之间的磁势$F_{22'}$为

$$F_{22'}=\phi_{12}(R_{12}+R_{1\ 2'})+F_{11'} \tag{6-23}$$

$$\phi_{\sigma 2}=F_{22'}gl_{23}$$

$$\phi_{23}=\phi_{12}+\phi_{\sigma 2}$$

同样可得

$$F_{33'}=\phi_{23}(R_{23}+R_{2'3'})+F_{22'} \tag{6-24}$$

$$\phi_{\sigma 3}=F_{33'}gl_{34}$$

$$\phi_{34}=\phi_{23}+\phi_{\sigma 3}$$

整个系统的总磁势为

$$IN=\phi_{34}(R_{34}+R_{45}+R_{4'5'}+R_{3'4'})+F_{33'} \tag{6-25}$$

第二种情况是已知总磁势IN，求工作气隙中的磁通ϕ_δ，这里采用间接的计算。根据已有的经验，假定一个ϕ_δ的数值，第一次选的ϕ_δ按$\phi_\delta=ING_\delta$而定。随后选取不同的ϕ_δ逐次计算，直至计算IN值与已知的IN值吻合为止。我们把多次计算的ϕ_δ和IN做成关系曲线（见图6-7），然后在曲线上找到符合条件的ϕ_δ值。这样的计算需要很大的工作量。计算的次数愈多，曲线做得愈准，求得ϕ_δ值愈可靠。

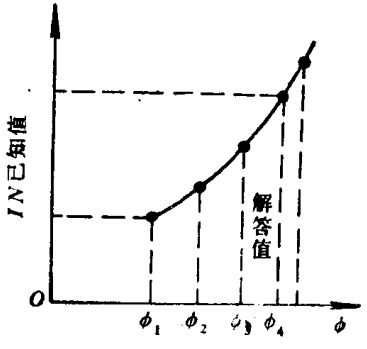


图6-7　由IN求ϕ的解

下面让我们分析一下多个绕组激磁的情况，以U型电磁铁，每个铁心柱上均有绕组的磁路，如图6-8所示。绕组分作由几个小段绕组组成（见图6-8 a），在绘制它的等效磁路（见图6-8 b）时，把每一小段绕组看成一个磁势，即电路图中的电势。在计算这种磁路时，不管是由磁势求磁通还是由磁通求磁势，其计算

结果只能间接得到。如由 $F_{11'}$ 推算至 $F_{22'}$ 时，有

$$F_{22'}=H_{12}l_{12}+H_{1'2'}l_{1'2'}+F_{11'}-\frac{IN}{l}l_{12} \qquad (6\text{-}26)$$

在式（6-26）中，必须已知 ϕ_δ，才能得到 $F_{11'}$，若求 $\frac{IN}{l}l_{12}$，则必须知道 IN、此时同时出现两个未知数，因此进行哪一计算过程，必须同时对 IN 或 ϕ_δ 给以假定值。

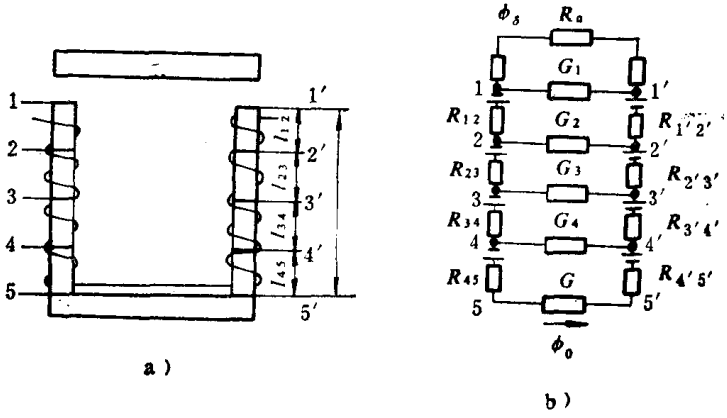


图6-8　U型电磁路含多个激磁绕组的分段

若已知 ϕ_δ（或者 IN）均可按 $\phi_\delta=ING_\delta$ 的条件，假定一个 IN（或者 ϕ_δ）值。假定 ϕ_δ 值时可取得稍小一些。这样就按一个已知值和一个假定值来进行分段计算，从 $F_{11'}$ 和 ϕ_δ 一直推算到 $F_{55'}$ 和 ϕ_0。

假设计算出来的55′之间的磁势 $F_{55'}=\phi_0 R_{55'}$，则假定值是正确的，否则必须加以修改和重新计算。直至假定值是正确的为止。

在分段法中会同时出现几个未知数，并且计算的准确度随着段数的增多而增高，分段数增多后，计算过程变得十分复杂。虽然分段法可以逐渐求得较正确的结果，但是这毕

竟是复杂和困难的。在使用计算机的情况下，可以提高运算速度，但不一定能达到要求的精度。

由于磁路的磁阻存在非线性，只能反复近似地估算出磁通的分布和各部分的磁阻。近似法，可以进行一次近似或多次近似，自然多次的逐次渐近是较理想的计算方法。这种方法称之为逐次渐近法，它较为严格，而且可以控制其计算的精度。

图 6-9 所示的直流U形电磁路中，假设结构尺寸、铁心的材料、工作气隙的磁导和漏磁导均是已知，那么有

$$\frac{d\phi}{dx}=-F_g \tag{6-27}$$

$$\frac{dF}{dx}=(f-H)\times 2 \tag{6-28}$$

式中 ϕ——铁心截面中的磁通（坐标x）；

F——铁心 1 和铁心 2 各点之间的磁位差（坐标x）；

H——铁心截面中磁位降（坐标x）；

g——铁心间的比漏磁导；

f——单位磁势，$f=\frac{IN}{2l}$；

IN——两个绕组的总安匝数。

先进行一次近似法的计算。如果在计算磁通分布时，忽略铁心中的磁阻，则式（6-27）和（6-28）可写成

$$\frac{dF}{dx}=2fdx \tag{6-29}$$

$$d\phi_x=-F_g dx \tag{6-30}$$

因为 $x=0$，$F=0$ 和 $x=l$，$\phi_l=G_\delta F_l$（设铁心和衔铁的磁阻为零）

所以 $$F=2fx+C_1 \tag{6-31}$$

因 $C_1=0$

即 $$F=2fx$$

$$d\phi_x=-2fxgdx$$

则有 $$\phi_x=-fgx^2+C_2 \tag{6-32}$$

若 $x=l$ 则 $$\phi_l=G_\delta F_l$$

即 $$G_\delta F_l=-fgx^2+C_2$$

所以 $$C_2=G_\delta F_l+fgl^2$$

$$\phi_x=-fgx^2+fgl^2+G_\delta F_l \tag{6-33}$$

又 $$F_l=2fl$$

即有 $$\phi_x=2fl\left[G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right] \tag{6-34}$$

或 $$G_x=G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}$$

此时G_x只作为一个计算值，并无物理意义。由以上计算可以将磁路简化成图6-10所示的等效磁路。等效磁路简单了，给计算带来不少方便。

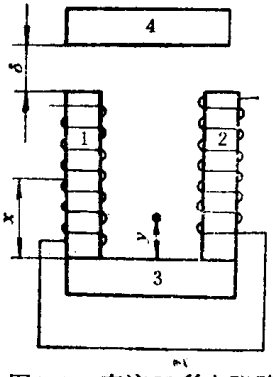


图6-9 直流U形电磁路

1、2—铁心柱 3—铁心 4—衔铁

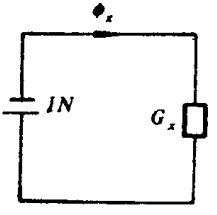


图6-10 简化后的等效磁路

二、已知磁势求磁通

下面讨论已知IN求ϕ_δ的计算。

若x处的B_x用ING_δ/S表示，由磁化曲线求H_x，设

$x=0$ 时为B_0，

$x=l/2$ 时为$B_{l/2}$，

$x=l$ 时为B_l，

于是可以作出$H=f(x)$曲线。这就是说，从B的零次近似值可以求出H的一次近似值。根据H的一次近似值，就可以求得B的一次近似值，这是因为

$$2\int_0^l H_x\mathrm{d}x+F_l=IN \text{和} F_l=\frac{\phi_l}{G_\delta}$$

所以

$$\phi_l=G_\delta\left[IN-2\int_0^l H_x\mathrm{d}x\right] \tag{6-35}$$

此为ϕ_l的一次近似值。

$$\int_0^l H_x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left[\frac{H_0}{2}+H_{l/2}+\frac{H_l}{2}\right] \tag{6-36}$$

计算到此可作一次近似的结果。但是应该清楚地看到，它的精度较低，还需深入一步研究下去。这种方法不能用于小气隙的情况，即它只能用在B处于磁化曲线弯点以下的条件中。当气隙较小时，则有

$$G_\delta\ll\frac{1}{R}$$

计算得到的一次近似值与零次近似值有较大的差异。

例如

$\delta=0$　　$G_\delta\to\infty$　$(R_\delta=0)$

则$B_x\to\infty$、$H_x\to\infty$

一次近似值$\phi_l\to-\infty$，以上的情况是完全不合理的。这充分说明两种近似值的差异有多大。

若将铁心的磁阻计算进去，那么零次近似的计算值，将会向真实值靠拢。此时，可用于小气隙条件下的计算。其等效磁路见图6-11。由图可知：

$$IN=\phi_x\left(R_\mu+\frac{1}{G_x}\right) \tag{6-37}$$

$$R_\mu=\frac{2l}{S}\frac{H_x}{B_x} \tag{6-38}$$

因为$\phi_x=B_xS$和$IN=f2l$，

所以 $$f2l=2lH_x+\frac{S}{G_x}B_x,$$

即 $$B_x=\frac{2lG_x}{S}(f-H_x) \tag{6-39}$$

上式可在图6-12上求得。图中

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{2l}{S}G_x \tag{6-40}$$

由已知的f和$\operatorname{tg}\alpha$，可从交点直接得到B_x的零次近似值和H_x的一次近似值，又

$$\phi_1=G\left[IN-2\int_0^l H_x\mathrm{d}x\right] \tag{6-41}$$

求得ϕ_1的一次近似值。在这里需要说明的是，气隙较大的这种方法的误差较大。

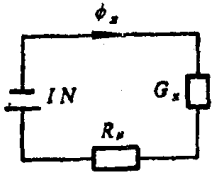


图6-11 考虑到铁心后的等效磁路

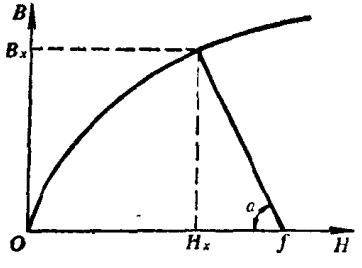


图6-12 在磁化曲线上求解

下面分析已知ϕ_l求IN的问题。同样B_x的零次近似时，先不考虑R_μ，因而有

$$\phi_x = ING_x = IN\left(G_\delta + g\frac{l^2-x^2}{2l}\right) \tag{6-42}$$

和

$$\phi_l = ING_\delta \tag{6-43}$$

因而

$$B_x = \frac{\phi_x}{S} = \phi_l \frac{1}{S}\left(1 + g\frac{l^2-x^2}{2lG_\delta}\right) \tag{6-44}$$

由零次近似的B_x值，可以求得H_x的一次近似值。

又

$$\phi_l = G_\delta\left[IN - 2\int_0^l H_x dx\right] \tag{6-45}$$

或

$$IN = 2\int_0^l H_x dx + \frac{\phi_l}{G_\delta} \tag{6-46}$$

可求得IN的一次近似值。该方法虽然精确度不太高，但是还很实用。

采用逐次渐近法，可以获得较高的精确度。我们仍从式(6-27)和(6-28)求解，其边界条件为

$$x = 0 \text{ 时} \quad F = 0$$

$$x = l \text{ 时} \quad \phi_l = F_l G_\delta$$

先讨论给定激磁线圈的磁势，求气隙磁通。

式(6-28)可写成

$$F = 2\int_0^x (f - H)dx \tag{6-47}$$

由边界条件，$x = 0$，$F = 0$，积分常数等于零，于是有

$$\phi = -2\int_0^x g dx \int_0^x (f - H)dx + c \tag{6-48}$$

式中 c——积分常数。

由图6-8可知，H在y轴上变化，以$H(y)$表示相应于y轴的磁位势，$\phi(x)$相应于x轴上铁心中的磁通，则

可写成：

$$\begin{aligned}\phi &= -2\int_0^x g\,dx\int_0^x (f-H)\,dx + c\\ &= -2\int_0^x g\,dx\int_0^x [f-H(y)]\,dy + c\\ &= c-2\int_0^x g\,dy\int_0^x [f-H(y)]\,dx\\ &= c-2\int_0^x g\,dy\int_y^x [f-H(y)]\,dy\\ &= c-2g\int_0^x (x-y)[f-H(y)]\,dy \qquad (6\text{-}49)\end{aligned}$$

积分常数 c，由边界条件

$$x=l \text{ 时} \qquad \phi_l = F_l G_l$$

求得。

$$F_l = 2\int_0^l (f-H)\,dx \qquad (6\text{-}50)$$

和

$$\phi_l = c-2g\int_0^l (l-y)[f-H(y)]\,dy \qquad (6\text{-}51)$$

由此可得

$$c = 2\int_0^l [f-H(y)][g(l-y)+G_s]\,dy \qquad (6\text{-}52)$$

和

$$\begin{aligned}\phi(x) &= 2\int_0^l [f-H(y)][g(l-y)+G_s]\,dy - \\ &\quad -2g\int_0^x (x-y)[f-H(y)]\,dy\\ &= SA(x) - 2\int_0^l H(y)[g(l-y)+G_s]\,dy + \\ &\quad + 2g\int_0^x H(y)(x-y)\,dy \qquad (6\text{-}53)\end{aligned}$$

式中

$$A(x) = \frac{2fl}{S}\left[G_s + g\frac{l^2-x^2}{2l}\right]。$$

经变换后，得

$$\phi(x)=SA_{(}x)-2\int_0^x H(y)[g(\ 1-x\)+G_{\delta}]\mathrm{d}y-$$

$$-2\int_x^l H(y)[g(\ '-y\)+G_{\delta}]\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}54)$$

考虑到

$$0\leqslant y\leqslant x\text{ 时},K\ (x\ ,y\)=\frac{2}{S}[G_{\delta}+g(\ l-x\)]$$

$$x\leqslant y\leqslant l\text{ 时},K\ (x\ ,y\)=\frac{2}{S}[G_{\delta}+g(\ l-y\)]$$

并写成磁感应强度的方程式为

$$B(x)=A(x)-\int_0^l K(\ x\ ,y\)H(y)\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}55)$$

式（6-55）给出了磁感应强度 B 在铁心的长度上的分布。显然 $B(y)$ 与 $H(y)$ 是磁性材料的磁化曲线，$A(x)$ 是一个已知的函数。我们以一个一般积分方程为例，研究上边的方程。

$$\psi(x)=f(x)-\lambda\int_a^b K(\ x\ ,y\)\varphi(y)\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}56)$$

式中 $\psi(x)$——在 a、b 之间的 x 未知函数；

$f(x)$——x 的已知函数；

λ——任意参数；

$K(x,\ y)$——x、y 的函数；

$\varphi(y)$——一个函数。

上述方程的解可以 $\psi(x)$ 和 $\varphi(x)$ 的级数表示，即

$$\psi(x)=\psi_0(x)+\lambda\Delta\psi_1(x)+\lambda^2\psi_2(x)+\cdots\cdots \qquad (6\text{-}57)$$

$$\varphi(x)=\varphi_0(x)+\lambda\Delta\varphi_1(x)+\lambda^2\varphi_2(x)+\cdots\cdots \qquad (6\text{-}58)$$

若将 x 换成 y 时，式（6-57）和（6-58）同样有效并且第一项 $\psi_0(x)$ 和 $\varphi_0(x)$ 给出 $\psi(x)$ 和 $\varphi(x)$ 的零次近似值，两式中的前 n 项之和，即代表该函数 $\psi(x)$ 或 $\varphi(x)$ 的第 n 次近似值。这样

给我们提出了很好的方法。

如果$\psi(x)$和$\varphi(x)$之间以相同的函数联系着并写成：

$$\varphi_0=F(\psi_0),\quad \varphi_1=F(\psi_1)\text{等}$$

代入式（6-57）、（6-58）以后可得

$$\psi_0(x)+\lambda\Delta\psi_1(x)+\lambda^2\Delta\psi_2(x)+\cdots=f(x)$$

$$-\lambda\int_a^b K(x,\ y)\left\{\varphi_0(y)+\lambda\varphi_1(y)+\lambda^2\Delta\varphi_2(y)+\cdots\right\}\mathrm{d}y \tag{6-59}$$

由于参数λ可以任意选择，因而在方程式的左端与右端中相同幂次的λ次应该相等，则有

$$\psi_0(x)=f(x) \tag{6-60}$$

$$\Delta\psi_1(x)=-\int_a^b K(x,\ y)\varphi_0(y)\mathrm{d}y \tag{6-61}$$

$$\Delta\psi_2(x)=-\int_a^b K(x\quad y)\Delta\varphi_1(y)\mathrm{d}y \tag{6-62}$$

$$\Delta\psi_n(x)=-\int_a^b K(x,\ y)\Delta\varphi_{n-1}(y)\mathrm{d}y \tag{6-63}$$

未知函数的零次近似$\psi_0(x)$可按已知函数$f(x)$求得。利用$\varphi_0(x)$与$\psi_0(x)$之间的关系，可按$\psi_0(y)$求出$\varphi_0(y)$，接下去即可求出$\Delta\psi_1(x)$、$\Delta\psi_2(x)$等等。根据这种解法，我们对前边给出的情况进行分析，这时有

$$\psi(x)=B(x)\quad f(x)=A(x)\quad a=0$$

$$\varphi(y)=H(y)\quad \lambda=1\quad b=l$$

沿铁心长度磁感应分布的零次近似值为

$$B_0(x)=\frac{2fl}{S}\left[G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right] \tag{6-64}$$

$B(x)$的一次近似可求得为

$$B_1(x)=\frac{2fl}{S}\left[G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right]$$

$$-\int_0^l K(x、y)H_0(y)\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}65)$$

式中，$H_0(y)$按$B_0(y)$〔即$B_0(x)$〕由磁化曲线求得。

由于
$$\int_0^l K(x、y)\,\mathrm{d}y=\frac{2l}{S}\left[G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right] \qquad (6\text{-}66)$$

所以
$$B_1(x)=\int_0^l K(x、y)〔f-H_0(y)〕\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}67)$$

这一积分可以按任一种近似值的方法来求得，例如采用梯形公式，即

$$B_1(x)=\Delta y\left[\frac{Z_0}{2}+Z_1+Z_2+\cdots+Z_{n-1}+\frac{Z_n}{2}\right] \qquad (6\text{-}68)$$

式中　n——把铁心分成等长段Δy的分段数；

Z_0、Z_1、Z_2——各段分界线上$K(x、y)〔f-H_0(y)〕$的值。

同样可求得各次近似值为

$$B_n(x)=\int_0^l K(x、y)〔f-H_{n-1}(y)〕\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}69)$$

式中，$H_{n-1}(y)$按$n-1$次近似的磁感应强度求得。于是气隙中的磁通为

$$\phi_\delta=B_n(l)S_0 \qquad (6\text{-}70)$$

一般采用三次近似就可以把误差控制在5%以内。把$B_0(x)$适当地减小以后，可使结果收敛得很快。这是较为理想的。

下面进一步讨论已知ϕ_δ求IN的问题。在$x=l$时为

$$\phi_\delta=SB(l)=2flG_\delta-\int_0^l 2G_\delta H(y)\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}71)$$

或
$$IN=2fl=\frac{\phi_\delta}{G_\delta}+2\int_0^l H(y)\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}72)$$

要求得IN，就需要知道H沿长度的分布情况。根据以前的各表达式，如以ϕ_d来代替其中的f，经简单的变换后可得

$$A(x)=\frac{1}{S}\left\{\frac{\phi_d}{G_d}+2\int_0^l H(y)\mathrm{d}y\right\}\left(G_d+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right) \tag{6-73}$$

$$B(x)=\frac{\phi_d}{S}\left(1+g\frac{l^2-x^2}{2lG_d}\right)-\int_0^x\frac{g}{S}\left(1-2x+\frac{x^2}{l}\right)\times H(y)\,\mathrm{d}y-\int_x^l\frac{g}{S}\left(1-2y+\frac{x^2}{l}\right)H(y)\mathrm{d}y \tag{6-74}$$

或简写成

$$B(x)=A_1(x)-\int_0^l K_1(x,\ y)H(y)\mathrm{d}y \tag{6-75}$$

式中

$$A_1(x)=\frac{\phi_d}{S}\left(1+g\frac{l^2-x^2}{2lG_d}\right)$$

$$K_1(x,y)=\begin{cases}\dfrac{g}{S}\left(1-2x+\dfrac{x^2}{l}\right) & \text{在 } 0\leqslant y\leqslant x \text{ 时}\\[2ex] \dfrac{g}{S}\left(1-2y+\dfrac{x^2}{l}\right) & \text{在 } x\leqslant y\leqslant l \text{ 时}\end{cases}$$

上式仍旧可用逐次渐近法来求解，这时

$$\psi(x)=B(x),\quad \lambda=1,\quad \varphi(y)=H(y)$$

$$f(x)=A_1(x),\quad K(x,y)=K_1(x,y),\quad a=0,\quad b=l$$

$B_0(x)$作为零次近似值，有

$$B_0(x)=\frac{\phi_d}{S}\left(1+g\frac{l^2-x^2}{2lG_d}\right) \tag{6-76}$$

$B_1(x)$作为一次近似值，有

$$B_1(x)=\frac{\phi_d}{S}\left(1+g\frac{l^2-x^2}{2lG_d}\right)-\int_0^l K_1(x,y)H_0(y)\mathrm{d}y \tag{6-77}$$

上式中的积分可用梯形公式求得，其中 $H_0(y)$ 按 $B_0(y)$ 在磁化曲线上查找。

第 n 次项写成

$$B_n(x)=\frac{\phi_\delta}{S}\left(1+g\frac{l^2-x^2}{2lG_\delta}\right)-\int_0^l K_1(x,y)H_{n-1}(y)\mathrm{d}y \tag{6-78}$$

式中 $H_{n-1}(y)$——磁势的第 $n-1$ 次近似值。

激磁线圈的总安匝数表示为

$$IN=\frac{\phi_\delta}{G_\delta}+2\int_0^l H_n(y)\mathrm{d}y \tag{6-79}$$

同样，上式中的积分可用梯形公式求得。

我们研究只有一个激磁线圈的电磁铁情况。磁路中的铁心由轭铁和U形铁心组成，它们之间的连接处存在着一定的气隙；铁心、轭铁的横截面积又不尽相同，系统在激磁线圈的作用下，铁心上的磁化状态并非能以材料的磁化曲线来表示。

设有一U形电磁铁，铁心截面积为 S_{t1}，轭铁截面积为 S_{t2}，其磁势降分别为 H_{t1} 和 H_{t2}。在磁通连续条件下，含有激磁线圈的铁心，可用材料的磁化曲线表示，其磁势为

$$H_{t1}=\psi(B_{t1})$$

由于气隙的存在，须把轭铁归化到铁心，则轭铁上的磁势为

$$H_{t2}=\psi\left(-\frac{B_{t1}S_{t1}}{S_{t2}}\right)$$

$$f_{t2}=\frac{H_{t2}l_{t2}}{l_{t2}}=\psi\left[\frac{B_{t1}S_{t1}}{S_{t2}}\right]\frac{l_{t2}}{l_{t1}} \tag{6-80}$$

如果考虑到工作气隙，其磁导为 G_0，则归化到铁心上以后可得

$$f_{t2}=\frac{B_{t1}S_{t1}}{G_0 l_{t1}} \tag{6-81}$$

总磁势降为

$$f=\psi(B_{t1})+\psi\left(\frac{B_{t1}S_{t1}}{S_{t2}}\right)\frac{l_{t2}}{l_{t1}}+\frac{B_{t1}S_{t1}}{G_0 l_{t1}}=\psi'(B_{t1}) \tag{6-82}$$

用同样的方法可以处理含有更多小气隙的情况。如果系统中还有其衔铁，也可以估算进去。系统所使用的磁化曲线是归化了的磁化曲线。B值可由归化磁化曲线上求得。

我们以一U形电磁铁为例，进行说明。

设已知激磁线圈的安匝数IN已给出，求工作气隙的磁通ϕ_δ。此处不另绘图表示。

1．求f

$$f=\frac{IN}{2l}$$

2．沿铁心轴心线将磁路分成六段，从近轭铁的一点，标以“0”，依次沿铁心方向上分别标上“2”、“3”、“4”、“5”，在靠近气隙的一端标以“6”。

3．已知系统的几何尺寸l、S，并可求得G_δ。先求零次近似值B_0、H_0、$(f-H_0)$

$$B_0=\frac{2fl}{S}\left[G_\delta+g\frac{l^2-x^2}{2l}\right] \tag{6-83}$$

$H_0(x)$按B_0值从磁化曲线或归化磁化曲线上求得，并将六段各点的H_0、B_0、$(f-H_0)$列成一表格。

4．求$K(x、y)$的值，所用的关系式为

$1>y>x$时　　$K(x、y)=\frac{2}{S}[g(l-y)+G_\delta]$

$x>y>0$时　　$K(x、y)=\frac{2}{S}[g(l-x)+G_\delta]$

同样将六段各点的 $K(x、y)$ 列成一表格。横表头作 y 的 1、2 …… 6 六格，纵表头作 x 的 1、2 …… 6 的六格，并将对应的 $K(x、y)$ 值逐一填入表格内。

5. 求 B 的一次近似值，其方程式为

$$B_1(x)=\int_0^l K(x、y)[f-H_0(y)]\mathrm{d}y \qquad (6\text{-}84)$$

将计算结果，列成表格。

$$B_1(x)=\Delta y\left[\frac{Z_0}{2}+Z_1+Z_2+Z_3+Z_4+Z_5+\frac{Z_6}{2}\right] \qquad (6\text{-}85)$$

6. 求 B 的二次近似、三次近似……，直至得到满意的结果为止。

我们以求 B 的三次近似值加以说明。

当 $x=l$ 时

$$K(x、y)=\frac{2}{S}[g(l-y)+G_\delta]=\frac{2}{S}G_\delta \qquad (6\text{-}86)$$

B 的三次近似值可写成

$$\begin{aligned}B_3(y)&=\frac{2G_\delta}{S}\int_0^l[f-H_2(y)]\mathrm{d}y\\&=\frac{2G_\delta}{S}\Delta y\left[\frac{Z'_0}{2}+Z'_1+Z'_2+Z'_3+Z'_4+Z'_5+\frac{Z'_6}{2}\right]\end{aligned} \qquad (6\text{-}87)$$

因而有

$$\phi(l)=SB_3(l) \qquad (6\text{-}88)$$

当然也可以把上边的结果列成表格。式 (6-88) 就是要求的结果。

繁琐的逐次渐近法，是先不考虑系统的磁阻，求得了磁

通的分布情况，然后考虑了系统铁心的磁阻，一步步计算下去的。在大气隙的条件下，建议采用一次近似法。在小气隙的条件下，只好采用逐次渐近法计算。直到计算到获得较满意的结果为止，自然满意的要求程度愈高，渐近计算的次数必须愈多。

在工程计算上，带铁心电磁铁的磁路计算大为简化，其步骤如下：

（1）U形拍合式电磁铁

$$\oint H\mathrm{d}l=\sum IN$$

将上式具体到电磁铁情况，可写成

$$IN=(IN)_\delta+(IN)_m+(IN)_f \tag{6-89}$$

$$\oint H\mathrm{d}l=H_0\delta_0+\sum H_m l_m+\sum H_f l_f \tag{6-90}$$

可得

$$(IN)_\delta+(IN)_m+(IN)_f=\frac{B_0}{\mu_0}\delta_0+\sum H_m l_m+\sum H_f l_f \tag{6-91}$$

式中 $(IN)_\delta$——工作气隙上的总磁位差(A)；

$(IN)_m$——铁心回路上的总磁位差(A)；

$(IN)_f$——非工作气隙上的总磁位差(A)；

B_0——等效气隙端面处的磁感应强度(T)；

δ_0——等效气隙长度(cm)；

$H_m l_m$——铁心回路(包括铁心柱，衔铁以及磁轭)一段上的磁位差；

$H_f l_f$——一个非工作气隙上的磁位差。

令

$$\sum H_m l_m+\sum H_f l_f=C_1(IN) \tag{6-92}$$

则有

$$IN=\frac{1}{1-C_1}\frac{B_0}{\mu_0}\delta_0=\frac{1}{C_2}\frac{B_0}{\mu_0}\delta_0 \tag{6-93}$$

式中 C_1——磁位差系数，在打开位置上，其值为0.15～0.35；

C_2——计算系数，$C_2=1-C_1$，在打开位置上，$C_2=0.65$～0.85。C_2值与所取B_δ值有关，B_δ值大、铁心饱和程度高、铁心磁位差就会比气隙的磁位差大得多，C_2值取得小些，反之亦然，B_δ小，C_2可取大些。

由上式可知，当已知δ_0和选定B_δ值时，就可以求得磁势值。

例 有一拍合式电磁铁的工作气隙为$\delta_0=0.5$mm，长期工作制，电磁铁用于小容量接触器，B_0选0.25 T，求磁势IN。

在打开位置时，C_1一般选0.15～0.35，$C_2=1-C_2$，为保险起见C_1选0.35，$C_2=0.65$，由式(6-93)可得

$$IN=\frac{1}{C_2}\frac{B_0\delta_0}{\mu_0}=\frac{1}{0.65}\times\frac{0.25\times0.5\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-7}}$$

$$=1540\,\mathrm{A}$$

所需磁势1540 A。

（2）壳体螺管式电磁铁

根据磁势方程，则有

$$IN=\phi_\delta R_\delta+\sum H_i l_i \qquad (6\text{-}94)$$

式中的$\sum H_i l_i$是非工作气隙与铁心各段上的磁位差的总和。通常，前者占总磁势的5～15%，而后者占10～25%。取平均值后，即可以写成

$$IN=1.25\phi_\delta R_\delta \qquad (6\text{-}95)$$

将

$$G_\delta=\mu_0\left(\frac{\pi d_{zi}^2}{4\delta}+0.5d_{zi}\right)$$

代入上式，则得

$$IN=B_\delta\delta\frac{d_{x1}}{d_{x1}+0.74\delta}\times10^6(\mathrm{A}) \qquad (6\text{-}96)$$

式中B_δ的单位为T； δ和d_{x1}的单位为m。

由上式可知，在B_δ， δ和d_{x1}已经初步确定的情况下，即能求得相应的安匝数，或者IN已定，确定B_δ和d_{x1}。

第三节 利用漏磁系数法设计电磁路

我们再介绍一种比较实用的漏磁系数法。漏磁系数在第四章中已讲述过。现在引入一个等效漏磁导的概念，在这个基础上，该方法可用于交流和直流的磁路计算。

所谓等效漏磁导，就是在分布磁势的情况下，保持磁路的磁通和磁链不变的条件下，我们用一个集中的磁势来代替分布磁势，漏磁导的数值相应作适当的变化，我们将变化后的漏磁导值称之为等效漏磁导。对安匝数不变的磁路，如直流串联，并联和交流串联的磁路来说，我们采用漏磁通不变的等效漏磁导来计算。此时，漏磁通的关系式为

$$\phi_s=\int_0^l B_{sx}\mathrm{d}x-\int_0^x B_{sx}\mathrm{d}x \qquad (6\text{-}97)$$

式中 B_{sx}——U型铁心任一点处的漏磁感应，

而

$$B_{sx}=F_{mx}g=IN\cdot\frac{x}{l}g \qquad (6\text{-}98)$$

式中 F_{mx}——x段单位长度的磁位差；

IN——磁势。

将式(6-98)代入式(6-97)

在$x=0$时

$$\phi_s=IN\frac{gl}{2} \qquad (6\text{-}99)$$

根据条件漏磁通不变，又将磁势IN算为一个集中的磁势，则

漏磁导应为$\frac{gl}{2}$而不是gl，这就是漏磁通相等条件下的等效漏磁导。

现在介绍漏磁系数法在电磁离合器磁路中的应用，其结构如图6-13所示。

图中1′、2′、3′、4′和1、2、3、4代表磁系统的各段磁路。$G_{\delta 1}$、$G_{\delta 2}$、G_{δ}分别代表右侧气隙磁导，左侧气隙磁导和中气隙磁导。从图中看出，$G_{\delta 1}$和$G_{\delta 2}$可并联，它们的总磁导为

$$G_{\delta}=G_{\delta 1}+G_{\delta 2} \tag{6-100}$$

由于4′、4的截面积等于2′、2的截面，所以图6-13可以等效成图6-14。

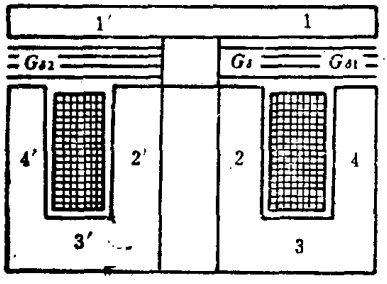


图6-13 电磁离合器的磁结构

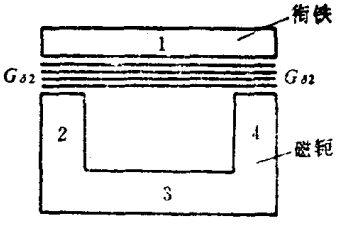


图6-14 电磁离合器的等效磁路

在磁通过片的离合器结构中，磁轭和衔铁间的气隙磁导$G_{\delta p}$，它的倒数等于每片气隙磁导倒数之和，即

$$\frac{1}{G_{\delta p}}=\frac{1}{G_{\delta p1}}+\frac{1}{G_{\delta p2}}+\cdots+\frac{1}{G_{\delta pn}} \tag{6-101}$$

由于各片相同，气隙一致，则各片之间的气隙磁导$G_{\delta p1}$、

$G_{\delta p2}\cdots\cdots G_{\delta pn}$相等，即$G_{\delta p1}=G_{\delta p2}=\cdots\cdots=G_{\delta pn}$。式(6-101)可写简化成

$$G_{\delta p}=\frac{1}{n}G_{\delta p1} \tag{6-102}$$

在磁轭和衔铁间的工作气隙磁导应为未考虑扩散影响的工作气隙磁导$G_{\delta 0}$和扩散磁导G_k相并联。在图6-13的磁路中，还有二种漏磁导，一种是两个同心圆的漏磁导G_{yn}，另一种是摩擦片横堤产生的漏磁导G_{yt}，这两个漏磁导也相并联。我们用G_1、G_2、G_3、G_4表示每段磁路的磁导，而后作出如图6-15所示的等效磁路图。

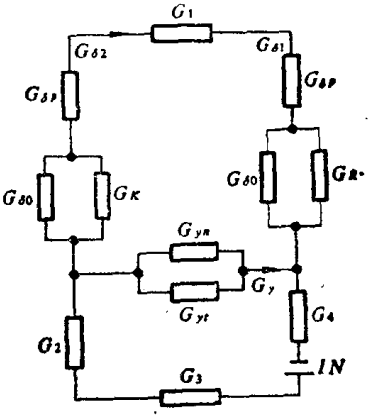


图6-15　图6-14的等效磁路

在等效磁路中，可作如下考虑：

1) 忽略磁路各段的磁阻；

2) 两个漏磁导并联后的磁导为

$$G'_y=G_{yn}+G_{yt} \tag{6-103}$$

3) $G_{\delta 0}$和G_k并联后的磁导为

$$G_\delta=G_{\delta 0}+G_k \tag{6-104}$$

4)将$G_{\delta p}$和G_δ串联后的磁导为

$$G_{\delta 2}或G_{\delta 1}=\frac{G_{\delta p}G_\delta}{G_{\delta p}+G_\delta} \tag{6-105}$$

故图6-15又可等效为图6-16。

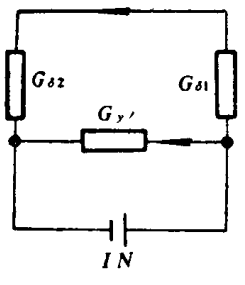
又因$G_{\delta 1}$和$G_{\delta 2}$相串联，两值又相等，从而得

$$G_\delta=\frac{1}{2}G_{\delta 1}=\frac{1}{2}G_{\delta 2}$$

另外，磁势不变的等效漏磁导，在数值上等于漏磁导的一半，故

$$G_y=\frac{1}{2}G_y' \qquad (6\text{-}106)$$

图6-16又可等效为图6-17的形式。



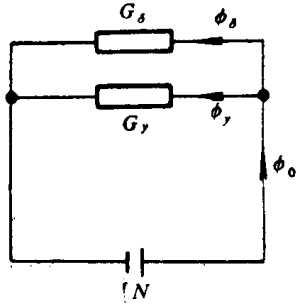


图6-16　简化了的等效磁路　　图6-17　图6-16的等效磁路

这时总磁通ϕ_0和工作气隙磁通ϕ_δ为

$$\phi_0=(G_y+G_\delta)IN \qquad (6\text{-}107)$$

$$\phi_\delta=G_\delta IN \qquad (6\text{-}108)$$

所以漏磁系数为

$$\sigma=\frac{\phi_0}{\phi_\delta}=\frac{G_y+G_\delta}{G_\delta} \qquad (6\text{-}109)$$

漏磁系数与漏磁导和工作气隙磁导有关。

例　有一磁通过片电磁离合器，铁心截面积24cm^2、线圈1000匝，激磁电流0.8A，摩擦片11片，每片厚度0.1cm，漏磁横堤宽度0.4cm，堤数为6，离合器工作时，磁轭与摩擦片以及摩擦片与衔铁间的接触气隙是0.25cm，摩擦片间的

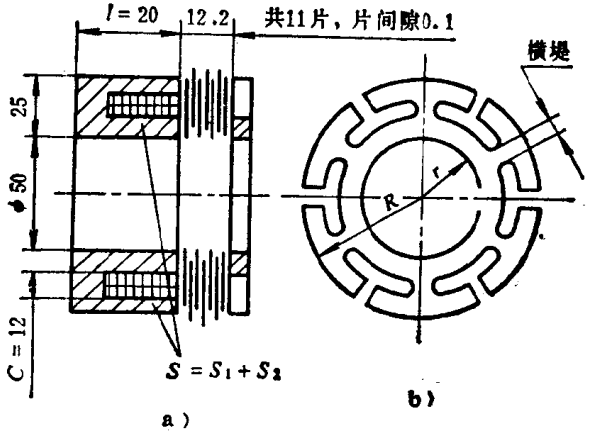


图6-18　磁轭和摩擦片结构图

气隙为0.001cm，片的外半径5cm，内半径2.5cm，铁心和片的形状如图6-18所示，求漏磁系数：

根据图6-18 a 图，作出等效磁路图，如图6-19所示。

图6-19是忽略铁心磁阻的等效磁路，其气隙磁导为

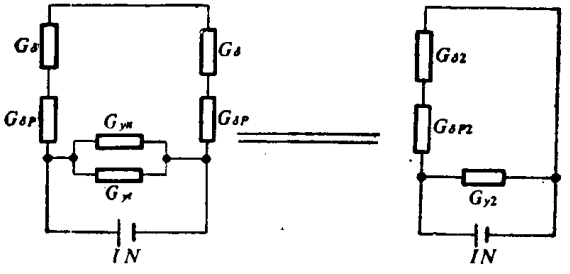


图6-19　磁轭和摩擦片的等效磁路

$$G_\delta=\frac{\mu_0 S}{\delta}=\frac{1.25\times10^{-8}\times24}{0.025\times2}=600\times10^{-8}\text{H}$$

式中的气隙，对磁通二次过片结构，应为单边接触气隙的

二倍。

由于二个气隙是串联的，所以总磁导为

$$G_{\delta 2}=\frac{\mu_0 S}{\delta}=\frac{1.25\times10^{-8}\times24}{0.001}=30000\times10^{-8}\text{H}$$

离合器磁轭是两个同心圆柱体，它的漏磁导为

$$G_{y_n}=\left(\frac{2\pi\mu_0}{\ln\frac{2c+d_c}{d_c}}\right)l=\left(\frac{2\pi\times1.25\times10^{-8}}{\ln\frac{2\times1.2+5}{5}}\right)\times2=15.6\times10^{-8}\text{H}$$

式中 $d_c(\phi_{50})$，c、l 见图6-20。

横堤截面积为

$$S_t=10\times0.1\times0.4\times6=2.4\text{cm}^2$$

式中的10为摩擦片数。

摩擦片的横堤的漏磁导为

$$G_{yt}=\frac{\mu_r S_t}{l_t}=\frac{200\times10^{-8}\times2.4}{2.5}=190\times10^{-8}\text{H}$$

式中 μ_r——铁的相对磁导率，按10号钢横堤磁感应强度为1.8T(18000Gs)查得200×10^{-8}H；

l_t——横堤长度；

$$l_t=R-r=5-2.5=2.5\text{cm}$$

从等效磁路看出G_{yn}和G_{yt}相并联，所以漏磁导为

$$G_y=G_{yn}+G_{yt}=15.6\times10^{-8}+190\times10^{-8}=205.6\times10^{-8}\text{H}$$

等效总漏磁导为

$$G_{y_z}=\frac{1}{2}G_y=\frac{1}{2}\times205.6\times10^{-8}=102.8\times10^{-8}\text{H}$$

总磁导为

$$G=G_{yz}+\frac{G_{\delta z}G_{\delta p2}^{2}}{G_{\delta z}+G_{\delta p2}}=102.8\times10^{-8}$$
$$+\frac{300\times10^{-8}\times1500\times10^{-8}}{300\times10^{-8}+1500\times10^{-8}}=352.8\times10^{-8}\text{H}$$

离合器的漏磁导系数为

$$\sigma=\frac{G}{\frac{G_{\delta z}G_{\delta p2}}{G_{\delta z}+G_{\delta p2}}}=\frac{352.8\times10^{-8}}{250\times10^{-8}}=1.4$$

应该指出，例子所示的计算方法及按此方法所得出的离合器参数与实际情况差别不大，因此它有一定的参考意义。

第四节　利用自退磁效应设计电磁路

带铁心电磁路和永磁磁路一样，可分成九种类型，见图6-1。虽然它比永磁磁路的结构复杂，我们仍可按各种类型，采用第四章的思路，利用自退磁效应法设计和计算。在确定其类型后，进行相应的运算。

一、磁路尺寸比例系数A的计算

对于甲型电磁路：

$$A_{甲}=\frac{L_t+(L_t-L_g)\ominus+2\sqrt{S_t}+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_z}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_t}}$$

(6-110)

对于乙型电磁路：

$$A_Z=\frac{L_t+2\sqrt{S_t}+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_z}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_t}}$$

(6-111)

⊖ （ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

对于丙型电磁路和丙-甲型磁路：

$$A_{丙}=A_{丙-甲}$$

$$=\frac{L_t+(L_t-L_g)\ominus+\sqrt{S_t}+\left[\frac{(\sqrt{S_t}+a_t)S_g}{4L_gS_t}-1\right]^{\ominus}L_u}{\frac{1}{2}(\sqrt{S_t}+a_t)} \tag{6-112}$$

对于丁型和戊型电磁路：

$$A_{丁}或A_{戊}=\frac{L_t+\left(\frac{a_tS_g}{2L_gS_t}-1\right)^{\ominus}L_u}{a_t} \tag{6-113}$$

对于己型电磁路：

$$A_{己}=\frac{2L_t-L_g+\left(\frac{a_tS_g}{2L_gS_t}-1\right)^{\ominus}L_u}{a_t} \tag{6-114}$$

对于庚型电磁路：

$$A_{庚}=\frac{\frac{1}{2}L_t+\left(\frac{1}{2}L_t-L_g\right)^{\ominus}+\left(\frac{a_tS_g}{2L_gS_t}-1\right)^{\ominus}L_u}{a_t} \tag{6-115}$$

当$\left(\frac{1}{2}L_t-L_g\right)\leqslant a_t$时，$\left(\frac{1}{2}L_t-L_g\right)$一项用$a_t$替代，

对于辛型电磁路：

$$A_{辛}=\frac{2(L_{t1}+L_{t2})+\sqrt{S_t}+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_t}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_t}} \tag{6-116}$$

⊖ （ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

式中 L_t——铁心长度即线圈长度(cm)；

L_{t1}——铁心插入线圈的固定长度(cm)；

L_{t2}——活动铁心插入线圈的长度(cm)，数值可正可负；

L_g——工作气隙长度(cm)；

S_t——铁心截面积(cm^2)；

S_g——工作气隙截面积(cm^2)；

a_t——铁心的等效边长(cm)；

L_u——单位长度(cm)。

对于圆形截面 $a_t=\frac{\pi}{4}d$；对于矩形截面 $a_t=\frac{2S_t}{a+b}$；a、b 分别为矩形的边长。

磁路工作点坐标比

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}} \tag{6-117}$$

二、求磁通利用系数 ε

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\times\frac{L_g}{S_g}\sqrt[3.2]{S_{g*}}L_u+1} \tag{6-118}$$

式中 Q——参考值由经验给出；

S_{g*}——相应量的纯数学值。

对甲型、丙-甲型磁路建议 Q 选15，$S_{g*}=S_t$；

对乙型磁路建议 Q 选11；

$$S_{g*}=S_t; \tag{6-119}$$

对丙型磁路建议 Q 选11；

$$S_{g*}=\frac{1}{2}(S_t+a_t^2); \tag{6-120}$$

对丁型磁路建议Q选 6；

$$S_{\delta\delta}=a_1^2; \tag{6-121}$$

对戊型磁路建议Q选 3；

$$S_{\delta\delta}=a_1^2; \tag{6-122}$$

对己型磁路建议Q选 6；

$$S_{\delta\delta}=a_1^2; \tag{6-123}$$

对庚型磁路建议Q选 8；

$$S_{\delta\delta}=a_1^2; \tag{6-124}$$

对辛型磁路建议Q选 6；

$$S_{\delta\delta}=a_1^2; \tag{6-125}$$

L_δ为单位长度(cm)。

带铁心电磁路的磁路计算主要是求气隙的磁感应强度和吸引力，或者反之。下面举一实例来说明计算过程。

例 电磁振动台的结构如图6-20所示，铁心材料是工业纯铁 DT_1，其磁化曲线见图6-21，磁化线圈共 4 只，总匝数为 4840；工作电流为 4A，试求该电磁振动台的气隙磁感应强度B_δ。

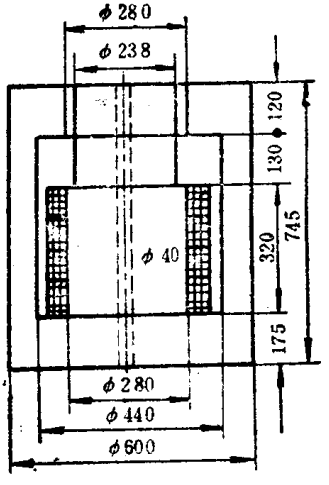


图6-20 电磁振动台结构图

1．判断磁路所属类型

由图中磁系统判断磁路系甲型磁路。

2．求磁路尺寸比例系数A

已知$L_i=32\text{cm}$，$L_\delta=\frac{1}{2}\times(28.4-23.8)=2.3\text{cm}$，铁

心截面积 $S_t=\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{1}{4}\pi\times 28^2=615.8\text{cm}^2$，工作气隙的截面积 $S_\delta=\frac{1}{2}\pi h\ (D_1+D_2)=\frac{1}{2}\pi(28.4+23.8)\times 12=983.9\text{cm}^2$，将这数代入下式得

$$A_{甲}=\frac{L_t+(L_t-L_\delta)\ominus+2\sqrt{S_t}+\left(\frac{S_\delta}{2L_\delta\sqrt{S_t}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_t}}$$

$$=4.79 \qquad (6\text{-}126)$$

3．求磁路工作点坐标比 K（或由 $A-K$ 曲线查得 K）

$$K=\frac{0.41}{A^{(1+0.05A)}}$$

$$=\frac{0.41}{4.79^{(1+0.05\times 4.79)}}$$

$$=0.0587$$

4．求电磁线圈的理论磁化场 H

将已知 $N=4840$，工作电流 $I=4$ A和线圈长度 $L_t=32$cm代入下式，即求出电磁线圈的理论磁化场 H

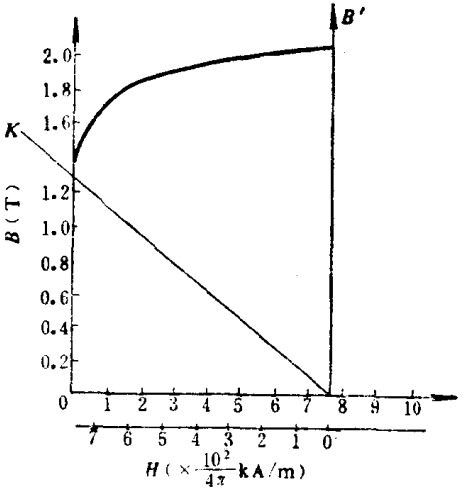


图6-21 磁化曲线

$$H=\frac{0.4\pi NI}{L_t}=\frac{0.4\pi\times 4840\times 4}{32}=60.5\text{kA/m}$$

5．求电磁路工作点的视在磁感应强度 B_m

将理论磁化场 $H=60.5$kA/m 的横坐标点作为等值退磁

⊖（ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

曲线原点0′，过0′作$O'B'$直线并使它垂直于H轴，则$O'B'$为等值退磁曲线的B'轴，通过这样的坐标变换，原磁化曲线变成了铁心的等值退磁曲线。由K值，作$O'K$与铁心的等值退磁线相交于K点。OK的数值即为视在磁感应强度，由图可知$B_{mi}=1.29\text{T}$。

6．求磁轭上工作点的视在磁感应强度B_{mi2}

由
$$B_{mi2}=\frac{S_i B_{mi1}}{S_i'} \tag{6-127}$$

$$S_i'=\frac{\pi}{4}D_2^2=\frac{1}{4}\pi 23.8^2=445\text{cm}^2$$

代入上式即得　$B_{mi2}=1.79\text{T}$

7．求磁通利用系数ε

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\times\frac{L_g}{S_g}\sqrt[3.2]{S_{g\delta}L_u+1}} \tag{6-128}$$

Q选15，$S_{g\delta}=S_i$代入上式得$\varepsilon=79.2\%$

8．求振动台的气隙磁感应强度B_g

$$B_g=\frac{S_i'\times B_{mi2}\times\varepsilon}{S_g'}=0.64\text{T} \tag{6-129}$$

该电磁振动台的气隙磁感应强度B_g的实测值为0.62T，计算与实测接近。

三、电磁磁路中的吸力计算

电磁磁路中的吸力计算，由磁体作用在被磁化的衔铁上的吸引力，其大小与磁力线穿过磁极的总面积及气隙中磁感应强度的平方成正比，如果假定B是均匀分布的，即在小气隙情况下，其麦克斯韦公式为

$$F=\frac{B_g^2 S_g}{2\mu_0} \tag{6-130}$$

式中 F——电磁吸引力(N)；

B_δ——气隙磁感应强度(T)；

S_δ——磁极表面面积(m^2)；

μ_0——空气磁导率，其值为$4\pi\times10^{-7}$H/m。

如果B_δ的单位采用非法定单位Gs，F采用N，S_δ的单位用cm^2，则麦克斯韦公式(这是工程上常用的)可写成

$$F=\left(\frac{B_\delta}{5000}\right)^2 S_\delta\times9.8(\mathrm{N}) \tag{6-131}$$

因为$\phi_\delta=B_\delta S_\delta$，所以有

$$F=\frac{9.8}{S_\delta}\left(\frac{\phi_\delta}{5000}\right)^2\times10^{-16}(\mathrm{N}) \tag{6-132}$$

式中 ϕ_δ——磁极端面(也就是气隙截面)上的磁通(Wb)。

气隙较大时，需加一个修正系数，修正磁通不均匀分布所引起的误差。这样吸力公式可写成

$$F=\frac{9.8}{1+aL_\delta}\left(\frac{B_\delta}{5000}\right)^2 S_\delta(\mathrm{N}) \tag{6-133}$$

或

$$F=\frac{9.8}{1+aL_\delta}\left(\frac{\phi_\delta}{5000}\right)\frac{1}{S_\delta}\times10^{-16}(\mathrm{N}) \tag{6-134}$$

式中 a——修正系数，经验指出a约为3～5。

在交流磁路中的吸力F由两部分组成，即一个不变的平均吸力分量F_0和一个交变的脉动分量$F_\sim$。F_0为最大值的一半，即

$$F_0=\frac{1}{2}F_m \tag{6-135}$$

而交变分量的脉动吸力为

$$F_\sim=\frac{1}{2}F_m\cos2\omega t \tag{6-136}$$

磁通ϕ_0在每一周期变化中，都有两次经过零点，由此而产生的吸引力则是一个方向。我们把一个周期中的吸力以平均吸力F_0来表示，即

$$F_0=\frac{9.8}{2}\left(\frac{\phi_m}{5000}\right)^2\frac{1}{S_g}\times 10^{-16} \qquad (6\text{-}137)$$

若磁通用有效值ϕ_0表示，即

$$\phi_0=\frac{\phi_m}{\sqrt{2}} \qquad (6\text{-}138)$$

则有

$$F_0=\left(\frac{\phi_0}{5000}\right)\frac{1}{S_g}\times 10^{-16} \qquad (6\text{-}139)$$

这说明交流电磁路与直流电磁路的吸力公式可以统一表示，只是交流情况说的是平均吸力，ϕ_0以有效值来表示。

四、电磁铁磁路的设计过程

电磁铁磁路的设计任务，就是已知吸引力或磁路气隙磁通和电压、工作行程或工作气隙尺寸，求电磁体的尺寸，线圈匝数、工作电流及导线直径等等。设计过程大致如下：

1．按照所需要的类型画出磁路示意图，大致确定气隙磁通(磁感应强度B_δ)和气隙截面积S_δ。

2．确定理论磁化场H　根据磁路结构，最大行程或工作气隙L_δ的要求，由下式求出线圈的厚度t

$$t=lL_\delta-h \qquad (6\text{-}140)$$

式中　l——磁路空间宽度系数；

h——线圈骨架厚度。

接着根据磁路的工作条件(工作制)允许的温升等，初步估计电流密度J，选择导线外皮直径与裸线直径之比例系数α。理论磁化场强H，直流情况下为

$$H=0.4\pi\frac{NI}{L_\delta}=0.4\pi nI \qquad (6\text{-}141)$$

因为 $$t=\frac{4a^2nI}{\pi J}\times10^{-2}(\text{cm})$$

单位长度的安匝数为

$$nI=\frac{\pi Jt}{4a^2}\times10^2$$

所以 $$H=\frac{1}{a^2}10t\pi J \qquad (6\text{-}142)$$

式中 J ——电流密度；

a ——导线外皮直径与裸线直径之比。

在交流情况下(圆导线做成的线圈)为

$$H=\frac{1}{a^2}10\pi tJ_s \qquad (6\text{-}143)$$

式中 J_s——交流情况的电流密度。

激磁线圈由扁导线做成的，则磁场力

$$H=\frac{40tJ_s}{a^2} \qquad (6\text{-}144)$$

通常交流电磁路的额定工作电流往往指的是磁路闭合状态下，即衔铁处于吸合位置时，激磁线圈中的电流 I_s，所以理论磁化场常写成如下的形式：

对于圆导线制成的激磁线圈有

$$H=\frac{150\pi tJ_s\delta}{a^2} \qquad (6\text{-}145)$$

对于扁导线制成的激磁线圈有

$$H=\frac{600\pi tJ_s\delta}{a^2} \qquad (6\text{-}146)$$

式中 t ——线圈的厚度；

J_s——衔铁处于吸合位置时的电流密度；

δ ——额定工作行程；

a ——导线外皮直径与裸线直径之比例系数。

3．选择磁路工作点的视在磁感应强度B_{mi} 为了降低能量消耗至最小，磁路工作点的视在磁感应强度B_{mi}，在最大行程时一般都选在磁化曲线的膝点以下的线段上。对直线状态下的电工纯铁和50Hz交流状态的硅钢片，其视在磁感应强度均可选在1.1～1.4T，对于铁钴合金的视在磁感应强度B_{mi}，可选1.8～2.0T，对中镍成分的坡莫合金的B_{mi}可选1.0～1.1T。通常甲型，丙型，丙-甲型的B_{mi}可选在中上限，丁型、戊型、庚型磁路的B_{mi}选在下限，其它类型可选在中间范围内。

4．求铁心的长度L_i 首先利用已选择的视在磁感B_{mi}和铁心的等值退磁曲线，按第五章给出的公式

$$K=\frac{H-H_i}{B_i}$$

将理论场H_1B_{mi}对应的H_i代入，则坐标比为

交流
$$K=\frac{H-H_i}{B_{mi}} \tag{6-147}$$

直流
$$K=\frac{H}{B_{mi}} \tag{6-148}$$

磁路尺寸比例系数A由式（6-117）变换为

$$A^{(1\pm 0.064)}=\frac{0.41}{A} \tag{6-149}$$

或由第四章的$K-A$关系曲线上查得A值。

求磁路铁心长度L_i：把初步估计的磁路气隙截面积S_g，铁心截面积S_i（一般$S_i=S_g$）和给定的气隙长度L_g（或行程δ）代入所选定的磁路类型（如丙型电磁路），由于

$$A=\frac{L_i+(L_i-L_g)\ominus+\sqrt{S_i}+\left[\dfrac{(\sqrt{S_i}+a_i)S_g}{4L_gS_i}-1\right]^{\ominus}L_u}{\dfrac{\sqrt{S_i}+a_i}{2}}$$

⊖ （ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

所以有 $$L_t=\frac{1}{2}\left\{A\times\frac{1}{2}(\sqrt{S_t}+a_t)+L_g-\sqrt{S_t}-\left[\frac{(\sqrt{S_t}+a_t)S_g}{4L_gS_t}-1\right]\right\}L_u$$

等效边长 a_t，对矩形截面的边长为 a 和 b 的情况，则有

$$a_t=\frac{2S_t}{a+b}$$

对圆形截面则有

$$a_t=\frac{\pi}{4}d$$

考虑到线圈骨架的壁厚 h，则铁心的实际长度为

$$L_{th}=L_t+2h \qquad (6\text{-}150)$$

5．根据已知和求得的 S_g，L_g，S_t和L_{th} 等值，画出磁路草图。

6．计算激磁线圈的总匝数 N

$$N=\frac{U}{\sqrt{(l_0\rho J)^2+(1.8\pi fS_tB_{mt}\times10^{-8})^2}} \qquad (6\text{-}151)$$

式中 U——电源电压；

ρ——导线电阻率；

J——电流密度(交流时为释放时的电流密度)；

l_0——每匝线圈的导线的平均长度；

f——电流的频率；

S_t——铁心的截面积；

B_{mt}——铁心的视在磁感。

7．确定激磁线圈的额定电流 I_B和衔铁释放时的电流 I_s

由于 $$H=0.4\pi\frac{NI_s}{L_N}$$

所以 $$I_s=\frac{HL_N}{0.4\pi N} \tag{6-152}$$

而 $$H=\frac{10t\pi^2 J}{a^2}$$

因而有 $$I_s=\frac{tJ_sL_N}{4a^2N}\times 10^2 \tag{6-153}$$

与此相应的激磁线圈的额定电流为

$$I_B=\frac{L_NtJ_B}{4Na^2}\times 10^2 \tag{6-154}$$

式中 L_N——线圈的长度，除了已型，辛型，一般线圈长度等于铁心的长度，即 $L_N=L_t$；对已型 $L_N=L_t+L_g$

8．求导线的直径

$$d=2\sqrt{\frac{I}{\pi J}} \tag{6-155}$$

9．决定磁路的残留气隙 L_{gB} 根据弹簧的反作用力和磁路吸引力方程，决定磁系统在电流切断后的视在磁感应强度 B_{mt}。

由吸力公式则有

直流 $$F=\left(\frac{B'_{mt}}{5000}\right)^2 S_g \tag{6-156}$$

交流 $$F_0=\frac{1}{2}\left(\frac{B'_{mt}}{5000}\right)^2 S_g \tag{6-157}$$

式中 B'_{mt}——最大视在磁感应；

S_g——气隙截面积。

过铁心退磁曲线上的 B'_{mt} 点作该轴的垂直线，此垂线与退磁曲线相交为 K_B 点，对应于 K_B 点的 H'_c 和 B'_{mt} 则有

$$K=\frac{H'_s}{B'_{mt}} \tag{6-158}$$

即该磁路去掉磁化场，切断电流后，磁路在残留气隙 L_{gB} 作用下，磁路所具有的工作点的坐标比。

当磁路气隙很小而为L_{gB}时，各种类型的尺寸比例系数A均可按下式进行计算，即

$$A=\frac{L_\phi+\left(\dfrac{S_g}{2L_{gB}\sqrt{S_t}}-1\right)^{\ominus}L_u}{\sqrt{S_t}} \tag{6-159}$$

经过整理有

$$L_{gB}=\frac{S_gL_u}{2\sqrt{S_t}(A\sqrt{S_t}-L_\phi+L_u)} \tag{6-160}$$

式中 S_g——磁路气隙截面积(cm^2)；

S_t——铁心的截面积(cm^2)；

A——闭合情况下的磁路尺寸比例系数；

L_ϕ——磁系统的展开平均长度(cm)；

L_u——长度单位(cm)。

验算

10. 检查初步估计的某些参数，如磁路气隙截面积S_g、电流密度J和导线外皮直径与裸线直径之比例系数α等等是否正确。另外在设计完了之后、进行反计算、看其是否达到预期的要求，即是否符合设计任务的要求，如不符合，则应重新进行设计和计算。

下面讨论一直流电磁铁最佳类型，已知线圈内腔面积为$S_t=2.2\times2.2cm^2$、铁心磁轭衔铁等均选用DT_2纯铁，其截面积$S_t=2\times2=4\ cm^2$，气隙$L_g=1$ cm，$S_g=4\ cm^2$，线圈厚度$t=0.8$厘米，其磁场H均为15.9kA/m，$B_t=1.3T$，尺寸

⊖ ()内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

比例系数均为$A=9.5$（通过改变铁心外廓尺寸a、b和L_M来实现$A=9.5$）问采用甲、乙、丙、丙-甲、丁、己、庚、辛型磁路结构各种参数的比较。

（1）组成甲型电磁路，其结构示意图如图6-22所示。

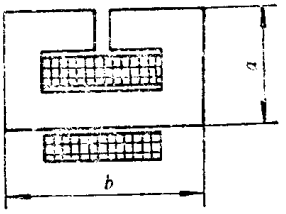


图6-22 组成甲型电磁路结构示意图

根据甲型磁路的磁路尺寸比例系数A的计算式

$$A_{甲}=\frac{L_t+(L_t-L_g)\ominus+2\sqrt{S_t}+\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_t}}-1\right)\ominus L_M}{\sqrt{S_t}}$$

可导出铁心长L_t的计算式为

$$L_t=\frac{1}{2}\left|A_{甲}\sqrt{S_t}+L_g-2\sqrt{S_t}-\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_t}}-1\right)L_M\right|$$

将$A_{甲}=9.5$、$S_t=S_g=2\times2\ \mathrm{cm}^2$、$L_g=1\ \mathrm{cm}$、$L_M=$cm代入上式，得

$$L_t=\frac{1}{2}\left|9.5\times\sqrt{4}+1-2\sqrt{4}-\left(\frac{4}{2\times1\times\sqrt{4}}-1\right)\right|$$

$$=8\ \mathrm{cm}$$

磁路的外廓尺寸为

$$a=2\times2+1.5=5.5\mathrm{cm}$$

$$b=2\times2+L_t=4+8=12\mathrm{cm}$$

磁路材料的体积为

$$V_{Fe}=S_tL_\phi$$

⊖（ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

式中 S_i——铁心的截面积(cm^2)；

L_ϕ——磁系统展开的平均尺寸(cm)。

于是有 $V_{Fe}=4\times[2\times12-1+2(5.5-4)]$

$=104cm^3$

激磁线圈的体积

$$V_{Cu}=L_N t L_0$$

式中 L_N——线圈的长度(cm)；

t——线圈的厚度(cm)；

L_0——线圈的平均周长(cm)。

$V_{Cu}=0.8\times2(4.4+2\times0.8)L_N$

$=9.6\times8$

$=76.8cm^3$

磁通利用系数 ε

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\frac{L_\phi}{S_\phi}\sqrt[3.2]{S_{\phi s}}L_u+1} \qquad (6\text{-}118)$$

对甲型磁路 $Q=15$，$S_{\phi s}=S_i=4$，代入上式，得

$$\varepsilon=\frac{1}{15\times\frac{1}{4}\times\sqrt[3.2]{4}+1}=0.147$$

气隙磁通为

$$\phi_\phi=S_i\times B_i\times\varepsilon$$

B_i为铁心视在磁感应强度$=1.3T=13000Gs$，$S_i=4cm^2$ $\varepsilon=0.147$，则有

$$\phi_\phi=4\times10^{-4}\times1.3\times0.147=7.65\times10^{-5}Wb$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通：

$$\phi_{\phi V}=\frac{\phi_\phi}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{7.65\times10^{-5}}{104+76.8}=42.3\times10^{-8}Wb/cm^3$$

（2）组成乙型电磁路，其结构示意图如图6-23所示。根据乙型电磁路的磁路尺寸比例系数A计算式可导出

$$L_t = A_Z\sqrt{S_t} - 2\sqrt{S_t} - \left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_t}} - 1\right)L_u$$

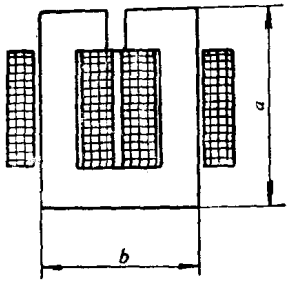


图6-23 组成乙型电磁路结构示意图

将$A_Z=9.5$，$L_g=1$ cm、$L_u=$ cm代入上式，得

$$L_t = 9.5\times\sqrt{4} - 2\sqrt{4} - \left(\frac{4}{2\times 1\times\sqrt{4}} - 1\right)$$

$$= 1.5\text{cm}$$

磁路的外廓尺寸为

$$a = 4 + \frac{L_t}{2} = 4 + 7.5 = 11.5\text{cm}$$

$$b = 4 + 2L_g = 6\text{ cm}$$

磁路材料的体积为

$$V_{Fe} = S_t L_\phi = 4(2\times 6 - 1 + 2\times 7.5)$$

$$= 104\text{cm}^3$$

激磁线圈体积为

$$V_{Cu} = tL_0L_N = 0.8\times 2\times(4.4 + 2\times 0.8)\times 15$$

$$= 144\text{cm}^2$$

磁通利用系数ε为

$$\varepsilon = \frac{1}{Q\frac{L_g}{S_t}\sqrt[3.2]{S_{gs}L_u} + 1}$$

对乙型磁路$Q=11$，$S_{gs}=S_t=4\text{cm}^2=4\times10^{-4}\text{m}^2$

$$\varepsilon=\frac{1}{11\times\dfrac{1\times\sqrt[3.2]{4}}{4}+1}=0.191$$

气隙磁通为

$$\begin{aligned}\phi_g&=S_tB_t\varepsilon\\&=4\times1.3\times10^{-4}\times0.191\\&=9.9\times10^{-5}\text{Wb}\end{aligned}$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通为

$$\phi_{gV}=\frac{\phi_g}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{9.90\times10^{-5}}{104+144}=39.9\times10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

（3）组成丙型磁路，结构示意图如图6-24所示。

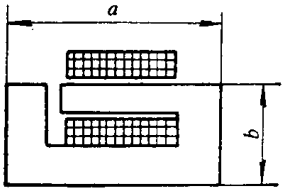


图6-24 组成丙型电磁路结构示意图

根据式(6-12)可导出

$$L_t=\frac{b}{2}\left\{\frac{A_{丙}}{2}\left(\sqrt{S_t}+a_t+L_g-\sqrt{S_t}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left[\frac{(\sqrt{S_t}+a_t)S_g}{4L_gS_t}-1\right]L_u\right\}\right.$$

式中 a_t——铁心截面积的等效边长。

对于我们的情况即铁心的截面积为正方形，且边长为 a，则有

$$a_t=\frac{2S_t}{a+a}=\frac{S_t}{a}$$

铁心长

$$L_t=\frac{1}{2}\left\{\frac{A_{丙}}{2}\left(\sqrt{S_t}+\frac{S_t}{a}\right)+L_\varphi-\sqrt{S_t}-\left[\frac{\left(\sqrt{S_t}+\frac{S_t}{a}\right)S_\varphi}{4L_\varphi S_t}-1\right]L_u\right\}$$

将 $A_{丙}=9.5$，$L_\varphi=1$ cm，$a=2$ cm，$L_u=$cm，代入上式，可得

$$L_t=\frac{1}{2}\left\{\frac{9.5}{2}\times\left(\sqrt{4}+\frac{4}{2}\right)+1-\sqrt{4}-\left[\frac{\left(\sqrt{4}+\frac{4}{2}\right)\times 4}{4\times 1\times 4}-1\right]\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{19+1-2-(1-1)\right\}=9\text{ cm}$$

磁路的外廓尺寸：

$$a=4+L_\varphi+L_t=4+1+9=14\text{cm}$$

$$b=4+1.5L_\varphi=5.5\text{cm}$$

磁路材料的体积为

$$V_{Fe}=S_tL_\phi$$

$$=4\times(2\times14-1+2\times1.5)$$

$$=120\text{cm}^3$$

激磁线圈的体积为

$$V_{Cu}=tL_0L_N\text{cm}^3$$

$$=0.8\times2(4.4+2\times0.8)\times9$$

$$=86.4\text{cm}^2$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\frac{L_g}{S_g}\sqrt[3.2]{S_{gs}}L_u+1}$$

对丙型磁路 $Q=11$、 $S_{gs}=\frac{1}{2}(S_t+a_t^2)=\frac{1}{2}(4+4)=4$

$$\varepsilon=\frac{1}{11\times\frac{1}{4}\sqrt[3.2]{4}+1}=0.191$$

磁路气隙磁通为

$$\phi_g=A_tB_t\varepsilon$$

$$=4\times10^{-4}\times1.3\times0.191=9.9\times10^{-5}\text{Wb}$$

单位体积材料产生的气隙磁通为

$$\phi_{gV}=\frac{9.9\times10^{-5}}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{9.9\times10^{-5}}{120+86.4}$$

$$=48\times10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

（4）组成丁型电磁路，结构示意图如图6-25所示。

由式(6-113)导出铁心长的计算式为

$$L_t=a_tA_T-\left(\frac{a_t\times S_g}{2L_gS_t}-1\right)^{\ominus}L_u$$

将 $a_t=\frac{2S_t}{a+a}=\frac{S_t}{a}=2\text{ cm}$，$A_T=9.5$，$L_g=1\text{cm}$，$L_u=\text{cm}$代入上式得

$$L_t=\frac{4}{2}\times9.5-\left(\frac{\frac{4}{2}\times4}{2\times1\times4}-1\right)$$

$$=19\text{cm}$$

⊖ （ ）内只计算数值，其数值小于零时，以零计算。

求磁路的外廓尺寸为

$$a = 4 + 1.5 = 5.5\text{cm}$$

$$b = 4 + 19 + 1 = 24\text{cm}$$

磁路材料的体积为

$$V_{Fe} = S_t L_\phi = S_t \times [(2b - L_g) + 2(a - 4)]$$

$$= 4 \times [(2 \times 24 - 1) + 2(5.5 - 4)]$$

$$= 200\text{cm}^3$$

激磁线圈的体积：

$$V_{Cu} = tL_0 L_N$$

$$= 0.8 \times 2(4.4 + 2 \times 0.8) \times 19$$

$$= 182\text{cm}^3$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon = \frac{1}{Q \times \frac{L_g}{S_g}\sqrt{S_{gs}}L_u + 1}$$

对于型磁路 $Q = 6$、$S_{gs} = a_t^2 = 4$ 代入上式得

$$\varepsilon = \frac{1}{6 \times \frac{1}{4} \cdot 3.2\sqrt{4} + 1} = 0.302$$

气隙磁通为

$$\phi_g = 4 \times 10^{-4} \times 1.3 \times 0.302 = 1.57 \times 10^{-4}\text{Wb}$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通为

$$\phi_{gV} = \frac{\phi_g}{V_{Fe} + V_{Cu}} = \frac{1.57 \times 10^{-4}}{200 \times 182}$$

$$= 41.3 \times 10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

（5）组成丙-甲型电磁路，结构示意图如图 6-26 所示。

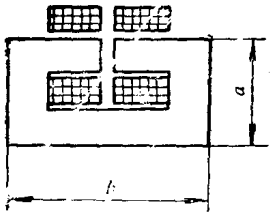


图6-25 组成丁型电磁路结构示意图

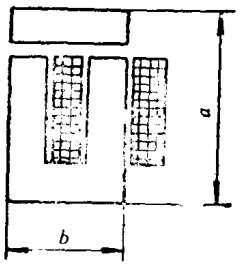


图6-26 组成丙-甲型电磁路结构示意图

单个气隙$L_g'=1$ cm，共两个气隙，总气隙$L_g=2$ cm

由式（6-112)可导出铁心长L_t的计算式为

$$L_t=\frac{1}{2}\left\{\frac{A_{丙-甲}}{2}\left(\sqrt{S_t}+a_t\right)+L_g-\sqrt{S_t}-\left[\frac{(\sqrt{S_t}+a_t)S_g}{4L_gS_t}-1\right]L_g\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{9.5}{2}\left(2+\frac{4}{2}\right)+2-2-\left[\frac{(2+2)\times 4}{4\times 1\times 4}-1\right]\right\}$$

$$=9.5\text{cm}$$

磁路的外廓尺寸为

$$a=4+L_t+\frac{1}{2}L_g=4+9.5+1=14.5\text{cm}$$

$$b=4+2=6\text{ cm}$$

磁路材料的体积为

$$V_{Fe}=S_tL_\phi$$

$$=4\times[2(14.5-1)+2\times(6-4)]$$

$$=124\text{cm}^3$$

$$V_{Cu}=tL_gL_N$$
$$=0.8\times(2\times4.4+2\times0.8)\times9.5$$
$$=91\text{cm}^3$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon=\frac{1}{Q\times\frac{L_g}{S_g}\sqrt[3.2]{S_{gs}L_u+\frac{S_g}{S_t}}}$$

对丙-甲磁路 $Q=15$，$S_{gs}=S_t=4$

$$\varepsilon=\frac{1}{15\times\frac{2}{4}\sqrt[3.2]{4}+1}=0.08$$

气隙磁通 ϕ_g 为

$$\phi_g=2B_gS_g$$
$$=2B_tS_t\varepsilon$$
$$=2\times1.3\times4\times10^{-4}\times0.08$$
$$=8.3\times10^{-5}\text{Wb}$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通 ϕ_{gV}

$$\phi_{gV}=\frac{\phi_g}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{8.3\times10^{-5}}{124+91}$$
$$=38.6\times10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

（6）组成已型电磁路，结构示意图如图6-27所示。

由式（6-114）可导出铁心长 L_t 的计算式为

$$L_t=\frac{1}{2}\left[a_tA_{\square}+L_g-\left(\frac{a_tS_g}{2L_gS_t}-1\right)L_u\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[\frac{4}{2}\times9.5+1-\left(\frac{\frac{4}{2}\times4}{2\times1\times4}-1\right)\right]$$
$$=10\text{cm}$$

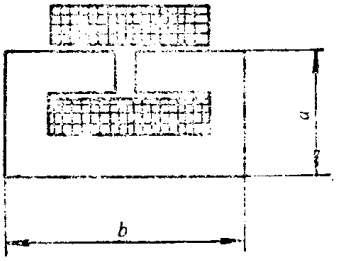


图6-27　组成已型电磁路结构示意图

磁路的外廓尺寸为

$$a = 4 + 1.5 = 5.5\text{cm}$$

$$b = 4 + 10 + 1 = 15\text{cm}$$

磁路材料体积为

$$V_{Fe} = S_t L_\phi$$

$$= 4 \times (2 \times 15 - 1 + 2 \times 1.5)$$

$$= 128\text{cm}^3$$

激磁线圈体积为

$$V_{Cu} = tL_0 L_N$$

$$= 0.8 \times 2 \times (4.4 \times 2 \times 0.8) \times (10 + 1)$$

$$= 105.5\text{cm}$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon = \frac{1}{Q \frac{L_g}{S_g} \sqrt[3.2]{S_{gs}} L_u + 1}$$

对已型磁路，$Q = 6$，$S_{gs} = a_t^2 = 4$，$L_u = \text{cm}$

$$\varepsilon = \frac{1}{6 \times \frac{1}{4} \sqrt[3.2]{4} + 1} = 0.302$$

求气隙磁通ϕ_g为

对已型电磁路有

$$B_{g已}=B_g+H_i$$

$$\phi_g=B_{g已}S_g$$

$$=(B_g+H_g)S_g$$

$$=B_gS_g+H_gS_g$$

而 $$B_gS_g=(B_i\varepsilon+H_g)S_i$$

H_g为由单独空心线圈，在气隙中建立的视在磁场。H_g的求法如下：

1）求空心线圈尺寸比例系数A_N

$$A_N=\frac{L_N}{a_N}$$

式中 L_N——线圈的长度；

a_N——线圈横断面的等效边长。

已型电磁路的铁心截面是正方形，其L_N、a_N可表示成为

$$L_N=L_i+L_g$$

式中 L_i——铁心的长度，$L_i=10$cm；

L_g——气隙的长度，$L_g=1$ cm。

$$a_N=\frac{2(L'+t)(L'+t)}{2t+L'+L'}$$

$$=L'+t$$

式中 L'——线圈截面的内腔边长，$L'=2.2$cm；

t——线圈的厚度，$t=0.8$cm。

所以可计算得

$$A_N=\frac{10+1}{2.2+0.8}=3.67$$

2）求空心线圈的工作点坐标比K_N

$$K_N=\frac{0.41}{A_N^{(1+0.86A_N)}}=\frac{0.41}{3.67^{(1+0.86\times3.67)}}$$

$$=0.088$$

3）求线圈本身所建立的视在磁场H_g

$$H_g=\frac{H}{1+K_N}$$

式中 H——题目设定的磁化场强，$H=15.9\text{kA/m}$；

K_N——线圈的工作点坐标比，$K_N=0.088$。

$$H_g=\frac{15.9}{1+0.08}=14.7\text{kA/m}(184\text{Oe})$$

有了H_g，就不难求出$\phi_{g已}$，即

$$\phi_{g已}=(1.3\times0.302+0.0184)\times4\times10^{-4}$$

$$=16.44\times10^{-5}\text{Wb}$$

单位体积材料在空气隙中产生的磁通ϕ_{gV}为

$$\phi_{gV}=\frac{\phi_{g已}}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{16.44\times10^{-5}}{128+105.5}$$

$$=70.4\times10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

（7）组成庚型电磁路，结构示意图如图6-28所示。

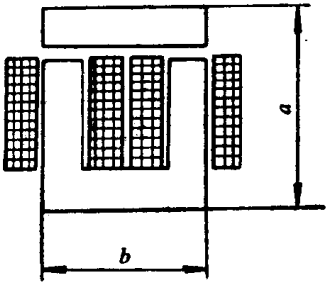


图6-28 组成庚型电磁路结构示意图

由式（6-115）可导出铁心长的计算式为

$$L_t = a_t A_{衔} + L_\delta - \left[\frac{a_t S_\delta}{2L_\delta S_t} - 1\right] L_u = 2 \times 9.5 + 2 - \left(\frac{2 \times 4}{2 \times 1 \times 4} - 1\right) = 21\text{cm}$$

磁路外廓尺寸为

$$a = 4 + \frac{1}{2} L_\delta + \frac{1}{2} L_t = 4 + \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 21 = 15.5\text{cm}$$

$$b = 6\text{ cm}$$

磁路材料体积为

$$V_{Fe} = S_t L_\phi = 4 \times [2 \times (15.5 - 1) + 2 \times 2] = 132\text{cm}$$

激磁线圈体积为

$$V_{Cu} = tL_0 L_N = 0.8 \times 2 \times (4.4 + 2 \times 0.8) \times 21 = 202\text{cm}^3$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon = \frac{1}{Q \frac{L_\delta}{S_\delta} \sqrt[3.2]{S_{\delta\delta}} L_u + 1}$$

对庚型 $Q = 8$，$S_{\delta\delta} = a_t^2 = 4$，$L_u =$ cm

$$\varepsilon = \frac{1}{8 \times \frac{2}{4} \sqrt[3.2]{2^2} + 1} = 0.14$$

气隙磁通为

$$\begin{aligned}\phi_g &= 2B_gS_g \\ &= 2B_t\varepsilon S_t \\ &= 2\times 1.3\times 0.14\times 4\times 10^{-4} \\ &= 14.6\times 10^{-6}\text{Wb}\end{aligned}$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通为

$$\begin{aligned}\phi_{gV} &= \frac{\phi_g}{V_{Fe}+V_{Cu}} = \frac{14.6\times 10^{-6}}{132+202} \\ &= 43.8\times 10^{-8}\text{Wb/cm}^3\end{aligned}$$

（8）组成辛型电磁路，结构示意图如图6-29所示。

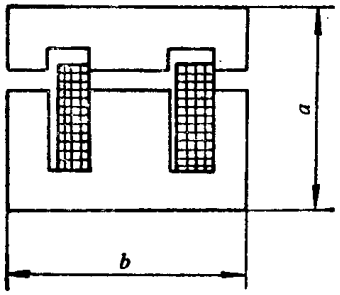


图6-29 组成辛型电磁路结构示意图

由式（6-116）可导出铁心长的计算式，令$L_t=L_{t1}+L_{t2}$，则有

$$\begin{aligned}L_t &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{S_t}\,A_{\text{非}}-\sqrt{S_t}-\left(\frac{S_g}{2L_g\sqrt{S_t}}-1\right)L_u\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{4}\times 9.5-\sqrt{4}-\left(\frac{4}{2\times 2\times\sqrt{4}}-1\right)\right] \\ &= 8.75\text{cm}\end{aligned}$$

磁路外廓尺寸为

$$a = 4 + 8.75 + \frac{1}{2} \times 2 = 13.75\text{cm}$$

$$b = 6\text{ cm}$$

磁路材料体积为

$$V_{Fe} = S_t L_t = 4 \times \left[2\left(13.75 - \frac{1}{2} \times 2 \right) + 2 \times 2 \right]$$

$$= 118\text{cm}$$

激磁线圈体积为

$$V_{Cu} = tL_0 L_N$$

式中 $L_0 = 2 \times (4.4 + 2 \times 0.8) = 12\text{cm}$;

L_N——线长度，$L_N = L_t + \frac{1}{?} L_g = 8.75 + \frac{1}{2} \times 2$

$= 9.75\text{cm}$。

所以

$$V_{Cu} = 0.8 \times 12 \times 9.75$$

$$= 93.6\text{cm}^3$$

磁通利用系数 ε 为

$$\varepsilon = \frac{1}{Q \times \frac{L_g}{S_g} \sqrt[3.2]{S_{gs}} L_u + 1}$$

对辛型磁路 $Q = 6$、$S_{gs} = a_t^2 = 4$、$L_u = \text{cm}$

$$\varepsilon = \frac{1}{6 \times \frac{2}{4} \sqrt[3.2]{4} + 1} = 0.178$$

气隙磁通 ϕ_g 为

$$\phi_g = 2B_g S_g$$

$$= 2B_t \varepsilon S_t$$

$$= 2 \times 1.3 \times 0.178 \times 4 \times 10^{-4}$$

$$= 18.5 \times 10^{-6}\text{Wb}$$

单位体积材料在气隙中产生的磁通ϕ_{gv}为

$$\phi_{gv}=\frac{\phi_g}{V_{Fe}+V_{Cu}}=\frac{18\times10^{-6}}{118+93.6}$$

$$=87.5\times10^{-8}\text{Wb/cm}^3$$

将以上各类型电磁路参数的计算结果汇总成表6-1。从表中可以比较不同磁路在给定条件下，各参数的差异。

表6-1 各类型电磁路参数的计算结果

类 型	L_g	A_g	a	b	L_t	ε	B_g	ϕ_g	V_{Fe}	V_{Cu}	ϕ_{gv}
甲	1	4	5.5	12	8	0.147	0.19	7.65×10^{-5}	104	76.8	42.3×10^{-8}
乙	1	4	11.5	6	15	0.191	0.25	9.9×10^{-5}	104	144	39.8×10^{-8}
丙	1	4	14	5.5	9	0.191	0.25	9.9×10^{-5}	120	86.4	48×10^{-8}
丙-甲	2	8	14.5	6	9	0.08	0.104	8.3×10^{-5}	124	91	38.6×10^{-8}
丁	1	4	5.5	24	19	0.302	0.392	15.7×10^{-5}	200	182	41.3×10^{-8}
己	1	4	5.5	15	10	0.302	0.41	16.4×10^{-5}	128	105.5	70.5×10^{-8}
庚	2	8	15.5	6	21	0.178	0.23	14.6×10^{-5}	132	202	43.8×10^{-8}
辛	2	8	13.75	6	8.75	0.178	0.23	18.5×10^{-5}	116	91.4	87.5×10^{-8}

第五节 变压器磁路设计

变压器是将一种电压、电流、相位的交流电能转变成另一种电压、电流、相位的交流电能的工具。

目前，在电力、自动控制、家用电器中等方面广泛地使用变压器。变压器的种类很多，一般可分为电力变压器和特殊变压器两大类。其基本原理相同，图6-30为无载运行变压器的电磁路原理图。在闭合的铁心上绕有两个绕组，其中输入电能的绕组叫做初级(原)绕组，输出电能的另一绕组叫做次级

(副)绕组。铁心是变压器导磁的主磁路。变压器的基本工作原理是电磁感应原理。变压器的电磁参数由输入电源的状态决定，运行过程中各个电磁量都随电源的频率交变。虽然各量的幅值不变，但是它的瞬时值的大小和方向都随时间变化。

在分析问题时，我们规定好各个电磁量的方向。例如，规定电压U_1从A点到B点的压降为正；电流I_{10}的方向同U_1的方向。将与规定好的方向一致的电磁量定为正值，方向相反时，定为负值。这样的选取只是为了分析问题的方便。同一电磁量，在不同的方向选取条件下，得到关系式的符号不同，得出结果的正负号也应不同。实际上各电磁量的客观规律性一定，不会因为选取方向不同而导致不同的结果。可以说方向的选取是任意的，但是一经选定就不要再变动了。

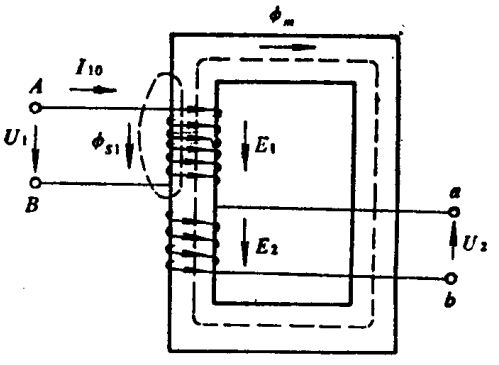


图6-30　变压器无载运行的电磁路

变压器是一种带铁心的互感电路，在交变磁场的作用下，闭合的铁心磁路是非线性的磁路。在无载或有载的情况中，即变压器的次级绕组电流等于零或不为零的情况，其磁路的状态不相同。

无载情况下，变压器的初级绕组通以电流I_{10}，产生的磁势在铁心中感应出磁通，称做主磁通。图6-30中以ϕ_m表示，它是初级绕组和次级绕组相互沟通的磁通，传递着磁能。除此以外还有不经过铁心的磁通，称为漏磁通。漏磁通是磁通总

量的一部分。漏磁通通过铁心附近的空气或其他非铁磁物质构成磁回路。漏磁通的回路比较复杂，但是在数量上，漏磁通要比主磁通小得多。为了说明问题的主要方面，我们将漏磁通予以忽略，而把主磁通ϕ_m作为考虑问题的主要对象。

激磁电流I_{10}产生磁势F_{10}，我们将F_{10}称为激磁磁势，即

$$F_{10}=I_{10}N_1 \tag{6-161}$$

式中 N_1——初级绕组的匝数。

激磁电流I_{10}是正弦变化的，则激磁磁势也是正弦变化的，变化的频率为f，主磁通的瞬时值可写成

$$\begin{aligned}\phi &=\phi_m \sin\omega t\\ &=\phi_m \sin 2\pi ft\end{aligned} \tag{6-162}$$

式中 ϕ_m——主磁通的最大值；

ω——激磁电流的角频率，$\omega=2\pi f$。

这里，我们只研究磁通随时间的变化，在频率不高的情况下，不必研究磁通在铁心内的分布情况。因为磁通是作为次级绕组产生感应电动势而传递着能量。

按右手螺旋法则，各绕组的感应电势为

$$e_1=-N_1\frac{d\phi_m}{dt} \tag{6-163}$$

$$e_2=-N_2\frac{d\phi_m}{dt} \tag{6-164}$$

式中的负号表示，当磁通增大时，电势的方向与磁通量的变化方向相反，下角1和2分别表示初级和次级的绕组。闭合磁路中$\frac{d\phi}{dt}$相等，只要$N_1\neq N_2$则

$$e_1\neq e_2$$

从而起到变压的作用。将式(6-162)代入式(6-163)，得初级绕组的感应电势，即

$$e_1=-\omega N_1\phi_m\cos\omega t=\omega N_1\phi_m\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=E_{1m}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \qquad (6\text{-}165)$$

用向量表示为

$$\dot{E}_1=-\frac{\omega N_1}{\sqrt{2}}\dot{\phi}_m \qquad (6\text{-}166)$$

有效值为

$$E_1=\frac{\omega N_1}{\sqrt{2}}\phi_m=\frac{2\pi fN_1}{\sqrt{2}}\phi_m=4.44fN_1\phi_m \qquad (6\text{-}167)$$

同理有

$$e_2=E_{2m}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \qquad (6\text{-}168)$$

$$\dot{E}_2=-\frac{\omega N_2}{\sqrt{2}}\dot{\phi}_m \qquad (6\text{-}169)$$

$$E_2=4.44fN_2\phi_m \qquad (6\text{-}170)$$

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{4.44fN_1\phi_m}{4.44fN_2\phi_m}=\frac{N_1}{N_2}=k \qquad (6\text{-}171)$$

即变压器在无载时，初级感应电势(电压)与次级感应电势(电压)之比为一倍数 k，这是一个很重要的参数。式(6-171)告诉我们：初级电压与次级电压之比等于初级绕组匝数与次级绕组的匝数之比。

若初级有漏磁通ϕ_{s1}，类似前边的分析，则有

$$e_{s1}=\omega N_1\phi_{s1}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\dot{E}_{s1}=-\frac{\omega N_1}{\sqrt{2}}\dot{\phi}_{s1}$$

上式也可以用电抗压降的形式来表示，即

$$L_{s1}=\frac{N_1\phi_{s1}}{\sqrt{2}I_{10}} \tag{6-172}$$

式中 I_{10}——初级电流。

$$\vec{E}_{s1}=-\vec{I}_{10}\omega L_{s1}=-\vec{I}_{10}X_1 \tag{6-173}$$

式中 X_1——初级绕组的漏磁通的漏电抗，$X_1=\omega L_{s1}$。

由电感系数 L 的定义知道

$$L=\frac{\psi}{I}=\frac{N\phi}{I}$$

式中 ψ——磁链，$\psi=N\phi$；

N——绕组匝数；

ϕ——绕组的磁通；

I——绕组产生磁通的电流。

根据第二章磁路的欧姆定律，则有

$$\phi=\frac{F}{R}=FG=(NI)G$$

式中 F——磁势，$F=NI$；

R——磁路的磁阻，$R=\frac{1}{G}$；

G——磁路的磁导。

经变换得

$$L=N^2G \tag{6-174}$$

由此可见，电感系数的大小与匝数的平方和磁导的乘积成正比。于是，漏磁通造成的电感系数 L_{s1} 是与匝数、磁导有关的量，它是一个常数，漏电抗 X_1 也是一个常数。漏磁通的大小总与初级绕组的 $I_{10}N_1$，即安匝数(磁势)成正比。

初级电压 $E_1=4.44fN_1\phi_m$，当频率 f 和 N_1 一定时，主磁

通 ϕ_m 的大小几乎决定于所加端电压的大小。但是主磁通 ϕ_m 又是由励磁磁势 F_{10}（或励磁电流 I_{10}）产生的。

变压器铁心，在未考虑到磁滞效应时的励磁的电磁参数波形图如图6-31所示，为了充分利用铁心，额定运行的磁通最大值 ϕ_m 往往利用材料的磁通饱和段，如a图中的 B 点处。由第一章可知，磁通与励磁电流 I 的关系是非线性的。变压器初级电压是正弦波形，如图6-31 b所示。按照饱和磁化曲线，产生这个磁通的励磁电流 I，是尖顶的波形。铁心的材料存在磁滞作用。瞬时磁通值虽然一样，如图6-32所示，但磁通增加时，例如在 t' 点，励磁电流为 I'，磁通减少时，如图中 t'' 点，励磁电流为 I''，在磁通值相同的条件下，出现了二个不同的励磁电流，其励磁电流的波形呈现不对称的歪斜形状，同时励磁电流 I 超前主磁通 ϕ 一个相位差，铁心上的涡流影响又使得相位角扩大，并使其更加超前了。

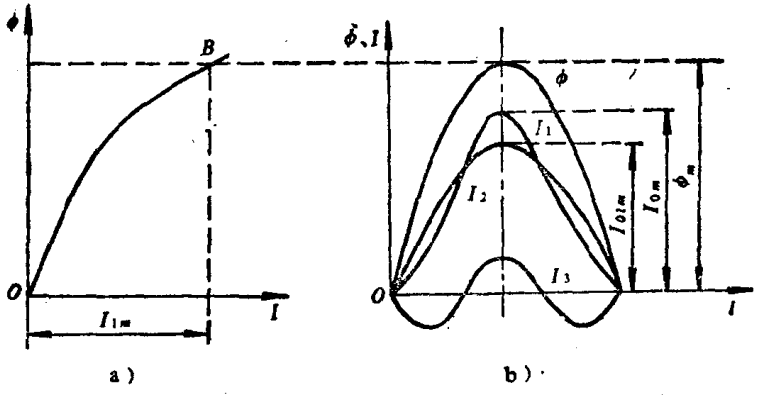


图6-31　未考虑磁滞效应时励磁的电磁参数波形图

下面进一步分析变压器加负载以后的情况，其负载运行情况如图6-33所示。次级电流 $I_2 \neq 0$，负载阻抗为

$$Z_L = R_L + jX_L$$

由于有负载的缘故，$I_2 \neq 0$，初级电流是I_1。I_2同样产生漏磁通$\phi_{\sigma 2}$，所感应的漏电势$E_{\sigma 2}$类似前面所述的$E_{\sigma 1}$，也可以将它看作一个漏抗压降，并可以表示为

$$E_{\sigma 2} = -I_2 \omega L_{\sigma 2} = -I_2 X_2 \qquad (6\text{-}175)$$

式中 $L_{\sigma 2}$——次级绕组的漏电感系数，它是单位电流产生的漏磁链数；

X_2——次级绕组漏磁通所化成的漏电抗$X_2 = \omega L_{\sigma 2}$。

次级绕组上也产生磁势F_2，即

$$F_2 = I_2 N_2 \qquad (6\text{-}176)$$

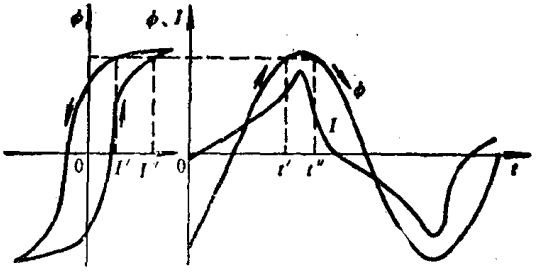


图6-32 考虑磁滞效应时励磁的电磁参数的波形图

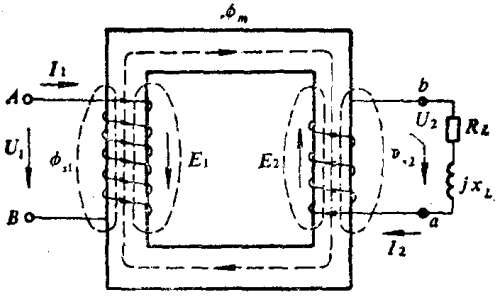


图6-33 变压器负载运行的电磁路

主磁通的励磁磁势为

$$F=F_{10}+F_2 \tag{6-177}$$

即有

$$F=I_{10}N_1+I_2N_2 \tag{6-178}$$

实践告诉我们，从无负载到带有定额负载的情况下，铁心里主磁通的数值差异是很小的，即有近似的关系

$$I_{10}N_1+I_2N_2\approx I_1N_1$$

由上式可知，变压器带上负载以后，若次级绕组电流I_2增大，F_2也增大，为使F不变(额定负载)，则初级电流I_{10}和磁势F_{10}均应增大才行，反之亦然。

经变换后为

$$I_1N_1=F-I_2N_2$$

或

$$I_1=I_{10}-\frac{N_2}{N_1}I_2=I_{10}-\frac{1}{k}I_2$$

式中 I_{10}——无负载时的初级绕组电流；

k——变压倍数。

令$I_L=-\frac{1}{k}I_2$，则有

$$I_1=I_{10}+I_L \tag{6-179}$$

式(6-184)说明，有负载时的初级绕组电流为无负载时的电流与次级绕组感应的电流之和。

变压器的漏磁通$\phi_{\sigma 1}$、$\phi_{\sigma 2}$所涉及的磁路是很复杂的，如图6-34所示，其中一部分经过两个绕组之间的气隙；另一部分的局部只经过初、次级绕组的部分截面，形成较短的回路。要准确地计算出该系统的漏磁导是相当困难的，读者有兴趣的话，可参阅第二章阐述的方法。为了简化问题，我们将漏磁力线均看成平行于绕组轴线的直线，漏磁通的磁路成

一圆筒形。圆筒的平均直径等于初、次级绕组的平均直径 D，圆筒的厚度等于两个绕组的厚度加上绕组间隙 δ，圆筒的高度等于绕组的高度 h。这时，漏磁路的磁导，与它的圆周长和等效厚度的乘积成正比，与它的等效高度成反比。引入等效高度的目的是把那些未考虑到漏磁导，用适当增大h加以考虑。当然，上面的假设给计算带来一定的误差。另外考虑通过绕组截面的漏磁通没有链着全部绕组的匝数。于是漏磁通的总磁导为

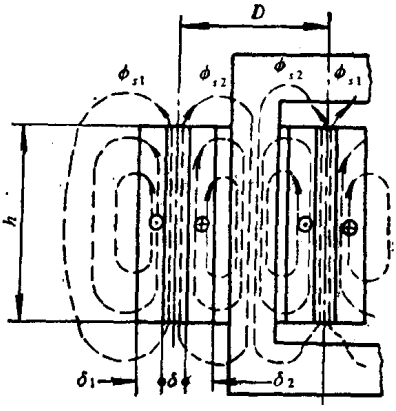


图6-34 变压器初、次级绕组的漏磁磁路

$$G=\mu_0\frac{\pi D}{h'}\left[\delta+\frac{1}{3}(\delta_1+\delta_2)\right] \qquad (6\text{-}180)$$

式中 μ_0——空气的磁导率；

h'——绕组的等效高度；

δ——绕组之间的间隙；

δ_1、δ_2——两个绕组分别的厚度。

变压器的短路电抗为

$$X_k=\omega(L_{s1}+L'_{s2})=2\pi f(L_{s1}+L'_{s2})$$

又 $L=N^2G$，则有

$$X_s=2\pi fN_1^2\mu_0\frac{\pi D}{k'}\left[\delta+\frac{1}{3}(\delta_1+\delta_2)\right]\times10^{-8}$$

$$=2.5\pi fN_1^2\frac{\pi D}{h'}\left[\delta+\frac{1}{3}(\delta_1+\delta_2)\right]\times10^{-8}(\Omega)$$

(6-181)

按式 (6-181)计算出的X_s可以满足技术标准的要求。

铁心中的有功功率，即铁损耗，其单位体积的铁损耗Q为

$$Q=P_{10/50}\left(\frac{B}{10000}\right)^{\alpha}\left(\frac{f}{50}\right)^{\beta}\ (\mathrm{W/kg})\quad(6\text{-}182)$$

式中 α——约1.84～2.5，一般选$\alpha=2$；

β——约1.18～1.33；

$P_{10/50}$——单位铁重在$B=10\mathrm{T}(10000\mathrm{Gs})$、$f=50\mathrm{Hz}$条件下的损耗，由实验测定。

上式表明，铁损耗与B的平方成正比。由于B值在铁心各处的不同，Q值亦不同。

铁心总损耗为ΣmQ，m为对应于Q的铁心重量。于是励磁电流的有功分量I_{1a}为

$$I_{1a}\approx\frac{\Sigma mQ}{U_N}$$

式中 U_N——变压器的额定电压。

铁心总损耗就是变压器的无载损耗。Q值由实验测出，列成表格或划成曲线备用，可查有关书籍或手册。

励磁电流的无功分量I_{1r}。磁路中总磁势是由无功分量产生的，即

$$I_{1r}=Nk_s=Hl\qquad(6\text{-}183)$$

式中 N——绕组匝数；

l——铁心磁路长度；

H——磁场强度；

k_e——励磁电流波形的幅值与有效值之比。

绕组的感应电势为

$$E=4.44fN\phi=4.44fNBS$$

式中 S——铁心的截面积。

上式与式（6-189）相乘，得励磁无功功率为

$$EI_{1r}=\frac{4.44f}{k_e}SHB(\mathrm{W})$$

铁心的重量m为

$$m=dlS(\mathrm{kg})$$

式中 d——铁心材料的密度。

于是可求得铁心每公斤所消耗的无功功率为

$$q=\frac{EI_{1r}}{m}=\frac{4.44f}{k_e d}HB(\mathrm{W/kg}) \qquad (6\text{-}184)$$

H是B的函数，故在一定频率下，q是B的函数。q象Q一样可用试验方法测定。

考虑到铁心叠片接缝的气隙，它也产生损耗，即

$$\Sigma S_\delta q_\delta$$

式中 S_δ——各接缝的截面积；

q_δ——各接缝所消耗的励磁无功功率。

同样，无功分量的电流为

$$I_{1r}=\frac{\Sigma mq+\Sigma S_\delta q_\delta}{U_N}(\mathrm{A}) \qquad (6\text{-}185)$$

上式的I_{1r}是变压器总的励磁电流无功分量与前述的I_{1r}不同，后者在公式中泛指铁心所需励磁无功电流。

励磁电流为

$$I_1=\sqrt{I_{1a}^2+I_{1r}^2}(\mathrm{A}) \qquad (6\text{-}186)$$

励磁阻抗为

$$r_m=\frac{\Sigma mQ}{I_1^2}(\Omega) \tag{6-187}$$

$$X_m=\frac{\Sigma mQ+\Sigma S_\delta q_\delta}{I_1^2}(\Omega) \tag{6-188}$$

第六节　相似法计算磁路

不管是电磁铁的设计还是永磁的设计，繁琐的计算，需花费许多时间，在借鉴现成产品的设计数据，设计新的磁路元器件时，可以采用一种简捷的方法——相似法或称为比例法。

采用该法设计往往是设计的要求与已有系统的技术参数接近，而它的技术经济指标又比较先进，或者是新的设计初步确定后，在进行模型样品试验时，可用此法来校核。这种相似方法，不但应用于电磁铁设计，而且在永磁磁路设计中也可以使用。实践证明，本方法容易掌握、使用方便、效果良好、节约时间。

利用相似法必须满足：两系统具有几何相似和物理相似的条件（根据相似理论，几何相似实际上是属于物理相似的必要条件之一。但在此处，为了讲述方便，且将此两者视为各自独立的成分，这对本方法，并没有什么影响）。

几何相似是指两个磁系统的全部几何尺寸都成一定的比例，因而其几何形状也将完全相似。若假设原有系统的长度、面积和体积分别以 l_0、S_0和V_0来表示，而新设计磁系统的长度、面积和体积分别以 l_1、S_1和V_1来表示，所谓几何相似即有

$$\frac{l_1}{l_0}=K$$

$$\frac{S_1}{S_0}=K^2$$

$$\frac{V_1}{V_0}=K^3$$

式中 K——两系统的相似倍数。

物理相似是指两个磁系统的物理参数相同。例如，磁感应强度B、磁场分布、系统的温度、系统的单位体积作用力等等相同。实际上，当系统按相似倍数K作了变动之后，物理相似的条件不能同时存在。例如，磁感应密度B不变，而系统各部分材料的磁特性不尽相同，就很难满足了。在永磁系统中材料的均匀一致是不易做到的。

当然软磁材料也存在类似的问题。在几何相似条件下，磁场分布相似并不难达到。系统的温度、特别是某一点的温度要相同是由许多因素造成的，例如与材料的导热系数，散热系数等有关。总之，物理相似是近似的，不是绝对的。

下面就电磁磁路的情况介绍一下。

以电磁铁为例，在具体实践中，往往设法满足一个条件，即以满足线圈温度不变这一条件为宜。现作如下假定：

1．导磁体的磁导系数μ为常数，$\mu=\frac{B}{H}$。

2．线圈的散热系数K_T和填充系数α均为常数。

3．对于交流电磁铁，线圈的反电势E为常数，或E/U为常数，并忽略线圈电阻的影响。

设电磁铁的尺寸放大K倍，其磁感应强度B，磁场强度H、激磁安匝IN、线圈匝数N、激磁电流I、线圈电阻R_{xq}和线径d_x以及线圈温升τ将是何值？为此先建立有关的参数

方程式。

（1）条件

$$\tau = 常数;$$

$$B_z = 常数;$$

$$P_{xq} = 常数。$$

（2）电压

$$U = IR_{xq}(直流线圈);$$

$$U = E = 4.44fNB_mS_m(交流线圈)。$$

（3）电磁吸力公式

$$F_x = \frac{1}{2}\frac{B^2S}{\mu_0}$$

（4）磁势方程

$$IN = Hl$$

式中 P_{xq}——线圈发热功率；

B_z——磁感应强度(铁心柱横截面上)；

R_{xq}——线圈电阻；

S——线圈散热面积；

K_T——线圈的散热系数。

下面作具体的推导：

1）根据温升方程

因 $P_{xq} = I^2R = K_TS\tau$ K_T=常数，τ=常数

得 $$\frac{I_1^2R_{xq1}}{I_0^2R_{xq0}} = \frac{S_1}{S_0} = K^2$$

又因 $$R_{xq} = 4\rho_x\frac{ND_{pj}}{d^2x} \quad f_{t1} = f_{t0}$$

故得 $$\frac{(I_1N_1)^2Q_{xq0}f_{t1}}{(I_0N_0)^2Q_{xq1}f_{t0}}K = K^3$$

式中 Q_{xq0}、Q_{xq1}——分别为线圈的窗口面积。

即
$$\frac{I_1N_1}{I_0N_0}=K^{3/2}$$

2）根据磁势方程

$$\frac{I_1N_1}{I_0N_0}=\frac{H_1l_1}{H_0l_0}=\frac{H_1}{H_0}K$$

$$\frac{H_1}{H_0}=\frac{I_1N_1}{I_0N_0}K^{3/2}K^{-1}=K^{1/2}$$

既然假定μ为常数、根据$B=\mu H$、$\phi=BS$

故
$$\frac{B_1}{B_0}=\frac{H_1}{H_0}=K^{1/2}$$

$$\frac{\phi_1}{\phi_0}=\frac{B_1S_1}{B_0S_0}=K^{1/2}K^2=K^{5/2}$$

3）根据电压方程式，对直流并激线圈则有

$$U_0=I_0R_{xq0}$$

$$U_1=I_1R_{xq1}$$

因
$$U_1=U_0$$

故
$$\frac{U_1}{U_0}=\frac{I_1R_{xq1}}{I_0R_{xq0}}=\frac{I_1N_1\rho_x\pi D_{pj1}q_{x0}}{I_0N_0\rho_x\pi D_{pj0}q_{x1}}=1$$

导线截面积之比为

$$\frac{q_{x1}}{q_{x0}}=\frac{I_1N_1D_{pj1}}{I_0N_0D_{pj0}}$$

D_{pj}随电磁铁的结构尺寸线性地改变，即

$$\frac{D_{pj1}}{D_{pj0}}=K$$

$$\frac{q_{x1}}{q_{x0}}=K^{3/2}K=K^{5/2}$$

由此又可得到导线直径之比为

$$\frac{d_{x1}}{d_{x0}}=K^{5/4}$$

匝数之比为

$$\frac{N_1}{N_0}=\frac{N_1q_{x1}q_{x0}}{N_0q_{x0}q_{x1}}=\frac{Q_{xq1}f_{t1}q_{x0}}{Q_{xq0}f_{t0}q_{x1}}=K^2K^{-\frac{5}{2}}=K^{-\frac{1}{2}}$$

激磁电流之比为

$$\frac{I_1}{I_0}=\frac{I_1N_1N_0}{I_0N_0N_1}=K^{3/2}K^{1/2}=K^2$$

线圈电阻之比为

$$\frac{R_{xq1}}{R_{xq0}}=\frac{I_0}{I_1}=K^{-2}$$

对于交流并激线圈，以上各参数间的比例关系为：

匝数之比为

$$\frac{N_1}{N_0}=\frac{\phi_0}{\phi_1}=K^{-5/2}$$

激磁电流之比为

$$\frac{I_1}{I_0}=\frac{I_1N_1N_0}{I_0N_0N_1}=K^{3/2}K^{5/2}=K^4$$

导线截面积之比为

$$\frac{q_{x1}}{q_{x0}}=\frac{q_{x1}N_1N_0}{q_{x0}N_0N_1}=\frac{Q_{xq1}f_{t1}N_0}{Q_{xq0}f_{t0}N_1}=K^2K^{5/2}=K^{9/2}$$

导线直径之比为

$$\frac{d_{x1}}{d_{x0}}=\left(\frac{q_{x1}}{q_{x0}}\right)^{1/2}=K^{9/4}$$

4）根据吸力方程

$$\frac{F_1}{F_0}=\frac{B_1^2S_{\delta d1}}{B_0^2S_{\delta d2}}=KK^2=K^3$$

以上是温升相同情况，导出的各参数的关系式。如果条件不同，而取 B 为常数或者 P_{xq}、F_x 或 ϕ 为常数。上述各参数的相似比，则有所不同。现将有关参数比列于表 6-2 中，以供参考。其推导过程从略。

表 6-2　不同条件下用相似法计算磁系统的参数关系表

序号	参数		相似参数的比值									
			$\tau=$const		$B=$const		$\phi=$const		$F_x=$const		$P_{xq}=$const	
			直流	交流	直流	交流	直流	交流	直流	交流	直流	交流
1	$\frac{\tau_1}{\tau_0}$		K^0	K^0	K^{-1}	K^{-1}	K^{-5}	K^{-5}	K^{-3}	K^3	K^{-2}	K^{-2}
2	$\frac{B_1}{B_0}$		$K^{1/2}$	$K^{1/2}$	K^0	K^0	K^{-2}	K^{-2}	K^{-1}	K^{-1}	$K^{-1/2}$	$K^{-1/2}$
3	$\frac{\phi_1}{\phi_0}$		$K^{5/2}$	$K^{5/2}$	K^2	K^2	K^0	K^0	K	K	$K^{3/2}$	$K^{3/2}$
4	$\frac{H_1}{H_0}$		$K^{1/2}$	$K^{1/2}$	K^0	K^0	K^{-2}	K^{-2}	K^{-1}	K^{-1}	$K^{-1/2}$	$K^{1/2}$
5	$\frac{(IN)_1}{(IN)_0}$		$K^{3/2}$	$K^{3/2}$	K	K	K^{-1}	K^{-1}	K^0	K^0	$K^{1/2}$	$K^{1/2}$
6	$\frac{N_1}{N_0}$	A①	$K^{-1/2}$	$K^{-5/2}$	K^0	K^{-2}	K^2	K^0	K	K^{-1}	$K^{1/2}$	$K^{-3/2}$
		B①	$K^{3/2}$	$K^{3/2}$	K	K	K^{-1}	K^{-1}	K^0	K^0	$K^{1/2}$	$K^{1/2}$
7	$\frac{U_1}{U_0}$ ②		K^2	K^4	K	K^3	K^{-3}	K^{-1}	K^{-1}	K	K^0	K^2

（续）

序号	参数		相似参数的比值									
			τ=const		B=const		ϕ=const		F_s=const		P_{sq}=const	
			直流	交流	直流	交流	直流	交流	直流	交流	直流	交流
7	$\frac{I_1}{I_0}$ ③		K^2	K^4	K	K^3	K^{-3}	K^{-1}	K^{-1}	K	K^0	K^2
8	$\frac{R_{sq1}}{R_{sq0}}$	A①	K^{-2}	K^{-6}	K^{-1}	K^{-5}	K^3	K^{-1}	K	K^{-3}	K^0	K^{-4}
		B①	K^2	K^2	K	K	K^{-3}	K^{-3}	K^{-1}	K^{-1}	K^0	K^0
9	$\frac{d_{s1}}{d_{s0}}$	A①	$K^{5/4}$	$K^{9/4}$	K	K^2	K^0	K	$K^{1/2}$	$K^{3/2}$	$K^{3/4}$	$K^{1/4}$
		B①	$K^{1/4}$	$K^{1/4}$	$K^{1/2}$	$K^{1/2}$	$K^{3/2}$	$K^{3/2}$	K	K	$K^{3/4}$	$K^{3/4}$
10	$\frac{P_{sq1}}{P_{sq0}}$		K^2	K^2	K	K	K^{-3}	K^{-3}	K^{-1}	K^{-1}	K^0	K^0
11	$\frac{F_{s1}}{F_{s0}}$		K^3	K^3	K^2	K^2	K^{-2}	K^{-2}	K^0	K^0	K	K

① A栏适用于并激线圈，B栏适用于串激线圈。

② 适用于串激线圈。

③ 适用于并激线圈。

从上表中可以看出，当电磁铁磁系统按相似倍数K更动时，如果满足了一个条件，则另一些条件得不到满足。当一个技术经济指标为最佳条件时，另一个指标未必为最佳。例如，铜材被充分利用时，导磁材料就未被充分利用。

对于永磁磁路，按相似计算磁路显得更简单一些。因为永磁磁路不含激磁线圈，物理条件少得多。在设计较大的永磁磁路时，可以先按缩小K倍的模型进行试验。若手头没有现成小模型，可对现有材料进行切割拼制，切割时需注意永磁材料的最佳磁化方向，千万不能搞错。利用拼成的小模型进行各技术参数的试验。然后即可得到设计数据的大致范围。最后需要说明的是，在永磁材料制造过程中，大的磁体和小的磁体，其磁性能可能有较大的差异。所以在用比例放大时，将会带来一定的误差。

附　录

附录Ⅰ　常用磁学物理量的名称、符号、单位及其换算关系

物理量		单位制				换算关系
		SI 制		CGSM制		
名称	符号	单位名称	单位代号	单位名称	单位代号	
磁感应强度	B	特斯拉	T	高斯	Gs	$1\ T \triangleq 10^4 Gs$
磁通量	ϕ	韦伯	Wb	麦克斯韦	Mx	$1\ Wb = 10^8 Mx$
磁场强度	H	安培每米	A/m	奥斯特	Oe	$1\ A/m \triangleq 4\pi \times 10^{-3} Oe$
磁化强度	M	安培每米	A/m	高斯	Gs	$1\ A/m = 10^{-3} Gs$

磁导率	μ	亨每米	H/m	高斯 每奥斯特	Gs/Oe	$1\ \mathrm{H/m}=\frac{1}{4\pi}\times10^{7}\mathrm{Gs/Oe}$
磁化率	χ					在SI制中数值为CGSM制的4π倍
磁阻	R_m	每亨利	$1/\mathrm{H}$	奥厘米 每麦克斯韦	Oe·cm/Mx	$1\ 1/\mathrm{H}=4\pi\times10^{-9}\mathrm{Oe\cdot cm/Mx}$
磁导	G	亨利	H	麦克斯韦 每奥厘米	Mx/(Oe·cm)	$1\ \mathrm{H}=\frac{1}{4\pi}\times10^{9}\mathrm{Mx/(Oe\cdot cm)}$
磁势	ε_m	安匝	A	奥厘米	Oe·cm	$1\ \mathrm{A}=4\pi\times10^{-1}\mathrm{Oe\cdot cm}$
磁偶极矩	P_m	韦伯米	Wb·m			$1\ \mathrm{Wb\cdot m}=\frac{1}{4\pi}\times10^{10}$CGSM制中的数值
磁能积	$(BH)_m$	千焦耳 每立方米	kJ/m³	兆高奥	MGsOe	$1\ \mathrm{kJ/m^3}\triangleq4\pi\times10^{-2}\mathrm{MGsOe}$
比磁滞损耗	P_μ	焦耳 每立方米赫	J/(m³·Hz)	尔格 每立方厘米赫	erg/(cm³·Hz)	$1\ \mathrm{J/m^3Hz}=10\mathrm{erg/(cm^3\cdot Hz)}$

附录Ⅱ　电磁学重要基本定律在四种单位制中的表示形式

公式或定律说明（真空中）	CGSE	CGSM	高　斯	SI
毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律	$d\vec{H}=\frac{Id\hat{l}\times\hat{r}}{r^3}$	$d\vec{H}=\frac{Id\hat{l}\times\hat{r}}{r^3}$	$d\vec{H}=\frac{1}{C}\frac{Id\hat{l}\times\hat{r}}{r^3}$	$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\hat{l}\times\hat{r}}{r^3}$
安培公式	$d\vec{F}=\frac{1}{C^2}I(d\hat{l}\times\vec{H})$	$d\vec{F}=I(d\hat{l}\times\vec{H})$	$d\vec{F}=\frac{1}{C}I(d\hat{l}\times\vec{H})$	$d\vec{F}=I(d\hat{l}\times\vec{B})$
二平行导线间的作用力（安培公式应用）	$dF=\frac{1}{C^2}\frac{2I_1I_2dl}{d}$	$dF=\frac{2I_1I_2dl}{d}$	$dF=\frac{1}{C}\frac{2I_1I_2dl}{d}$	$dF=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2dl}{d}$
无限长导线的磁场（毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律）	$H=\frac{2I}{R}$	$H=\frac{2I}{R}$	$H=\frac{1}{C}\frac{2I}{R}$	$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{R}$ $H=\frac{1}{4\pi}\frac{2I}{R}$
无限长螺线管轴线上的磁场	$H=4\pi nI$ $\left(n=\frac{N}{L}\right)$	$H=4\pi nI$	$H=\frac{1}{C}4\pi nI$	$B_0=\mu_0 nI$ $H=nI$

附录Ⅲ 磁学基本公式在不同单位制中的表示形式

公式说明	SI制	CGS制
磁极间的力	$F=\frac{m_1m_2}{4\pi\mu_0 r^2}$	$F=\frac{m_1m_2}{r^2}$
磁极产生的磁场	$H=\frac{m}{4\pi\mu_0 r^2}$	$H=\frac{m}{r^2}$
B,H,M之间的关系	$B=\mu_0(H+M)$	$B=H+4\pi M$
磁化率	$\chi=\frac{M}{H}$	$\chi=\frac{M}{H}$
相对磁导率	$\mu=\frac{B}{\mu_0 H}=\frac{\mu_0(H+M)}{\mu_0 H}$ $=1+\chi$	$\mu=\frac{B}{H}=\frac{H+4\pi M}{H}$ $=1+4\pi\chi$
退磁场	$H_d=-NM$	$H_d=-NM$
磁介质中的能量密度	$E_m=\frac{1}{2}(BH)$	$E_m=\frac{1}{8\pi}(BH)$
单匝圆线圈中心的磁场	$H=\frac{I}{2r}$	$H=\frac{2\pi I}{r}$
电流小回路的磁矩	$M_m=I\Delta S$	$M_m=I\Delta S$
磁动势与磁通量、磁阻的关系	$\varepsilon_m=\phi R_m$	$\varepsilon_m=\phi R_m$
磁滞损耗	$W=\oint HdB$	$W=\frac{1}{4\pi}\oint HdB$

参考文献

〔1〕 С. Э. Фриш、А. В. Тиморева著，梁宝洪译：《普通物理学》，高等教育出版社，1958.

〔2〕 赵凯华、陈熙谋编：《电磁学》，人民教育出版社，1978.

〔3〕 江苏师范学院物理系：《电磁学讲义》，人民教育出版社，1960。

〔4〕 北京大学物理系：《铁磁学》，科学出版社，1976。

〔5〕 И.Е.Тамм著，钱尚武、赵祖森译：《电学原理》，人民教育出版社，1960。

〔6〕 哈尔滨工业大学电工教研室：《电工学》，水利电力出版社，1976。

〔7〕 黄礼镇：《电磁场原理》，人民教育出版社，1981。

〔8〕 张新义："自身退磁效应"，《仪表材料》，1977，No.1。

〔9〕 金山器材厂：《永磁合金工艺》，《金属材料研究》编辑部，1975。

〔10〕 上海机械学院主编：《电机工程手册》，机械工业出版社，1978。

〔11〕 李荫远、李国栋编：《铁氧体物理学》，二版，科学出版社，1978。

〔12〕 周志刚：《铁氧体磁性材料》，科学出版社，1981。

〔13〕 戴礼智：《金属磁性材料》，上海人民出版社，1973。

〔14〕 岩間義郎，齐凤春译："日本永磁材料的近期发展"，《电子材料》，1983，No.2。

〔15〕《电子工业技术词典》编辑委员会编：《电子工业技术词典 磁性材料与器件》，国防工业出版社，1976。

〔16〕 上海钢铁研究所编：《国外软磁合金的品种和性能》，上海科学技术情报所，1974。

〔17〕 牧野 昇：《磁性材料とその応用》，アグネ，1962。

〔18〕 Я.М.Довгалевский 著，简光沂、万永、王仁豹译：《铸造的马格尼克合金磁铁》，北京冶金研究所出版，1964。

〔19〕 茂木晃：《磁気回路(エレクトロニクス基础回路講座7)》，日刊工業新聞社，昭和38年。

〔20〕 R.S.特贝尔、D.J.克雷克著，北京冶金研究所《磁性材料》翻译组译：《磁性材料》，科学出版社，1979。

〔21〕 陈峻峰：《永磁电机》，机械工业出版社，1982。

〔22〕 星云仪表厂：《磁滞电动机理论与设计》，国防工业出版社，1977。

〔23〕 张新义："永磁的充磁和稳磁"，《仪表材料》，1976，No.4～5。

〔24〕 齐凤春："永磁体的稳定性"，《磁性材料及器件》，1981，No.4。

〔25〕 孟宪洪："稀土钴永磁的稳定性"，《磁性材料及器件》，1983，No.3。

〔26〕《软磁合金手册》编写组：《软磁合金手册》，冶金工业出版社，1975。

〔27〕 张瑞琪："永磁磁路的设计方法"，《电子技术》，1965，No.4。

〔28〕 杨膺善："国外磁性材料近况"，《国外金属材料》，1983，No.1。

〔29〕 张洛："非晶态合金及其应用"，《上海钢研》(专辑)，1983。

〔30〕 Б.В.Молстилов主编，简光沂译：《精密合金手册》，北京冶金研究所，1975。

〔31〕 李介谷：《电器学》，中国工业出版社，1961。

〔32〕 张冠生、陆俭国：《电磁铁与自动电子元件》，机械工业出版社，1982。

〔33〕 鲍广德、邵毓华、姚云甫："借助电子计算机进行自屏蔽磁路设计"，《电子管技术》，1979，No.2。

〔34〕 姚云甫、邵毓华、鲍广德："磁路设计的改进"，《全国第五届磁性材料论文》，1983。

〔35〕 杨永良："永磁电机的磁路、磁钢及其设计"，《控制微电机》，1978，No4。

〔36〕 А.Б.Альтман等著，简光沂、万永、陈其安译：《永久磁铁手册》，电工合金通讯编辑部，1975。

〔37〕 电子管设计手册编辑委员会编：《磁控管设计手册》，国防工业出版社，1979。

〔38〕 张新义："磁路设计(一)"，《仪表材料》，1974，No.5～6。

〔39〕 王录仁："永磁合金在磁电式仪表中的应用"，《1967年全国磁钢经验交流会议部分资料汇编》，上海市仪表电讯工业局编，1968。

〔40〕 黄秀铭："关于硬磁材料元件正确充磁的研究"，《无线电元件及材料》，1959，No.2。

〔41〕 太田惠造：《磁気工学の基础Ⅰ》，共立全書，1973年。

〔42〕 義井胤景著，胡超、郑保山译：《磁工学》，国防工业出版社，1977。

〔43〕 陆才，"永磁磁路设计方法"，《电子技术》，1965，No.6。

〔44〕 张新义，"磁路计算九例"，《仪表材料》，1978，No.1。

〔45〕 牧野 昇著，宋辉译：《磁钢設計与应用》，机械工业出版社，1982。

〔46〕 张新义："稀土钴永磁路设计"，《仪表材料》，1978，No.6。

〔47〕 牧野 昇："永久磁铁工学"，《電子材料》，1965，No.6～1966，No.3。

〔48〕 施民生："永磁直流电动机的磁路设计"，《微特电机》，1976。

〔49〕 毛鼎品："永磁微特电机磁路设计的一般问题"，《控制微电机》，1977，No.1。

〔50〕 李发海、陈汤铭、郑逢时、张鳞征、朱东起：《电机学》，科学出版社，1982。

〔51〕 陈世坤：《电机设计》，机械工业出版社，1982。

〔52〕 上海微电机研究所主编：《微特电机设计程序》，上海科技出版社，1983。

〔53〕 岩木雅民："軸对称空心コイルの磁界計算用数表"，《電気学会雑誌》，Vol.85～9，No.924，1965。

〔54〕 西北工业大学："磁测量设备中的磁路计算"，西北工业大学科技资料，总228期，1975。

〔55〕 张新义："电磁磁路"，《仪表材料》，1976，No.2。

〔56〕 蔡国廉：《电磁铁》，上海科技出版社，1965。

〔57〕 R.J.Parker："永久磁铁的磁化和退磁"，《武汉冶金》，1979，No.1。

〔58〕《电工手册》编写组：《电工手册》，上海科学技术出版社，1978。

〔59〕 余星锄："碗形磁路的设计分析"，《电工合金通讯》，1977，No.1。

〔60〕 陈再立："计算永磁体工作点的公式和图表"，《电工合金通讯》，1977，No.2～3。

〔61〕 田金铭：《电磁离合器设计与应用》，江苏科技出版社，1982。

〔62〕 电子管设计手册编辑委员会编：《微波电子管磁路设计手册》，国防工业出版社，1984。

〔63〕 岩间義郎等编：《硬質磁性材料》，丸善株式会社，昭和51年。

〔64〕 小西良弘等编著：《フェライトエレクトロニクス》，日刊工業新聞社，昭和47年。

〔65〕 武井 武编：《フェライトの理論と応用》，丸善株式会社，昭和35年。

〔66〕 宗后定、陈培林编：《永磁材料及其应用》，机械工业出版社，1984年7月。